

CARN - Tema 1

$$x = [1, 3, 0]$$

$$W = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$b = [0,1 \quad 0,1 \quad 0,1]$$

$$y = [0,1,0]$$

$$z = W^T x + b$$

$$z = \begin{bmatrix} 0,3 & -0,6 & -1 \\ 0,1 & -0,5 & -0,5 \\ -2 & 2 & 0,1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} + [0,1 \quad 0,1 \quad 0,1]$$
$$= \begin{bmatrix} -1,5 \\ -1,4 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,4 & -1,3 & 4,1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{y} = \text{softmax}(z)$$

$$\text{softmax}(z_i) = \frac{e^{z_i}}{\sum_j e^{z_j}}$$

$$e^{-1,4} = 0,246$$

$$e^{-1,3} = 0,272$$

$$e^{4,1} = 60,34$$

$$\text{softmax}(z_0) = \frac{0,246}{60,858} = 0,004$$

$$\text{softmax}(z_1) = \frac{0,272}{60,858} = 0,0044$$

$$\text{softmax}(z_2) = \frac{60,34}{60,858} = 0,991$$

$$\hat{y} = [0,004 \quad 0,0044 \quad 0,991]$$

$$\nabla_z L = \hat{y} - y$$

$$= [0,004 \quad 0,0044 \quad 0,991] - [0,1,0]$$

$$= [0,004 \quad -0,995 \quad 0,991]$$

$$\nabla_w L = \nabla_z L \cdot x^T$$

$$= [0,004 \quad -0,995 \quad 0,991] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = 0,004 - 2,985 = -2,981$$

$$\nabla_b L = \nabla_z L = [0,004 \quad -0,995 \quad 0,991]$$

$$w' = w - \eta \nabla_w L \quad \eta = 0,2$$

$$= \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix} - 0,2 \cdot \underbrace{(-2,981)}_{0,596}$$

$$w' = \begin{bmatrix} 0,896 & 0,696 & -2,596 \\ -0,004 & 0,096 & 2,596 \\ -0,404 & 0,096 & 0,696 \end{bmatrix}$$

$$b' = b - \eta \nabla_b L$$

$$= [0,1 \ 0,1 \ 0,1] - 0,2 \cdot [0,004 \ -0,995 \ 0,991]$$

$$= [0,1 \ 0,1 \ 0,1] - [0,0008 \ -0,199 \ 0,198]$$

$$= [0,099 \ 0,299 \ -0,098]$$