

Matemática Discreta



Objetivo

Compreender e aplicar os conceitos fundamentais da matemática para computação em situações-problema dentro do contexto do curso.

Ementa

Teoria dos conjuntos. Introdução matemática. Análise combinatória. Lógica computação em situações-problema dentro do contexto do curso.

Sumário

Definição	1
Arranjo	2
Exemplo/Resolução.....	3
Combinação	4
Resolução/ Diferenças	5

Definição

Arranjo e Combinação são algumas das técnicas de **análise combinatória** que são utilizadas para determinar o número de maneiras que elementos podem ser agrupados, sem a necessidade de enumerar todos eles.

Saber **quando usar o arranjo ou combinação** é simples: se a ordem dos elementos em cada grupo for relevante no número de contagens, usamos arranjo, mas, se a ordem não importar, usamos combinação.

Arranjo

O arranjo é o agrupamento que podemos formar com uma certa quantidade de elementos.

Nos arranjos, a ordem dos elementos dentro de cada grupo deve ser considerada, pois, trocando os elementos de posição, teremos um grupo diferente.

Para calcular o número de grupos de tamanho p que podem ser formados com n elementos, utilizamos a seguinte **fórmula de arranjo**:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n - p)!}$$

Uma observação é que quando o número de elementos em cada grupo for igual ao número total de elementos, ou seja, quando $p = n$, a fórmula acima se reduz a $n!$, e temos o que chamamos de **permutação**.

Na fórmula, o símbolo de exclamação (!) indica fatorial. Caso você não se lembre, para calcular o fatorial de um número, basta multiplicar o número por todos os seus antecessores até chegar ao 1.

Exemplo: $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$.

Agora, vamos ver um exemplo de como utilizar a fórmula de arranjos.

Exemplo: Quantos números de três algarismos podemos formar com os números de 1 a 7?

Resolução:

São 7 elementos para formar grupos de tamanho 3 e a ordem dentro de cada grupo importa. Veja que com os números 1, 2 e 3, podemos formar vários números diferentes: 123, 132, 213, 231, 321 e 312.

Então, vamos calcular o número de arranjos:

$$A_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

Portanto, podemos formar 210 números diferentes com três algarismos utilizando os números de 1 a 6.

Combinação

A combinação também é o agrupamento que podemos formar com uma certa quantidade de elementos.

Contudo, nas combinações, a ordem dos elementos dentro de cada grupo não é considerada, pois, trocando os elementos de posição, teremos um mesmo grupo.

Levando isso em conta, para calcular o número de grupos de tamanho p que podem ser formados com n elementos, utilizamos a seguinte **fórmula de combinação**:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Existem algumas formas alternativas de representar uma combinação. Por exemplo, você pode ver $C_{n,p}$ escrito como $\binom{n}{p}$, mas não se preocupe, a fórmula é a mesma. Então, que tal ver um exemplo de como utilizar a fórmula de combinação?

Exemplo: Quantos grupos de três alunos podem ser formados entre os alunos: Ana, Vitor, Lucas, Elisa, Davi, Igor e Sara.

Resolução:

São 7 alunos para formar grupos de tamanho 3 e a ordem dentro de cada grupo não importa. Por exemplo, Ana, Lucas e Sara é o mesmo grupo que Sara, Ana e Lucas.

Então, vamos calcular o número de combinações:

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{3! \cancel{4!}} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

Diferença entre arranjo e combinação

A **diferença entre arranjo e combinação** é que no arranjo a ordem dos elementos importa e, na combinação, não importa.

