

Examen 1 - Reprise

8MAP107 - Hiver 2024

professeur : Hugo Tremblay

Instructions

1) L'examen comporte 9 questions pour un total de 100 points ;

1. Trouvez la solution générale des équations différentielles suivantes :
 - (a) (10 points) $\cos x \cos^2 y \, dx + \sin y \sec^2 x \, dy = 0$
 - (b) (10 points) $\frac{dy}{dx} - \frac{3y}{x} = 5x^3$
2. (a) (5 points) Déterminez le centre et le rayon de la sphère $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z + 2 = 0$;
(b) (5 points) Déterminez la courbe selon laquelle cette sphère coupe le plan yOz .
3. Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} forment un angle de $\pi/6$ rad. De plus, $\|u\| = 2$ et $\|v\| = 3$.
 - (a) (3 points) Calculez $\vec{u} \cdot \vec{v}$;
 - (b) (3 points) Calculez $\|\vec{u} \times \vec{v}\|$;
 - (c) (4 points) Dessinez \vec{u} et \vec{v} afin que $\vec{u} \times \vec{v}$ soit orienté vers le plafond.
4. (10 points) Déterminez un vecteur perpendiculaire au plan passant par les points $A(1, 0, 1)$, $B(1, 2, 3)$ et $C(-1, -2, 1)$.
5. (10 points) Déterminez une équation du plan composé de tous les points équidistants des points $(-4, 2, 1)$ et $(2, -4, 3)$.
6. (10 points) Calculez la distance entre le point $P(-1, -1, 3)$ et la droite $x = 1 + t$, $y = 2 - t$, $z = -1 + 2t$, $t \in \mathbb{R}$.
7. (10 points) Donnez les équations symétriques d'une droite qui est entièrement incluse sur le cône $z^2 = x^2 + y^2$.
8. (a) (5 points) Trouvez l'équation cartésienne de la surface en coordonnées cylindriques $z^2 = \rho^2 \cos 2\theta$;
(b) (5 points) Trouvez l'équation en coordonnées polaires du cercle de rayon 2 centré en $(2, 0)$.
9. (10 points) Identifiez et dessinez la surface $y^2 + z^2 = 1 + x^2$. Indiquez quelques traces dans votre dessin.