Chan
Witzel
Marco
8MAP107
WITM20040400
14/01/2024

Remise Série 1

0.3) a) On cherche une solution constante pour :
$y' = y^4 - 6y^3 + 5y^2$
On cherche à factoriser le polynôme
$\Rightarrow y' = y^2(y^2 - 6y + 5)$
Le polynôme de degré 2 peut être factoriser selon ses racines :
$\Delta = 36 - 4 \times 1 \times 5 = 16$
$\Rightarrow x_1 = \frac{-4+6}{2} = 1 \qquad x_2 = \frac{4+6}{2} = 5$

$\Rightarrow y' = y^2(y-1)(y-5)$
Les solutions constantes sont donc 0, 1 et 5.

b) On réalise le tableau de variation :

y		0		1		5	
y^2	+	0	+		+		+
$(y-1)$	−		−	0	+		+
$(y-5)$	−		−		−	0	+
y'	+		+		−		+
$y(t)$	↗		↗		↘		↗

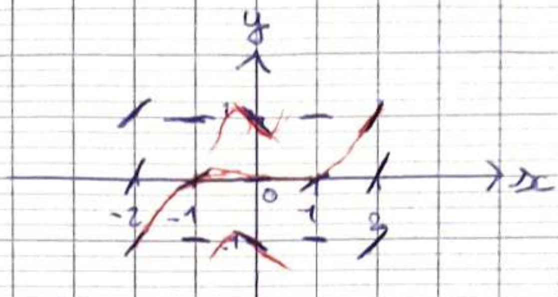
$y(t)$ est donc croissante pour $y(t) \in]-\infty, 1[\cup]5, +\infty[$

c) D'après la question b), $y(t)$ est décroissante pour $y(t) \in]1, 5[$.

0.6) a) On calcule la pente en plusieurs points :

x	−2	−1	0	1	2	−2	−1	0	1	2
y	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
$y' = x^2 - y^2$	4	1	0	1	4	3	0	−1	0	3

On construit ensuite le champ de direction puis on trace les courbes intégrales en (0,0), (0,−1) et (0,1)



Q.7) c) $x\sqrt{1-y}\,dx - \sqrt{1-x^2}\,dy = 0$.

$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx - \frac{1}{\sqrt{1-y}}\,dy = 0$

$\Rightarrow \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx - \int \frac{1}{\sqrt{1-y}}\,dy = \int 0$

$\Rightarrow -\sqrt{1-x^2} + 2\sqrt{1-y} = K$.

h) $(2x^2 - y^2)\,dx + 2x.y\,dy = 0$.

Soit $M(x,y) = 2x^2 - y^2$

$\Rightarrow M(\lambda x, \lambda y) = 2\lambda^2 x^2 - \lambda^2 y^2 = \lambda^2 M(x,y)$

Et $N(x,y) = 2x.y$

$\Rightarrow N(\lambda x, \lambda y) = 2\lambda^2 x y = \lambda^2 N(x,y)$

On a une ED homogène. On pose $y = ux$.

Donc $dy = x.du + u.dx$

$\Rightarrow (2x^2 - u^2x^2)\,dx + 2x^2 u\,(x.du + u.dx) = 0$

$\Rightarrow (2-u^2)\,dx + 2x.u.du + 2u^2\,dx = 0$.

$\Rightarrow (2+u^2)\,dx + 2x.u.du = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2x}\,dx + \frac{u}{2+u^2}\,du = 0$

$\Rightarrow \int \frac{1}{2x}\,dx + \int \frac{u}{2+u^2}\,du = K$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\ln(x) + \frac{1}{2}\ln(2+u^2) = K$

$\Rightarrow x(2+u^2) = K$.

$\Rightarrow x\left(2 + \frac{y^2}{x^2}\right) = K$ car $y = ux \Rightarrow u = \frac{y}{x}$

$\Rightarrow 2x + \frac{y^2}{x} = K \Rightarrow 2x^2 + y^2 = Kx$.

b) $(6y-2)\,dx + dy = 0$

$\Rightarrow \quad dx + \frac{1}{6y-2}\,dy = 0$

$\Rightarrow \quad \int dx + \int \frac{1}{6y-2}\,dy = 0$

$\Rightarrow \quad x + \frac{1}{6}\ln(6y-2) = K$

$\Rightarrow \quad \ln(6y-2) = K - 6x$

$\Rightarrow \quad 6y-2 = Ke^{-6x}$

$\Rightarrow \quad y = Ke^{-6x} + \frac{2}{6}$

$\Rightarrow \quad y = Ke^{-6x} + \frac{1}{3}$