

Optimización Dinámica

Profesor: Enrique Calfucura.

Ayudantes: Alejandro Poblete.

AYUDANTÍA 5

Abril 2020

1. Una firma tiene una orden de B unidades de un commodity para ser entregados en el tiempo T . Let $x(t)$ el stock en el tiempo t . Asuma que el costo por unidad de almacenar $x(t)$ unidades es $ax(t)$. El incremento en $x(t)$, que es igual a la producción por unidad de tiempo, es $u(t) = \dot{x}(t)$. Asuma que el costo total de producción por unidad de tiempo es $bu(t)^2$. El problema de la firma es:¹

$$\text{máx} - \int_0^T [ax(t) + bu(t)^2]e^{-rt} dt \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) = u(t); \quad x(0) = 0; \quad x(T) = B; \quad u(t) \geq 0 \quad (2)$$

Encuentre las trayectorias óptimas de las variables de control, estado y co-estado.

2. Considere el siguiente problema.

$$\text{máx} \int_0^T \left(-x - \frac{1}{2}u^2\right)e^{-2t} dt \quad \text{st.} \quad \dot{x} = x + u \quad \text{con} \quad x(0) = 1, \quad x(T) \text{Free}$$

Encuentre las trayectorias óptimas de las variables de control, estado y co-estado.

3. Considere el problema de una empresa minera que desea maximizar sus utilidades económicas entre los instantes 0 y T , su función objetivo depende del nivel de extracción y es igual a $q - \beta q^2$. Por otro lado, el stock de recurso mineral (S) varia en el tiempo de la siguiente manera: en cada instante aumenta en una proporción α . Si disminuye en el nivel de extracción q . Hay un factor de descuento con tasa r (e^{-rt}). Las condiciones iniciales y finales son:

$$S(0) = 100$$

$$S(T) = 10$$

- a) Defina el Hamiltonian en valor corriente y encuentre las condiciones de primer orden.
b) Encuentre las trayectorias óptimas para las variables de control, estado y co-estado.

¹ Considere a y b constantes positivas.