

Тестирование по математическому анализу.

Кусакин Александр Александрович, ПИ-176.

Задание 1.

Найдите номер члена последовательности $y_n = \frac{3n + 191}{3n + 2}$, наиболее близкое к числу 2.

Решение. Выделим целую часть. $y_n = 1 + \frac{189}{3n + 2}$. Заметим, что y_n наиболее близко к числу 2, тогда и только тогда когда $\frac{189}{3n + 2}$ близко к числу 1. Решим уравнение $189 = 3n + 2 \Leftrightarrow n = \frac{187}{3} \approx 62.(3)$. Рассмотрим случаи:

1. При $n = 62$. $\frac{3 * 62 + 191}{3 * 62 + 2} = 2.005319$

2. При $n = 63$. $\frac{3 * 63 + 191}{3 * 63 + 2} = 2.021276$

Остальные значения n рассматривать не имеет смысла.

Ответ: 62.

Задание 2.

Решите уравнение, если известно, что $|x| < 1$: $2x + 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{13}{6}$

Решение. Заметим, что $x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots$ является бесконечно убывающей геометрической прогрессией, где $b_1 = x^2$, $q = -x$. Таким образом, сумма равна $S = \frac{x^2}{1 + x}$.

Заменим в имеющемся уравнении $2x + 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{13}{6}$ прогрессию на её сумму и получим уравнение

в следующем виде: $2x + 1 + \frac{x^2}{1 + x} = \frac{13}{6} \Leftrightarrow 2x + \frac{x^2}{1 + x} = \frac{7}{6} \Leftrightarrow 12x(1 + x) + 6x^2 = 7(1 + x) \Leftrightarrow 12x + 12x^2 + 6x^2 =$

$$7 + 7x \Leftrightarrow 18x^2 + 5x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{9} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\{-\frac{7}{9}, \frac{1}{2}\}$

Задание 3.

Вычислите $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{\arccos x + \pi \sin x}{\pi \cos \pi x + 2 \arcsin x}$

Решение. Попробуем подставить вместо x 0,5 (значение к которому стремится x). Получим следующее $\frac{\frac{\pi}{2} + \pi}{0 + \frac{\pi}{3}} =$

$$\frac{4\pi}{\frac{3}{\pi}} = 4.$$

Ответ: 4

Задание 4.

Воспользовавшись определением, найдите производную функции в точке x : $y = \frac{1}{x^2}$

Решение. Сначала вспомним определение производной в точке x : $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$.

Подставим в эту формулу наше условие и получим следующее: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(x + \Delta x)^2} - \frac{1}{x^2}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2} - \frac{1}{x^2}}{\Delta x} =$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-2x\Delta x - \Delta x^2}{x^2(x + \Delta x)^2\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} -\frac{2x + \Delta x}{x^2(x + \Delta x)^2} = -\frac{2}{x^3}$$

Ответ: $-\frac{2}{x^3}$

Задание 5.

При каких значениях параметра a касательные к графику функции $y=4x^2 - |a|x$, проведенные в точках его пересечения с осью x , образуют между собой угол 60°

Решение.

Ответ: ± 1