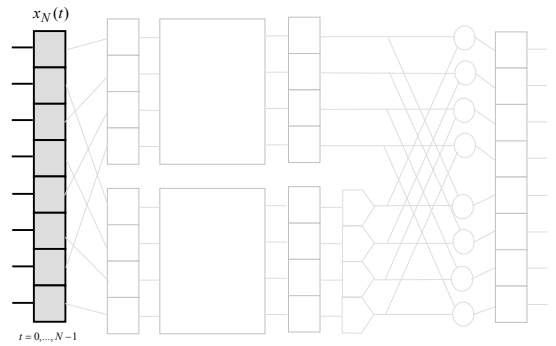


Calcul Récursif de la Transformée de Fourier Rapide

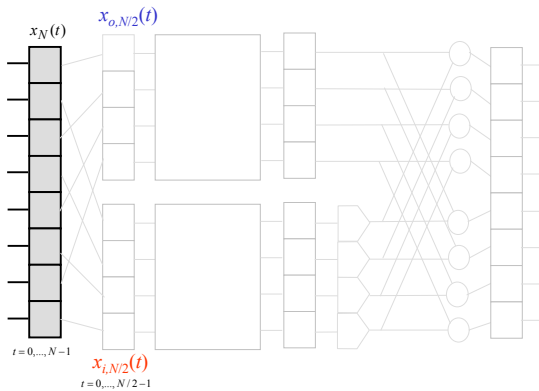
$$X(k) = \sum_{t=0}^{N-1} x(t) \exp \left[-2\pi j \frac{kt}{N} \right]$$

<http://www.essi.fr/~leroux/>

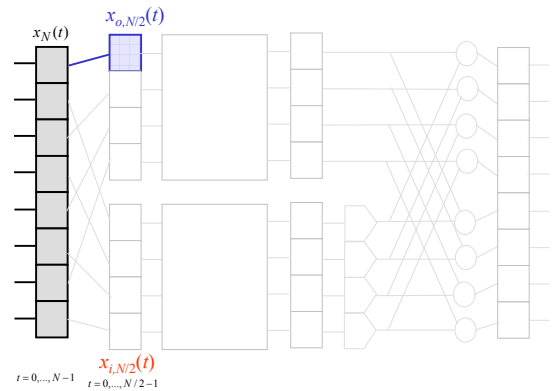
Transformation d'une séquence d'un nombre N pair d'échantillons



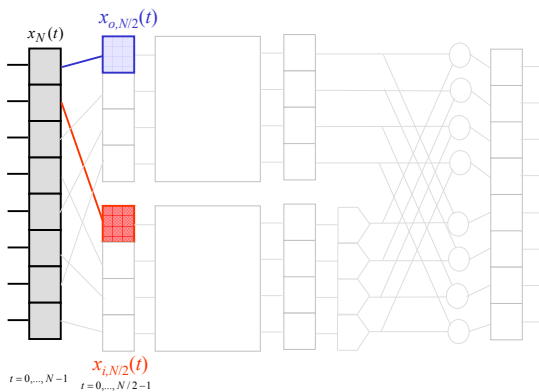
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



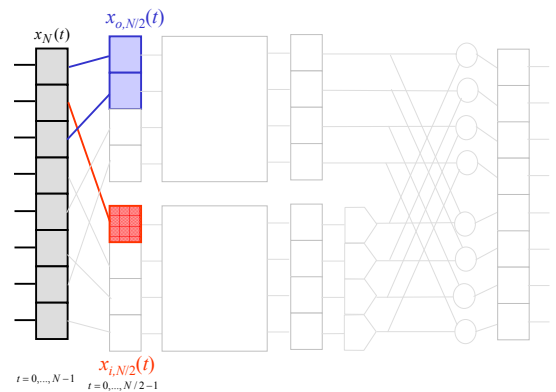
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



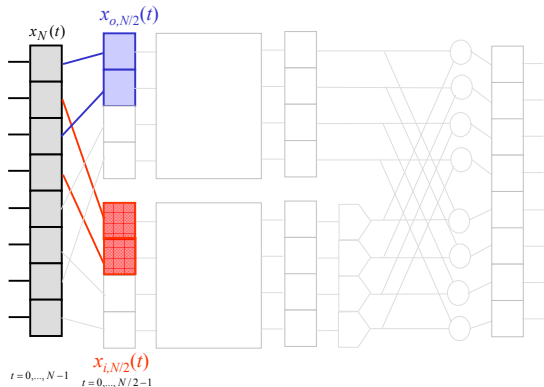
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



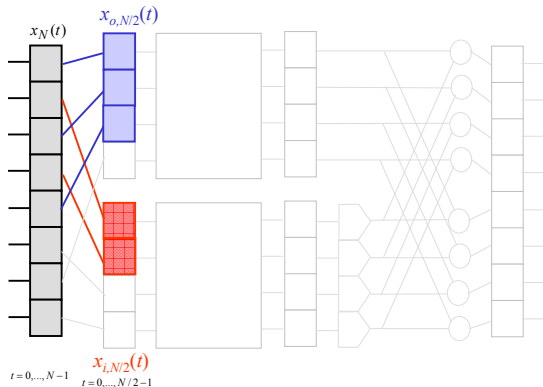
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



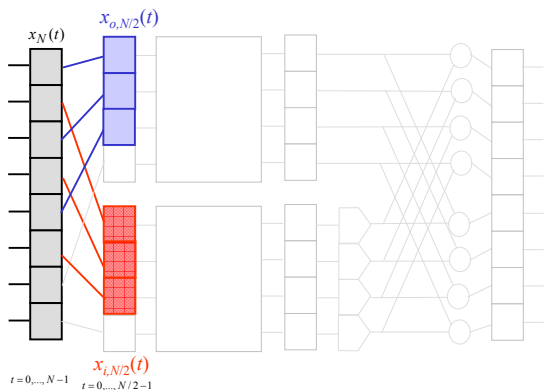
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



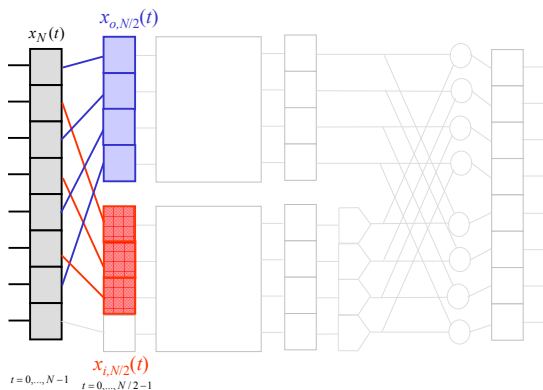
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



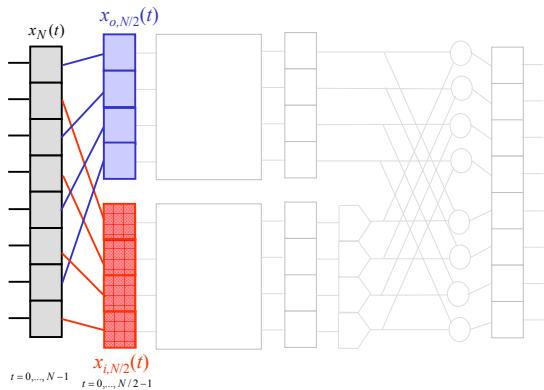
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



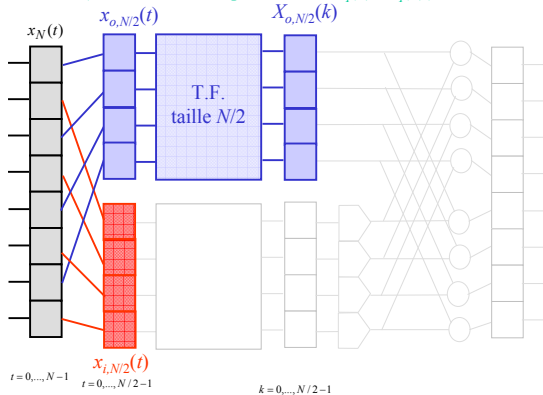
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



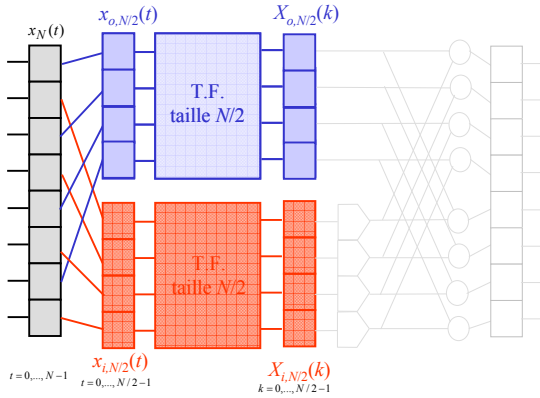
Séparation deux séquences d'échantillons de numéro pair et impair



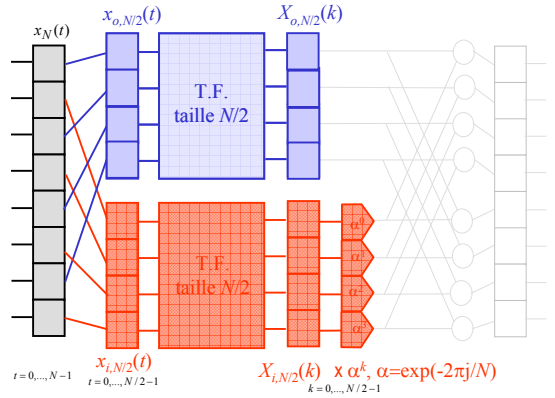
Calcul de la T. F. des échantillons de **numéro pair** (taille $N/2$) (*récurtivité; arrêt pour $N=1$: $X_i(0)=x_i(0)$*)



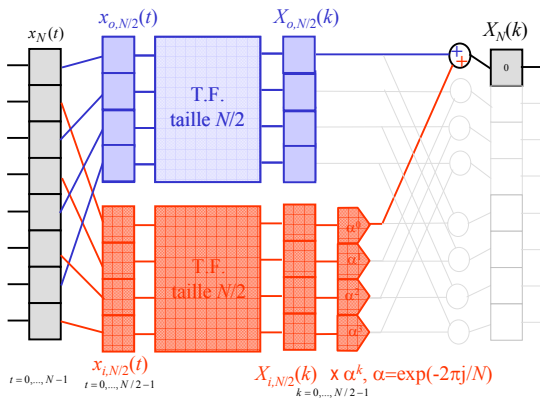
Calcul de la T. F. des échantillons de **numéro impair** (taille $N/2$)
(*récurtivité*)



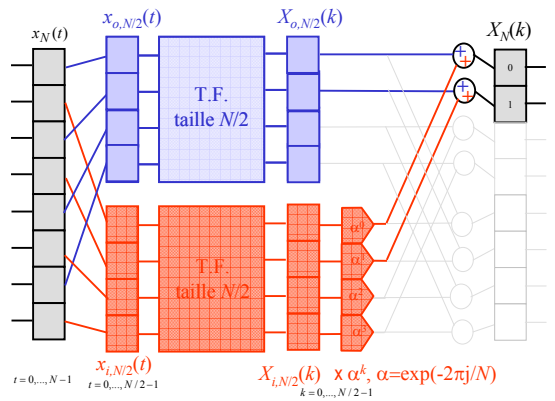
Multiplication des échantillons $x_{i,N/2}(k)$ (taille $N/2$)



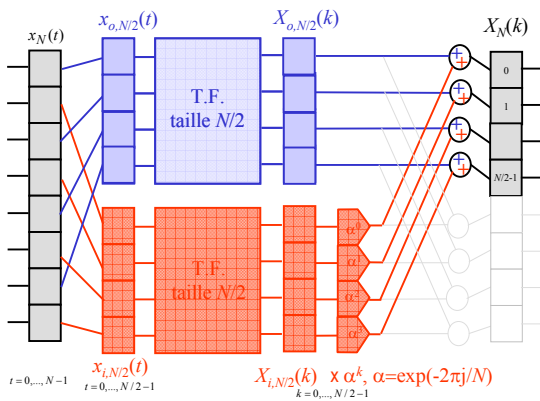
Obtention par addition des $N/2$ premiers termes de $X_N(k)$ (taille N)



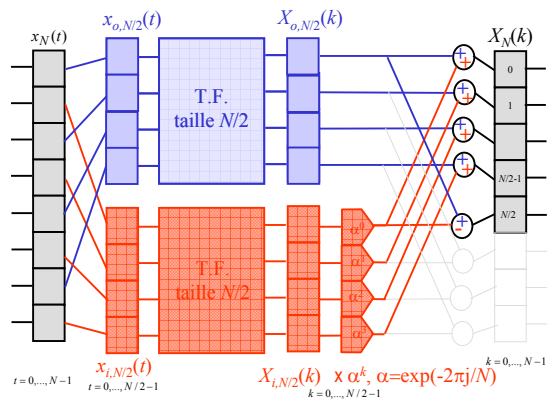
Obtention par addition des $N/2$ premiers termes de $X_N(k)$ (taille N)



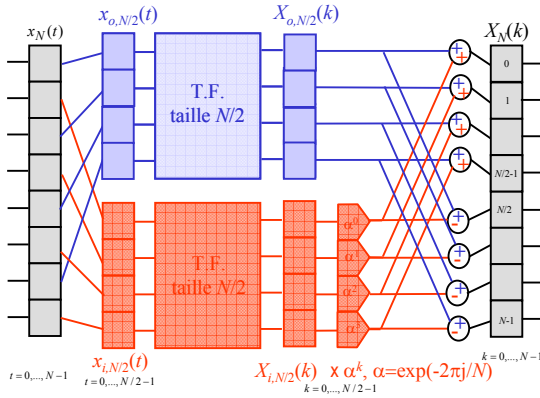
Obtention par addition des $N/2$ premiers termes de $X_N(k)$ (taille N)



Obtention par **soustraction** des $N/2$ derniers termes de $X_N(k)$ (taille N)

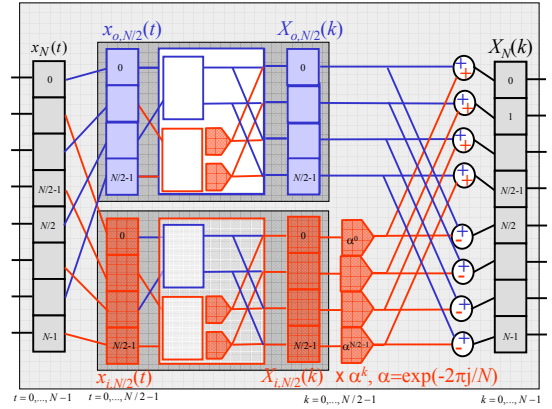


Obtention par **soustraction** des $N/2$ derniers termes de $X_N(k)$ (taille N)



$\log_2 N$ étapes

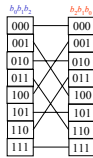
$N/2$ multiplications par étape



- On peut commencer par effectuer *tous* les tris en séquences d'échantillons de numéros pairs et impairs avant de faire le calcul récursif

("bit reversal") :

représentation binaire de t : $b_0 b_1 b_2 \dots b_m$,
on range $x(t)$ à l'adresse $b_m \dots b_2 b_1 b_0$.



- Calcul préalable et mémorisation des α^k pour les calculs répétitifs (ne pas refaire le calcul des exponentielles s'il est déjà fait !)
- Tenir compte d'une éventuelle **perte de précision** (quelques bits)

Références historiques

http://infopedia.ruv.net/fa/Fast_Fourier_transform.html

<http://www.conacyt.mx/secobi/bancos/cyd/pdf/139-70.pdf>

James W. Cooley and John W. Tukey,

"An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series," Math. Comput. 19, 297-301 (1965).

Carl Friedrich Gauss,

"Nachlass: Theoria interpolationis methodo nova tractata," Werke band 3, 265-327 (Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, 1866).

See also M. T. Heideman, D. H. Johnson, and C. S. Burrus, "Gauss and the history of the fast Fourier transform," IEEE ASSP Magazine 1 (4), 14-21 (1984).