RECURSADO MATEMÁTICA DISCRETA I Examen Final - 01/12/2015

Apellido y Nombre:

Nota:

Justificar apropiadamente todas las respuestas.

Resolver tres de los siguientes puntos:

- 1. a) Dar la definición de conjunto inductivo.
 - b) Definir la valencia de un vértice de un grafo, dar y demostrar la fórmula que relaciona las valencias de los vértices de un grafo y la cantidad de aristas.
 - c) Demostrar que existe un número infinito de enteros primos.
 - d) Enunciar el Teorema fundamental de la aritmética.
- 2. Encuentre todos los $x \in \mathbb{Z}$ que satisfacen la congruencia:

$$323 x \equiv 34 (85)$$

Dar aquellas soluciones que además verifiquen que $-5 \le x \le 5$.

- 3. Demostrar las siguientes afirmaciones.
 - a) Si $a, b \in \mathbb{N}$, (a, b) = 1 entonces $(a^2, b^3 + a) = 1$.
 - b) Sea $\{a_n\}$ la sucesión definida recursivamente como sigue: $a_1=1, a_2=1, a_3=1$ y para todo $n\geq 4$ definimos $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}$. Para todo $n\in\mathbb{N}$ se tiene que $a_n\leq 3^n$.
 - c) Para todo $n \in \mathbb{N}$, 10 divide a $9^{2n} 1$.
- 4. Quiero formar una contraseña de 6 dígitos con 27 letras y 10 números. Cuántas contraseñas puedo formar si:
 - a) No puedo repetir ninguna letra.
 - b) No hay dos letras ni dos números juntos.
 - c) Las letras M,A,R,T,I,N no aparecen todas juntas.
- 5. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
 - a) Existen dos grafos no isomorfos con valencias 0,1,1,4,2,1,1.
 - b) $(101010)_3 = 333$
 - c) La cifra de las unidades de 777^{777} es 7.
 - d) Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ son tales que $a \mid c \mid b \mid c$ entonces $ab \mid c$.

1.a	1.b	1.c	1.d	2	3.a	3.b	3.c	4.a	4.b	4.c	5.a	5.b	5.c	5.d	Total