Microeconomía II

Profesor: Victor Macias.
Ayudante: Alejandro Poblete.

FECHA 2020

1. Pregunta Comente

Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores 1 y 2, cuyas funciones de utilidad son:

$$u^1(x_1, y_1) = x_1 y_1$$

$$u^2(x_2, y_2) = x_2 + y_2$$

Las cantidades existentes de los bienes en la economía son $x = 4$ e $y = 1$, repartidas en partes iguales entre los consumidores. En este contexto, la asignación inicial de bienes es un punto de la curva de contratos. Comente si la afirmación es verdadera, falsa o incierta.

1.1. RESPUESTA

Falso, en una economía de intercambio puro, para que una asignación sea óptimo de pareto debe cumplirse que $TMS_1 = TMS_2$. Como x e y se reparten iguales, tengo que $x_1 = x_2 = 2$ y que $y_a = y_b = \frac{1}{2}$.Por lo tanto, $TMS_1 = \frac{y_1}{x_1} = \frac{1}{4} < TMS_2 = 1$

2. Pregunta 2 Matemático

1. Considere una economía de intercambio puro con dos consumidores (1 y 2) y dos bienes (x, y). Las preferencias de los consumidores vienen dadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u^1(x_1, y_1) = \ln x_1 + \ln y_1 \tag{1}$$

$$u^2(x_2, y_2) = 2\ln x_2 + \ln y_2 \tag{2}$$

La dotación inicial de bienes del consumidor 1 y el 2 es $w_1 = (1, 1)$ y $w_2 = (1, 3)$ respectivamente.

   a) Calcule el equilibrio Walrasiano, normalizando el precio del bien x a la unidad.

      1) Respuesta a):
      El equilibrio competitivo consiste en el vector de cantidades y de precios óptimos. Partimos resolviendo el problema del consumidor para los dos agentes.
      Para el agente 1:

$$TMS_1 = \frac{p_x}{p_y} \to \frac{y_1}{x_1} = \frac{p_x}{p_y} \to y_1 = x_1 \frac{p_x}{p_y} \tag{3}$$

      Reemplazo (3) en rp: $p_x x_1 + p_y y_1 = p_x w_1^x + p_y w_1^y$, con $w_1^x = 1$ y $w_1^y = 1$. nos queda que [1]:

[1] Para colocar una ecuación abajo de otra también pueden, en vez de begin equation, begin align

$$x_1^* = \frac{p_x + p_y}{2p_x} \tag{4}$$

$$y_1^* = \frac{p_x + p_y}{2p_y} \tag{5}$$

Luego realizo lo mismo para el consumidor 2:

$$TMS_2 = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{2/x_2}{1/y_2} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow y_2 = x_2 \frac{p_x}{2p_y} \tag{6}$$

Reemplazo (6) en rp: $p_x x_2 + p_y y_2 = p_x w_2^x + p_y w_2^y$, con $w_2^x = 1$ y $w_2^y = 3$. nos queda que:

$$x_2^* = 2\frac{(p_x + 3p_y)}{3p_x} \tag{7}$$

$$y_2^* = \frac{p_x + 3p_y}{3p_y} \tag{8}$$

Una vez resuelto el problema del consumer normalizamos el precio de bien x a 1, $p_x = 1$, reemplazo en las demandas marshalianas.

$$x_1^* = \frac{1 + p_y}{2} \tag{9}$$

$$y_1^* = \frac{1 + p_y}{2p_y} \tag{10}$$

$$\tag{11}$$

$$x_2^* = 2\frac{(1 + 3p_y)}{3} \tag{12}$$

$$y_2^* = \frac{1 + 3p_y}{3p_y} \tag{13}$$

Finalmente, para encontrar el equilibrio falta encontrar el nivel p_y. Sabemos, por la ley de Walras, que el exceso de demanda por un bien debe ser 0, o que la demanda de un bien debe ser igual a la oferta, lo que vacía el mercado. Una vez encontrado los precios de equilibrio tal que la demanda del bien x es igual a su oferta, sabré que la demanda del bien y también será igual a su oferta.
Vaciamos el mercado para x.

$$x_1 + x_2 = w_1^x + w_2^x \tag{14}$$

$$\frac{1 + p_y}{2} + 2\frac{(1 + 3p_y)}{3} = 2$$

$$p_y = \frac{1}{3} \tag{15}$$

Finalmente, reemplazo los precios en las cantidades óptimas y obtengo el equilibrio:

$$EQ = \{(x_1^* = \frac{2}{3}; y_1^* = 2; x_2^* = \frac{4}{3}; y_2^* = 2); (p_x = 1, p_y = \frac{1}{3})\} \tag{16}$$

b) Dibuje la dotaciones y las cantidades de equilibrio en una caja de Edgeworth. Determine la curva de contrato.

b) Respuesta b: Se omite el grafico. Para determinar la curva de contrato sabemos que se deben cumplir 3 condiciones[2]:

$$TMS_1 = TMS_2 \tag{17}$$
$$x_1 + x_2 = 2 \tag{18}$$
$$y_1 + y_2 = 4 \tag{19}$$

saco igualdad de tms:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{2y_2}{x_2} \tag{20}$$

Lo que buscamos es dejar una función entre los dos bienes, tal que $y_1 = f(x_1)$. para poder graficar en ese espacio. Por lo que de (18) y de (19) despejo $x_2 = 2 - x_1$ y $y_2 = 4 - y_1$ y reemplazo en TMS:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{2(4 - y_1)}{(2 - x_1)} \tag{21}$$

Multiplico cruzado, despejo y_1 y encuentro la curva de contrato:

$$y_1 = \frac{8x_1}{2 + x_1} \tag{22}$$

Si calculo la primera derivada saco la pendiente, vemos que es positiva.

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{16}{(2 + x_1)^2} > 0 \tag{23}$$

Por otro lado, puedo sacar la segunda derivada y determinar su curvatura:

$$\frac{d^2y_1}{d(x_1)^2} = \frac{-32}{(2 + x_1)^3} < 0 \tag{24}$$

Por lo vemos que es cóncava.

c) Determine el vector de precios de equilibrio, normalizando el precio del bien y a la unidad.

c) Respuesta c Hay dos formas de hacerlo, la primera es: reemplazo cantidades x_1^* y x_2^* y reemplazo $p_y = 1$

$$\frac{p_x + 1}{2p_x} + 2\frac{(p_x + 3)}{3p_x} = 2$$
$$p_x = 3 \tag{25}$$

La segunda forma[3] es con la relación de precios $(1, 1/3)$ que encontramos anteriormente en b), tengo que: $\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{1/3}$.

$$\rightarrow \frac{p_x}{p_y} = 3 \tag{26}$$

Con $p_y = 1$, reemplazo en (26) y queda $p_x = 3$.

[2] El 2 y 4 son las asignaciónes: $1 + 1$, $1 + 3$
[3] Pueden verlo como un sist de ecuaciones

d) Determine el vector de precios de equilibrio tal manera que el índice de precios $\frac{p_x}{3} + \frac{2p_y}{3}$ sea uno.

d) Respuesta d: Tengo que:

$$\frac{p_x}{3} + \frac{2p_y}{3} = 1 \tag{27}$$

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{1/3} \tag{28}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, llegamos a que $p_x = \frac{9}{5}$ y $p_y = \frac{3}{5}$.