## PRACA PRZEJŚCIOWA

# Projekt oprogramowania do matematycznego modelowania układów niecałkowitego rzędu

KOD PRZEDMIOTU: MYAR2S22001M

Autor: Ostaszewicz Dawid

Kierunek: Automatyka i Robotyka, II stopień

Prowadzący: dr inż. Tomasz Huścio

## Cel projektu

Celem projektu jest opracowanie oprogramowania do matematycznego modelowania układów niecałkowitego rzędu. Badania nad układami tego rodzaju z roku na rok przyciągają coraz szersze grono ekspertów z dziedziny automatyki i teorii sterowania. Taka sytuacja ma miejsce ze względu na zdecydowanie poprawione warunki dynamiczne rachunku całkowo-różniczkowego niecałkowitego rzędu, względem klasycznych układów całkowitych.

### Analiza literatury

Rachunek ułamkowego rzędu ma swoje poczatki już w 1832 r. Badania wybitnego matematyka Josepha Riemanna doprowadziły do powstania generalizacji silni z argumentów będących liczbami naturalnymi do liczb rzeczywistych. Uogólniona funkcja nazywa się funkcją gamma i jest aproksymacją, która zwiększa dziedzinę wartości funkcji silni. Na przestrzeni ostatnich stu lat powstało wiele definicji rachunku ułamkowego rzędu. Główny trzon stanowia definicje Riemann'a-Liouvill'a, która jest stosunkowo prosta od obliczenia i przekształcania, jednak nie można w niej założyć warunków początkowych. Następną popularną definicją jest różniczka Caputo, jest odrobinę trudniejsza w przekształceniach, jednak pozwala na badanie rachunku pod względem różnych warunków początkowych. Trzecią najczęściej stosowaną definicją jest definicja dyskretna Grünwald'a-Letnikov'a. Znaczącą cechą rachunku jest posiadanie pamięci, która w różnych definicjach różnie współdziała wraz z postępem czasu i w inny sposób wpływa na przyszłe działanie układu. Podstawowe definicje i matematyczna strone rachunku omawia prof. Podlubny [37]. Prof. Kaczorek wraz z dr. Rogowskim opisują zastosowanie rachunku w układach odnoszących się do teorii sterowania [21],[22]. Główny trzon badań nad matematyka i implementacją mikroprocesorową wymienianego rachunku prowadzi również prof. Ostalczyk [33]. Obecnie istnieje kilka bibliotek Matlab'a do wykonywania symulacji układów niecałkowitego rzędu. W tej dziedzinie wiodą FOMCON, FOTF [6], [42], [43]. Definicję dyskretną w oprogramowaniu stosował prof. Ostalczyk [11]. Rozwój rachunku i metod numerycznych prowadzi do rozwoju bardziej zaawansowanych technik sterowania i regulacji obiektów dynamicznych, jak również pozwala na lepszy opis dynamiki wybranych obiektów [3], [7], [10], [14], [26], [27], [44]. Nie ma ogólnodostępnej biblioteki, która pozwala na symulację układów z definicji Grünwald'a-Letnikov'a, z tego względu takie oprogramowanie powstanie w tym projekcie.

#### Literatura

- [1] Design of a new Robot Operating System-MATLAB-based autonomous robot system and trajectory tracking experiment Zhenning Yu, Fengxiang Ge, Seng Fat Wong, 2024.
- [2] Lyapunov functions for fractional order systems ScienceDirect.
- [3] Assmaa Abd-Elmonem, Ramashis Banerjee, Shabir Ahmad, Wasim Jamshed, Kottakkaran Sooppy Nisar, Mohamed R. Eid, Rabha W. Ibrahim, and Sayed M. El Din. A comprehensive review on fractional-order optimal control problem and its solution. 21(1).
- [4] Thabet Abdeljawad. On Riemann and Caputo Fractional Differences. 62(3):1602–1611.
- [5] Norelys Aguila-Camacho, Manuel A. Duarte-Mermoud, and Javier A. Gallegos. Lyapunov functions for fractional order systems. 19(9):2951–2957.
- [6] Tepljakov Aleksei, Petlenkov Eduard, and Belikov Juri. A Flexible MATLAB Tool for Optimal Fractional-Order PID Controller Design Subject to Specifications. In *Proceedings* of the 31st Chinese Control Conference, pages 4698–4703.
- [7] Ahmad Taher Azar, Ahmed G. Radwan, and Sundarapandian Vaidyanathan. Fractional Order Systems: Optimization, Control, Circuit Realizations and Applications. Academic Press.
- [8] Eu-Tteum Baek and Dae-Yeong Im. ROS-Based Unmanned Mobile Robot Platform for Agriculture. 12(9):4335.
- [9] Shaoping Bai and Marco Ceccarelli, editors. Recent Advances in Mechanism Design for Robotics: Proceedings of the 3rd IFToMM Symposium on Mechanism Design for Robotics, volume 33 of Mechanisms and Machine Science. Springer International Publishing.
- [10] Adnane Boukhouima, Khalid Hattaf, El Mehdi Lotfi, Marouane Mahrouf, Delfim F. M. Torres, and Noura Yousfi. Lyapunov Functions for Fractional-Order Systems in Biology: Methods and Applications. 140:110224.
- [11] Dariusz W. Brzeziński and Piotr Ostalczyk. The Grünwald-Letnikov formula and its equivalent Horner's form accuracy comparison and evaluation for application to fractional order PID controllers. In 2012 17th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR), pages 579–584.
- [12] Denis Chikurtev. Mobile Robot Simulation and Navigation in ROS and Gazebo. In 2020 International Conference Automatics and Informatics (ICAI), pages 1–6.

- [13] Aisha F. Fareed, Mourad S. Semary, and Hany N. Hassan. An approximate solution of fractional order Riccati equations based on controlled Picard's method with Atangana–Baleanu fractional derivative. 61(5):3673–3678.
- [14] Muhammad Farman, Rabia Sarwar, and Ali Akgul. Modeling and Analysis of Sustainable Approach for Dynamics of Infections in Plant Virus with Fractal Fractional Operator. 170:113373.
- [15] Herbert Goldstein, Charles P Poole, and John Safko. Classical Mechanics.
- [16] Ryszard Gonczarek. Teoria Grup w Fizyce. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
- [17] Brian C. Hall. Lie Groups, Lie Algebras, and Representations, volume 222 of Graduate Texts in Mathematics. Springer.
- [18] Alberto Isidori. Nonlinear Control Systems. Communications and Control Engineering. Springer.
- [19] Alberto Isidori. Nonlinear Control Systems II. Communications and Control Engineering.

  Springer.
- [20] Tadeusz Kaczorek. Selected Problems of Fractional Systems Theory, volume 411 of Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer.
- [21] Tadeusz Kaczorek and Krzysztof Rogowski. Fractional Linear Systems and Electrical Circuits, volume 13 of Studies in Systems, Decision and Control. Springer International Publishing.
- [22] Tadeusz Kaczorek and Krzysztof Rogowski. Positive Fractional Electrical Circuits. In Tadeusz Kaczorek and Krzysztof Rogowski, editors, Fractional Linear Systems and Electrical Circuits, pages 49–80. Springer International Publishing.
- [23] Manisha Kankarej and Jai Pratap Singh. FRACTIONAL FIELD WITH STANDARD FRACTIONAL VECTOR CROSS PRODUCT. VOL 41:811–819.
- [24] Seulbae Kim and Taesoo Kim. RoboFuzz: Fuzzing robotic systems over robot operating system (ROS) for finding correctness bugs. In *Proceedings of the 30th ACM Joint European Software Engineering Conference and Symposium on the Foundations of Software Engineering*, pages 447–458. ACM.
- [25] Andrzej Koszewnik. Fast Prototyping Method of the Active Vibration Damping for Mechanical Systems.

- [26] Pushpendra Kumar, Dumitru Baleanu, Vedat Suat Erturk, Mustafa Inc, and V. Govindaraj. A Delayed Plant Disease Model with Caputo Fractional Derivatives. 2022(1):11.
- [27] Hang Li, Yongjun Shen, Yanjun Han, Jinlu Dong, and Jian Li. Determining Lyapunov exponents of fractional-order systems: A general method based on memory principle. 168:113167.
- [28] Zhuo Li, Lu Liu, Sina Dehghan, Yang Quan Chen, and Dingyu Xue. A review and evaluation of numerical tools for fractional calculus and fractional order control. 90.
- [29] Daniel Liberzon. Switching in Systems and Control. Systems & Control: Foundations & Applications. Birkhäuser.
- [30] Hai Lin and Panos J. Antsaklis. Stability and Stabilizability of Switched Linear Systems: A Survey of Recent Results. 54(2):308–322.
- [31] Steve Macenski, Tom Moore, David V. Lu, Alexey Merzlyakov, and Michael Ferguson. From the desks of ROS maintainers: A survey of modern & capable mobile robotics algorithms in the robot operating system 2. 168:104493.
- [32] Agnieszka B. Malinowska, Tatiana Odzijewicz, and Delfim F.M. Torres. Advanced Methods in the Fractional Calculus of Variations. SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology. Springer International Publishing.
- [33] Mariusz Matusiak and Piotr Ostalczyk. Problems in solving fractional differential equations in a microcontroller implementation of an FOPID controller. 68(3):565–577.
- [34] Daniele Mortari, Roberto Garrappa, and Luigi Nicolò. Theory of Functional Connections Extended to Fractional Operators. 11(7):1721.
- [35] Mohamed Naji Muftah, Ahmad Athif Mohd Faudzi, Shafishuhaza Sahlan, and Mokhtar Shouran. Modeling and Fuzzy FOPID Controller Tuned by PSO for Pneumatic Positioning System. 15(10):3757.
- [36] Ewa Piotrowska. Analiza obwodów elektrycznych zawierających elementy opisane pochodną o różnych rzędach niecałkowitych.
- [37] Igor Podlubny. Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications. Elsevier.
- [38] Marina Popolizio. On the Matrix Mittag-Leffler Function: Theoretical Properties and Numerical Computation. 7(12):1140.

- [39] R. Rajesh. Optimal Tuning of FOPID Controller Based on PSO Algorithm with Reference Model for a Single Conical Tank System. 1(7):758.
- [40] Filip Rindler. Calculus of Variations. Universitext. Springer International Publishing.
- [41] Haleh Tajadodi. Efficient Technique for Solving Variable Order Fractional Optimal Control Problems. 59(6):5179–5185.
- [42] Aleksei Tepljakov, Baris Baykant Alagoz, Celaleddin Yeroglu, Emmanuel Gonzalez, S. Hassan HosseinNia, and Eduard Petlenkov. FOPID Controllers and Their Industrial Applications: A Survey of Recent Results1. 51(4):25–30.
- [43] Aleksei Tepljakov, Eduard Petlenkov, and Juri Belikov. FOMCON: A MATLAB Toolbox for Fractional-Order System Identification and Control. 2:51–62.
- [44] Mustafa Turkyilmazoglu and Mohamed Altanji. Fractional Models of Falling Object with Linear and Quadratic Frictional Forces Considering Caputo Derivative. 166:112980.
- [45] Georgios Tzounas, Ioannis Dassios, Mohammed Ahsan Adib Murad, and Federico Milano. Theory and Implementation of Fractional Order Controllers for Power System Applications. 35(6):4622–4631.
- [46] Andres Vivas and José María Sabater. UR5 Robot Manipulation using Matlab/Simulink and ROS. In 2021 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), pages 338–343.
- [47] Yue-E Wang, Hamid Reza Karimi, and Di Wu. Conditions for the Stability of Switched Systems Containing Unstable Subsystems. 66(4):617–621.
- [48] Malgorzata Wyrwas, Dorota Mozyrska, and Ewa Girejko. Stability of Discrete Fractional-Order Nonlinear Systems with the Nabla Caputo Difference. 46(1):167–171.
- [49] Jianwei Zhao, Shengyi Liu, and Jinyu Li. Research and Implementation of Autonomous Navigation for Mobile Robots Based on SLAM Algorithm under ROS. 22(11):4172.