

# Simulación 3D de Tiro Parabólico y Colisión Entre Partícula y Semiesfera Inamovible

López P. Nicolas - Vitola G. Jesús D. - Mariana I. Velandia R. - Laura Riaño

Octubre 2025

## 1 Planteamiento del problema

Una partícula de posición inicial  $\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$  es lanzada con una velocidad  $\vec{v} = (v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})$ , la partícula colisiona elásticamente con una semiesfera inamovible ( $m_p \ll m_c$ ) con centro en  $\vec{r}_c = (x_c, y_c, z_c)$  y radio  $R$ .

## 2 Solución numérica

Se integra paso a paso la posición en cada coordenada:

$$\begin{cases} x_{n+1} &= x_n + v_{x0}\Delta t \\ y_{n+1} &= y_n + v_{y0}\Delta t \\ z_{n+1} &= z_n + v_{z0}\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 \end{cases}$$

y se registran  $t, x, y, z, v_z$  hasta que  $z \leq 0$

### 2.1 Colisión

Hay colisión cuando  $\|\vec{r} - \vec{r}_c\| \leq R$ , al darse el vector velocidad cambia de dirección según la ecuación:

$$\vec{v} = \vec{v}_i - 2(\vec{v}_i \cdot \hat{n})\hat{n}$$

Dónde  $\vec{v}_i$  corresponde a la velocidad al momento de la colisión y  $\hat{n}$  al vector normal a la superficie de la esfera en el punto de impacto que se calcula mediante:

$$\hat{n} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_c}{\|\vec{r}_i - \vec{r}_c\|} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_c}{R}$$

Con  $\vec{r}_i$  como la posición de la partícula al momento del impacto.

Bajo ese sentido las componentes de velocidad al instante posterior del impacto son:

$$\begin{cases} v_x &= v_{xi} - 2(\vec{v}_p \cdot \hat{n})\hat{n}_x \\ v_y &= v_{yi} - 2(\vec{v}_p \cdot \hat{n})\hat{n}_y \\ v_z &= v_{zi} - 2(\vec{v}_p \cdot \hat{n})\hat{n}_z \end{cases}$$

## 3 Resultados

Se muestran 3 gráficos correspondientes a la evolución de cada coordenada de la partícula a lo largo del trayecto  $x(t), y(t), z(t)$ , también se muestra en 3D la trayectoria total de la partícula.

## 4 Conclusión

El objeto disminuye su velocidad al instante posterior de la colisión, rebotando en la dirección normal a la superficie de la esfera en punto de impacto, describiendo otro movimiento parabólico.