Optimización Dinámica

Profesor: Enrique Calfucura.
Ayudantes: Alejandro Poblete.

AYUDANTÍA 3
Abril 2020

1. Considere:
$$f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{2}{x}} \frac{\sin(xt)}{t} dt \tag{1}$$
Proof that $f'(x) = 0$

2. Una firma enfrenta una demanda incierta D y tiene un inventory de I. la firma quiere escoger su nivel de stock Q que minimize el valor de la función[1]:
$$g(Q) = c(Q - I) + h\int_0^Q (Q - D)f(D)dD + p\int_Q^a (D - Q)f(D)dD \tag{2}$$
Donde c, I, h, p, a son constantes positivas con $p > c$ y f es una función no negativa que satisface $\int_0^a f(D)dD = 1$ (Se puede interpretar como función de distribución de probabilidad).
   a) Encuentre $g'(Q)$ y $g''(Q)$ y muestre que $g''(Q)$ es convexa.
   b) Define $F(Q*) = \int_0^{Q*} f(D)dD$, donde $Q*$ es el nivel de stock que minimiza $g(Q)$. Use la condición de primer orden para encontrar $F(Q*)$ en términos de los parametros p, c, y h.[2]

3. When the price of a good is p, the total demand is $D(p) = a - bp$ and the total supply is $S(p) = \alpha + \beta p$, where a, b, α, and β are positive constants. When demand exceeds supply, price rises, and when supply exceeds demand it falls. The speed at which the price changes is proportional to the difference between supply and demand. Specifically:
$$\dot{p}(t) = \lambda[D(p(t)) - S(p(t))]$$
Con $\lambda > 0$. Encuentre la solución general del precio.

[1]El primer termino de la ecuación es el costo del nuevo stock; el segundo termino representa el costo de tener un exceso de existencia (stock) y el tercer término representa el costo de falta de stock.
[2]Hint: considere $\int_0^{Q*} f(D)dD + \int_{Q*}^a f(D)dD = \int_0^a f(D)dD = 1$