Ayudantía 8

1. Habit Persistence

Considere el siguiente modelo de ciclos reales. Robinson Crusoe tiene una función de utilidad de forma $u(c_t, c_{t-1}) = \ln(c_t) + \gamma \ln(c_{t-1})$, y maximiza el valor presente de su utilidad desde cero al infinito con una tasa de descuento β en cada periodo. La función de producción de la economía es $y = f(k_t) = k_t^\alpha = c_t + i_t$, mientras que la ecuación de movimiento del capital es $k_{t+1} = k_t - \delta k_t + i_t$.

1. Defina las variables de estado y controlm y la ecuación de Bellmann.
2. Calcule las condiciones de primer orden y encuentre la ecuación de Euler (utilice teorema de Benveniste-Scheinkman).
3. Encuentre el equilibrio de estado estacionario. ¿Existe diferencia si es que no hubiese habitos persistentes?

2. Variable Labor

Suponga que ahora la utilidad de Robinson es $u(c_t, h_i)$, donde c_t y h_t (h_t son las unidades de trabajo del invdividuo y $1 - h_t$ la unidades de ocio). Maximiza el valor presente de su utilidad desde cero al infinito con una tasa de descuento β en cada periodo. La función de producción de la economía es $y = f(k_t, h_t) = c_t + i_t$, mientras que la ecuación de movimiento del capital es $k_{t+1} = k_t - \delta k_t + i_t$. La restricción de las unidades de trabajo es $h_t \leq 1$.

1. Defina las variables de control y de estado. Encuentre la ecuación de Bellman.
2. Encuentre las condiciones de equilibrio del modelo.
3. Ahora considere que la función de producción es $f(k_t, h_t) = k_t^\sigma h_t^{1-\sigma}$ y que la función de utilidad es $u(c_t, h_t) = \ln(c_t) + Aln(1 - h_t)$. Encuentre las condiciones de primer orden y las condiciones de equilibrio.

3. Ejercicio Propuesto

Suponga que existe un activo en la economía, que llamaremos *árbol*, y que cada agente i en el tiempo t tiene una acción s_t^i del árbol. El árbol produce frutas (dividendos) d_t en cada periodo, el cual es devuelto a los hogares para su consumo en proporción a las acciones que tiene en el árbol. Cada período, los agentes pueden vender o comprar acciones del arbol en el mercado de valores, el cuál se vacía de manera Walrasiana. La utilidad del agente por período es: $u(c_t^i) = \ln c_t^i$ y el factor de descuento es β. Denote el precio del árbol en el período t como p_t, por lo que el precio de una acción s_t^i es $p_t s_t^i$. La secuencia de dividendos es una serie exógena que es sabida de antemano. Suponga que la ecuación de movimiento es:

$$c_t + s_{t+1} p_t = s_t(d_t + p_t) \tag{1}$$

1. Determine el problema de optimización que enfrenta el hogar de tipo i en el período t. Encuentre la ecuación de Bellman.
2. Cual es la variable de control y de estado?.
3. Encuentre la ecuación de Euler.

4. Defina el equilibrio y muestre que el precio inicial del arbol, p_t satisface:

$$p_t = \frac{\beta}{1-\beta} d_t \tag{2}$$

5. Suponga ahora que la utilidad es $u(c_t^t) = \frac{(c_t^i)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$, con $\sigma > 0$ y $\sigma \neq 1$. Encuentre la ecuación de Euler.