

Automne 2014

Modèles Mathématiques pour l'Image

Raphaëlle Chainé

Master Professionnel Image

Université Claude Bernard - Lyon 1

Dithering ou génération d'images en demi-tons

Image imprimée : Ensemble de points • Utilisation d'une seule encre noire (Pas d'encres grises) • Encres Cyan, Magenta et Jaune	Image numérique : Ensemble de pixels • Gamme complète de niveaux de gris Gamme complète de couleurs
--	---



2

Illusion de niveaux de gris intermédiaires

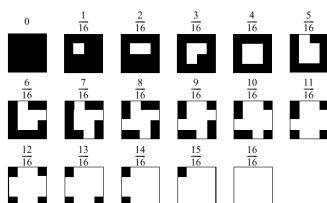
- Arrangement de points d'encre donnant l'illusion de nuances de gris
- Impression côte à côte de points noirs et blancs
- Repose sur une propriété de la vision humaine :
 - Impossibilité de détecter des points individuels s'ils sont inférieurs à 1/24 mm (seuil de visibilité 1/12 mm)
 - Au dessous de cette résolution, l'œil procède par intégration

3

Éléments de trame

- L'image imprimée est pavée par des éléments dits de trame
- Un élément de trame regroupe un ensemble de points noirs ou blancs
- La couleur totalement illusoire d'un élément de trame repose sur sa proportion de points noirs/blancs

4



Éléments de trame de taille 4*4, formés de points élémentaires noirs ou blancs

- Combien de nuances de gris peuvent-elles être simulées sur un élément de trame carré de largeur x?

5

De l'image de départ à l'image imprimée

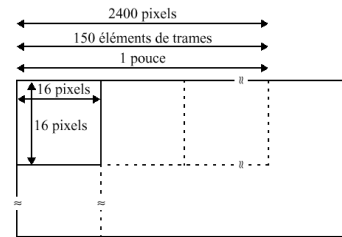
- Modèle simple
 - Chaque pixel est rendu par un élément de trame (composé de plusieurs points)
 - Quantification des niveaux d'intensité en fonction des niveaux de gris simulables sur la trame

6

Résolution et linéature

- Soit une image originale carrée de largeur $nbPixIn$
- Soit un dispositif d'impression travaillant à une résolution $ResOut$ (en points/pouce ou dpi)
 - Photocomposeuses (impression offset) à 1200 pts/pouces
 - Imprimantes Laser à 300 pts/pouces
- On désire imprimer l'image originale à la largeur $SizeOut$ (en pouces)
 - Taille maximale pour l'élément de trame ($ResOut * SizeOut / nbPixIn$)
- Linéature : fréquence de trame (en trames/pouce)
 - Suffisamment grande pour ne pas être perceptible
 - Suffisamment petite pour une meilleure gamme de gris

7



- Exemple : Reproduction, à l'échelle, d'une image numérisée par scanner à 300dpi.
 - Sur une photocomposeuse 1200 dpi, 4*4 points binaires pour un pixel
 - Sur une imprimante 300dpi, seulement 1pt binaire pour chaque pixel!

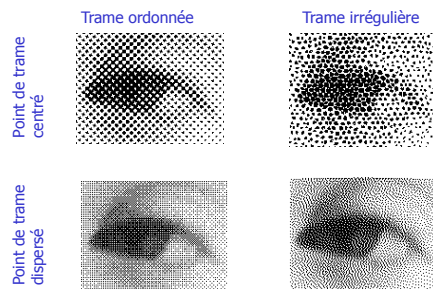
8

Comment organiser la disposition des points noirs/blancs dans un élément de trame?

- Algorithmes de génération de trames :
 - Obtention de l'intensité moyenne désirée
 - Minimisation des effets néfastes
- Choix dépendant de la résolution du dispositif d'impression
 - > 1200 pts/pouce : point de trame centré
 - < 600 pts/pouce : point de trame dispersé (ou algorithme d'impression par diffusion d'erreur)

9

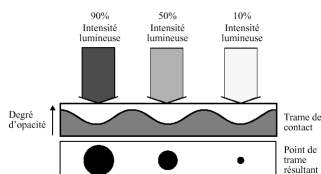
Principales méthodes de tramage



10

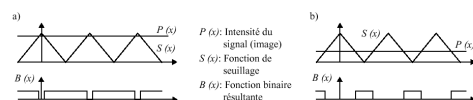
Tramage à point centré *Clustered-Dot Halftoning*

- Inspiration issue de la photolithographie
 - Projection du négatif, sur un film à degré d'opacité variable et dont la courbe de reproduction est une sigmoïde (une marche)



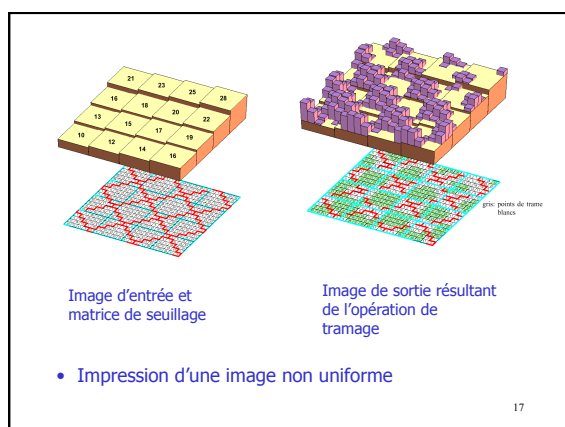
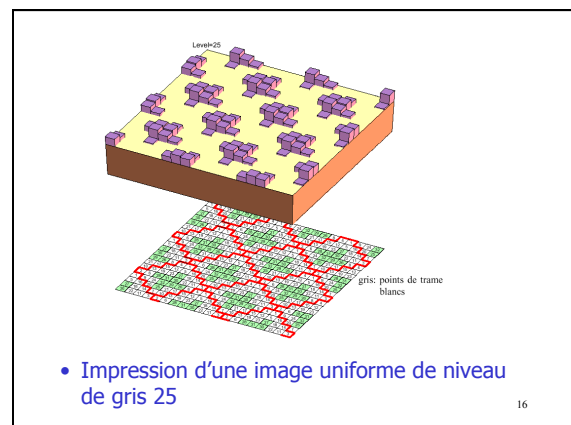
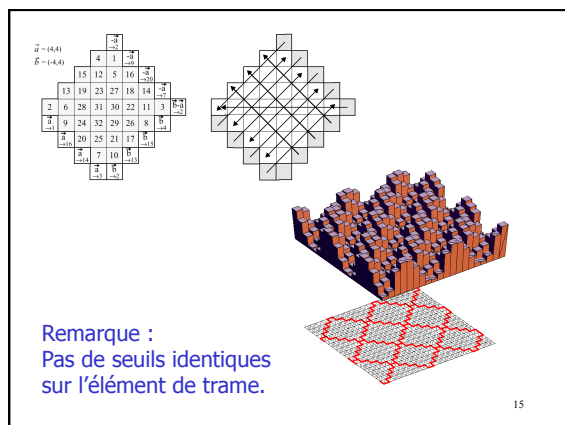
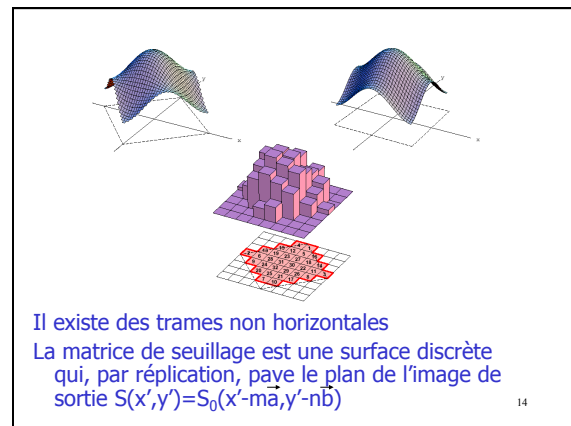
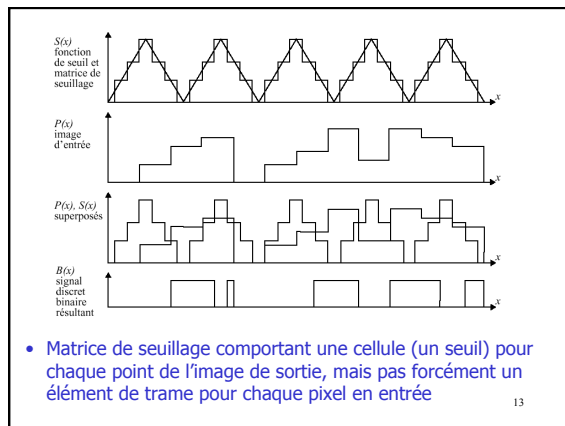
11

- Les générations de trame à points centrés reposent sur un principe identique
- Cas 1D (ligne de pixel)



- En fait ce procédé ne permet pas directement d'exploiter toute la capacité offerte par la trame
- Possibilité d'appliquer la fonction seuil directement sur l'image de départ (après mise à l'échelle du dispositif de sortie) et non pas sur un signal constant (tramage ordonné)

12



- 2 types de trames centrées :
 - À point centré blanc sur fond noir
 - À point centré noir sur fond blanc
- Qualité de la trame centrée
 - Si lorsqu'on fait varier l'intensité le motif de trame change de taille mais pas de forme

62	58	45	41	37	49	53	61
54	34	25	21	17	29	33	57
50	30	13	9	5	12	24	44
38	18	6	1	0	8	20	40
42	22	10	2	3	4	16	36
46	26	14	7	11	15	28	48
59	35	31	19	23	27	32	52
63	55	51	39	43	47	56	60

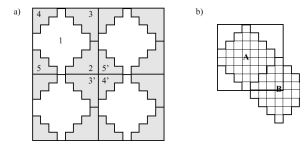
Trame horizontale à point centré blanc



19

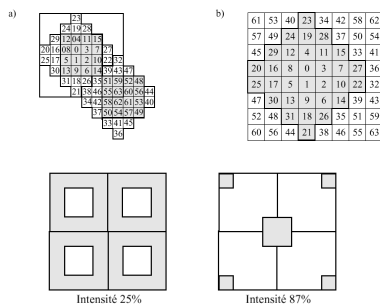
Mesure de la qualité d'une trame centrée horizontale

- A 50 % d'intensité les valeurs de seuillage inférieures doivent se trouver à l'intérieur du carré A (zone de croissance blanche)
- Et les valeurs supérieures à l'intérieur du carré B (zone de croissance noire)



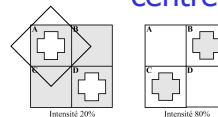
20

Élément de trame centré équilibré



21

Mesure de la qualité d'une trame centrée diagonale



23	20	09	13	24	26	29	40	36	25
16	07	01	05	17	33	42	48	44	32
12	04	00	02	10	37	45	49	47	39
19	06	03	08	14	30	43	46	41	35
22	15	11	18	21	27	34	38	31	28
26	29	40	36	25	23	20	09	13	24
33	42	48	44	32	16	07	01	05	17
37	45	49	47	39	12	04	00	02	10
30	43	46	41	35	19	06	03	08	14
27	34	38	31	28	22	15	11	18	21

Trame centrée diagonale de taille $\sqrt{25}^2$

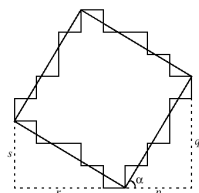
22

Trames obliques

$$\alpha = \arctan(p/q)$$

Surface de la trame

$$S = \sqrt{p^2 + q^2} \cdot \sqrt{s^2 + r^2}$$



23

Tramage à point dispersé

- Meilleur rendu des détails sur dispositifs d'impression de résolution moyenne (75 à 300 dpi)
- Trame moins visible avec des matrices de seuillage à trame dispersée
- Trame de Bayer obtenues par récurrence

$$D^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad D^{(2n)} = \begin{bmatrix} 4D^{(n)} + D_{00}^{(2)} \cdot U^{(n)} & 4D^{(n)} + D_{01}^{(2)} \cdot U^{(n)} \\ 4D^{(n)} + D_{10}^{(2)} \cdot U^{(n)} & 4D^{(n)} + D_{11}^{(2)} \cdot U^{(n)} \end{bmatrix}$$

Un matrice n*n ne contenant que des 1

24



Bayer 2*2

Bayer 4*4

Bayer 8*8

- Bon rendu des détails mais présence d'artefacts gênants (croix)

Il existe aussi des trames dispersées tournées et des trames dispersées aléatoires

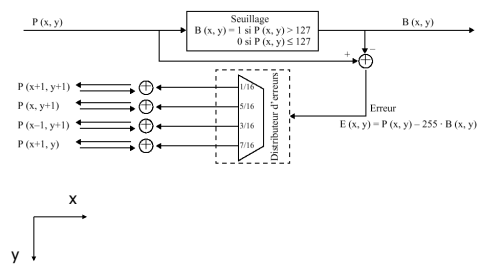
25

Tramage par diffusion d'erreur

- Rendu à basse et moyenne résolution
- Principe :
 - Balayage par ligne
 - Chaque pixel est comparé à l'intensité moyenne $(I_{\min} + I_{\max})/2$ et remplacé par I_{\min} ou I_{\max} en conséquence
- Ce faisant on commet l'erreur $I_{\text{entrée}} - I_{\text{sortie}}$
- Cette erreur est répercutée sur les pixels voisins non encore traités

26

Diffusion d'erreur (Floyd-Steinberg)



27

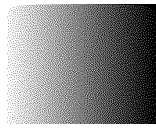
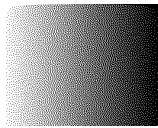


Diffusion d'erreur
(Floyd-Steinberg)

28

Autres matrices de diffusion d'erreur

$\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 16 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ <p>(a) Floyd and Steinberg</p>	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 5 & 3 \\ 48 & 1 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ <p>(b) Jarvis, Judice and Nink</p>	$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 4 \\ 42 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ <p>(c) Stucki</p>
--	---	---



29

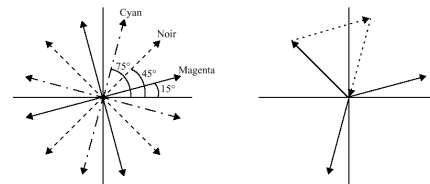
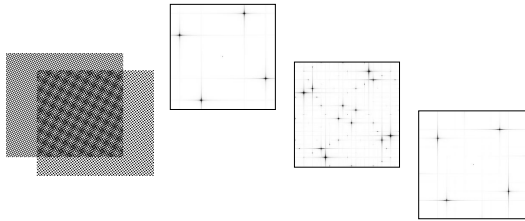
Reproduction couleur

- 3 couleurs (Cyan, Magenta, Jaune) + Noir
- Eviter que la trame ne comporte des éléments de basses fréquences
- Lors de la reproduction couleur, effet de moiré (convolution des fréquences associées aux couches individuelles superposées)

30

Superposition des couches :

- Interférences entre trames des différentes couches (effet de moiré)
 - Multiplication du signal par des filtres à 0 ou 1 point coloré
- > Convolution dans le domaine des fréquences



32

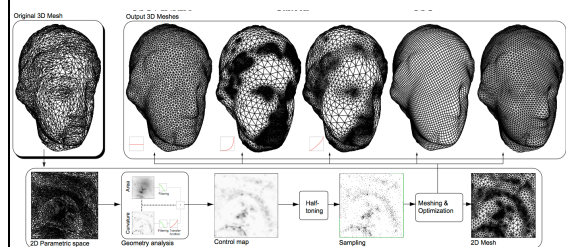
Pour aller plus loin...

- Articles et tutoriaux de Victor Ostromoukhov (dont sont tirées les images apparaissant dans cette présentation)

33

Applications au remaillage

- Alliez et al



34