Microeconomía II

Ayudantía 7

Profesor : Victor Macias.
Ayudante : Alejandro Poblete

1. Dos firmas exportadoras de celulosa, firma 1 y firma 2, liberan desechos tóxicos en el río. Suponga que el precio internacional de la celulosa es $P = 30/ton$. Las tecnologías de ambas firmas son distintas, lo que implica que las funciones de costos son:

$$C_1(q_1) = 10q_1 + 2q_1^2 \tag{1}$$
$$C_2(q_2) = 15q_2 + 5q_2^2 \tag{2}$$

Donde q_i es la cantidad de celulosa (en toneladas) producida por la firma i. La tecnología de la firma 1 es tal que por cada tonelada de celulosa producida, libera 4 toneladas de partículas, mientras la firma 2 libera 5 ton. Suponga que río abajo existe una cooperativa de pescadores artesanales, quienes se ven afectados por los desechos tóxicos echados al río, de forma tal que el costo total que incurren para extraer q toneladas de pescado es el siguiente:

$$C_p(q_p) = 5q_p + x \tag{3}$$

Donde x son toneladas totales de partículas presentes en el río.

a) En ausencia de políticas del gobierno. Determine la cantidad de celulosa producido por cada firma y la cantidad de partículas que cada una emite. ¿Es esto eficiente?

Solution: Cada firma maximiza su utilidad, C.P.O. $P = CMG$:

$$P = cmgp_1 => 10 + 4q_1 = 30 => \boxed{q_1 = 5} \tag{4}$$

Las emisiones de la firma 1 serán $e_1 = 5 * 4 = 20$ toneladas.
Para la firma 2:

$$P = cmgp_2 => 15 + 10q2 = 30 => \boxed{q_2 = 1,5} \tag{5}$$

Por lo que las emisiones de la firma 2 son: $e_2 = 1,5 * 5 = 7{,}5$ toneladas.
Vemos que no es eficiente porque existen externalidades al medio ambiente que las firmas no consideran en el proceso de deciscion de la producción. El nivel total de contaminación es $e_1 + e_2 = 27{,}5$.

b) El Gobierno decide regular la contaminación y lo designa a usted para determinar el nivel socialmente óptimo. ¿Que nivel escogería? Determine el impuesto de Pigou que induce ese nivel de contaminación.

Solution: Si consideramos la externalidad tenemos que el costo debe ser al costo social. $P = cmgs$: Para la firma 1:

$$P = cmgp_1 + cmge_1 = 10 + 4q1 + 4 = 30 => \boxed{q_1 = 4} \tag{6}$$

El nuevo nivel de emisiones de la firma 1 serán $e_1 = 4 * 4 = 20$ toneladas.
Para la firma 2:

$$P = cmgp_1 + cmge_2 => 15 + 10q_2 + 5 = 30 => \boxed{q_2 = 1} \tag{7}$$

Las emisiones en el óptimo social para la firma 2 son: $e_2 = 1 * 5 = 5$ toneladas.
La cantidad total producida es $Q = 5$ y el nivel óptimo de emisiones contaminación es:

$$4q_1 + 5q_2 = 21 \tag{8}$$

Luego debemos inducir un tax tal que se contamine en conjunto 21 toneladas de partículas (es decir, que cumpla (8)). Expresamos el impuesto para cada firma como (cpo):

$$P = Cmgp_1 + \tau \tag{9}$$
$$P = Cmgp_2 + \tau \tag{10}$$
$$\tag{11}$$

Despejamos q_1 y q_2:

$$10 + 4q_1 = 30 - \tau => q1 = \frac{4(20-\tau)}{4} \tag{12}$$
$$15 + 10q_2 = 30 - \tau => q2 = \frac{5(15-\tau)}{10} \tag{13}$$

Finalmente reemplazamos estas candiades en (8):

$$\frac{4(20-\tau)}{4} + \frac{5(15-\tau)}{10} = 21 \tag{14}$$
$$\boxed{\tau = \frac{13}{3}} \tag{15}$$

c) El Gobierno decide que cada firma puede emitir como máximo la mitad del nivel de contaminación socialmente óptimo y por lo tanto asigna una cuota de contaminación por ese monto a cada firma. Determine los niveles de producción y de emisión en este caso.

Solution: Si el gobierno permite a cada firma emitir máximo 10,5 toneladas de partículas, la firma 1 no podrá producir la cantidad de celulosa que producía antes. Lo máximo que producirá es:

$$e_1 = 4q_1 => 10{,}5 = 4q_1 \tag{16}$$
$$q_1 = \frac{10{,}5}{4} = 2{,}625 \tag{17}$$

La firma 2, producirá en su óptimo $q_2 = 1{,}5$ toneladas de celulosa. De hecho, también puede producir su nivel de contaminación óptimo $q_2 = 1$. En cualquiera de los dos casos, a la firma 2 le sobra cuota para contaminar.

d) Suponga que ahora se asignan derechos a contaminar equivalentes a las emisiones socialmente óptimas, los que se reparten en igual medida a cada firma. Suponga además que las firmas pueden negociar entre ellas estos derechos. Determine el número de derechos que son transados y el precio a que se transan. Para ello, suponga que las firmas toman el precio del permiso como dado y siga los siguientes pasos:

1) Escriba las utilidades de cada una de las firmas en función de la cantidad de permisos transados entre ambas (m), el precio de los mismos (pm) y la cantidad de celulosa producida por cada una.
2) Escriba las restricciones sobre la producción las firmas
3) Imponga condiciones de primer orden y resuelva.

Solution: Se supone que el mercado de los permisos es perfectamente competitivo, es decir, que las firmas no afectan el precio del permiso. Let m el número de permisos que se tranzan y p_m al precio en el cual se tranza cada permiso.

Se asignan 10,5 permisos para cada firma, pero como vemos, la firma 1 desearía emitir más contaminación (en su óptimo social, emite 16 de particulas). Por lo que tiene la firma 1 tiene incentivos a comprar permisos. La firma 1, que compra permisos, elige su nivel de producción tal que maximice su utilidad, en la cual se debe incorporar el costo de comprar los permisos. Por lo que resuelve el problema: $(pq - ct - mp_m)$

$$\max_{q_1} \Pi = 30q_1 - 10q_1 - 2q_2^2 - mp_m \tag{18}$$

Por otro lado, sabemos que la firma 2 venderá sus permisos, por lo que le agregamos el beneficio de vender los permisos:

$$\max_{q_2} \Pi = 30q_2 - 15q_2 - 5q_2^2 + mp_m \tag{19}$$

Luego podemos utilizar la relación de los permisos con la producción (paso2). Como la firma 1 compra permisos y además tiene 10,5 en permisos, podemos reescribir $e_1 = 4q_1$ como:

$$10{,}5 + m = 4q_1 => m = 4q_1 - 10{,}5 \tag{20}$$

Lo mismo para la firma 2, reescribimos $e_2 = 5q_2$ como: (recordad que firma 2 vende permisos, por eso a los 10,5 se le resta m)

$$10{,}5 - m = 5q_2 => m = 10{,}5 - 5q_2 \tag{21}$$

Para la firma 1, reemplazamos (19) en (18) y maximizamos con respecto a q_1:

$$\max_{q_1} \Pi = 20q_1 - 2q_1^2 - (4q_1 - 10{,}5)p_m \tag{22}$$

$$\frac{d\pi}{dq_1} = 0 => 20 - 4q_1 - 4p_m = 0 \tag{23}$$

realizamos lo mismo para la firma 2, reemplazamos (21) en (19) y sacamos cpo:

$$\max_{q_2} \Pi = 15q_2 - 5q_2^2 + (10{,}5 - 5q_2)p_m \tag{24}$$

$$\frac{d\pi}{dq_2} = 0 => 15 - 10q_2 - 5p_m = 0 \tag{25}$$

De (24) y (25) despejamos p_m e igualamos las dos ecuaciones:

$$3 - 2q_2 = 5 - q_1 => q_1 = 2q_2 + 2 \tag{26}$$

Finalmente, recordemos que las emisiones totales deben ser 21 (10.5 por firma), por lo que podemos utilizar la ecuación $4q_1 + 5q_2 = 21$. Reemplazando (26) en esto queda:

$$q_2 = 1 \quad q_1 = 4 \tag{27}$$

Reemplazamos (22) en (20):

$$m = 4q_1 - 10{,}5 = 4 * 4 - 10{,}5 => \boxed{m = 5{,}5} \tag{28}$$

Finalmente reemplazamos q_2 en (25):

$$15 - 10q_2 - 5p_m = 0 \tag{29}$$

$$15 - 10 = 5p_m => \boxed{p_m = 1} \tag{30}$$