**有效前沿：给定预期回报率，使不含无风险资产组合方差最小**

Theorem: As long as the covariance matrix of returns is non-singular, there is a mean-variance frontier

定理：只要收益率的协方差矩阵是非奇异的，就存在均值方差前沿

Notations:

Model Construction:

假定有个风险资产，给定投资组合的期望收益率为。

Model Solving:

Define:

We can get:

由于A、B、C都可以通过历史数据获取，因此给定很多个投资组合的期望收益率为，可以求出与此一一对应的最佳投资组合配置，然后求得投资组合的标准差，即可绘制有效前沿。但很多时候，我们好难把握期望收益率的范围，导致有效前沿曲线不优雅。下面继续简化最佳投资组合配置。

通过改变x的值，就可以求到最佳投资组合配置，继而求出投资组合的期望回报以及标准差。

在最佳投资组合配置下，

投资组合方差：

上式中，当时，投资组合方差最小，最小方差为。

**资本市场线(Capital Market Line)：给定预期回报率，使含无风险资产组合方差最小(夏普比率最大)**

Model Construction:

假定有个风险资产以及1个无风险资产（无风险收益率为）组成的投资组合，给定投资组合的期望收益率为。

Model Solving: