

Проект №1: Тело, брошенное под углом к горизонту.

Факультет систем управления и робототехники

Выполнил: студент гр. R3137

Егорова Алена Игоревна

Преподаватель: Смирнов Александр Витальевич

Санкт-Петербург, 2022

Выполнение задания без учёта
силы сопротивления среды

Расчёт зоны поражения в
зависимости от начальной
скорости и направления

Листинги программ

Расчёт начальной скорости и
угла, под которым должен быть
выпущен снаряд в зависимости
от координат цели

Листинги программ

Численный эксперимент

Листинги программ

Выполнение задания с учётом силы
сопротивления среды

Расчёт зоны поражения в
зависимости от начальной
скорости и направления

Листинги программ

Численный эксперимент

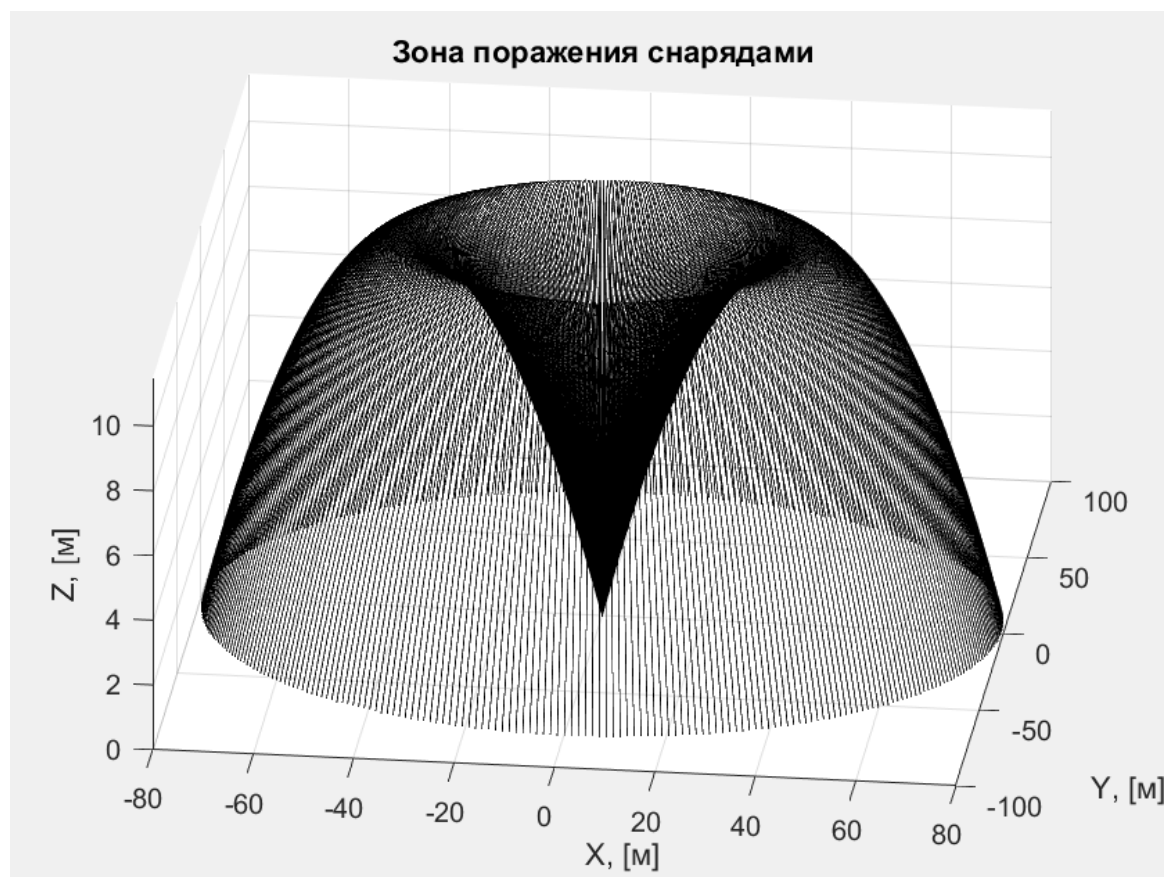
Листинги программ

Вывод

Выполнение задания без учёта силы сопротивления среды

Расчёт зоны поражения в зависимости от начальной скорости и направления

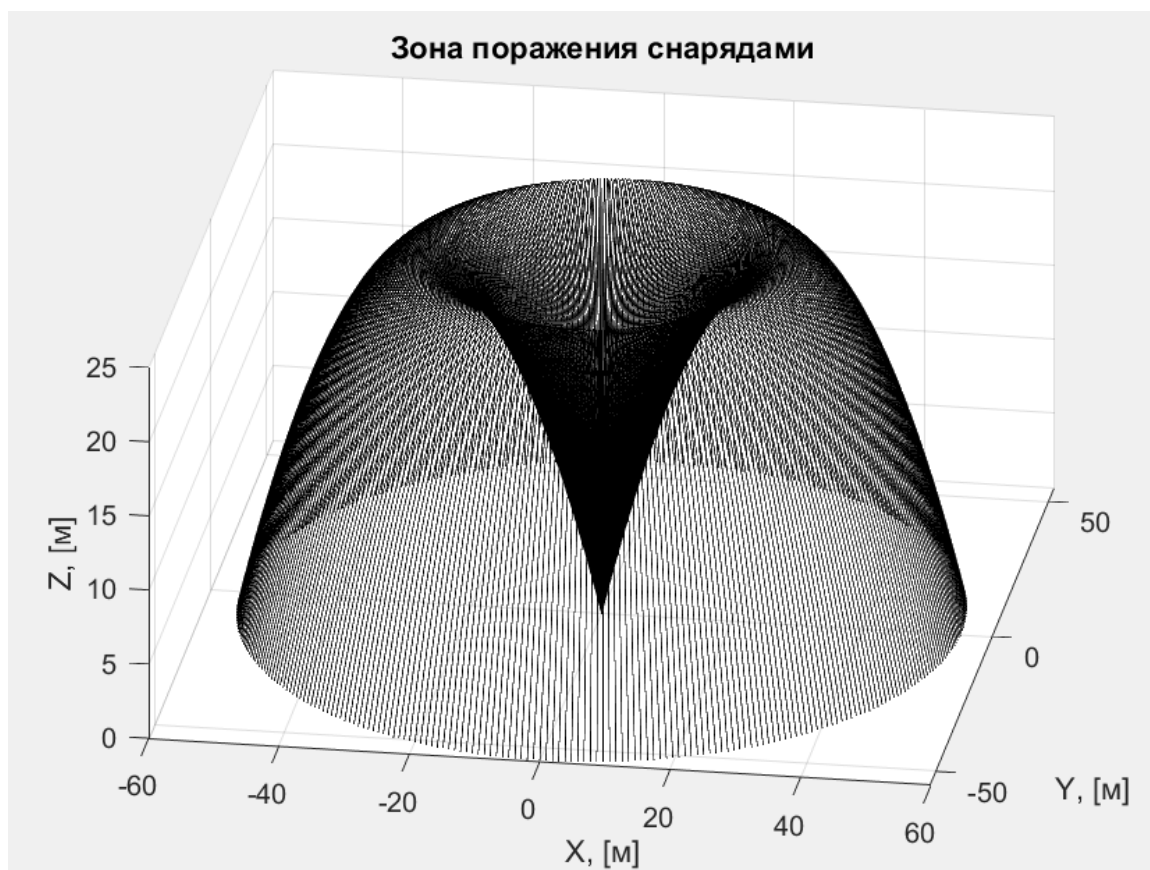
▼ Рисунок №1. График зоны поражения.



$$v_0 = 30$$

$$\alpha = 30$$

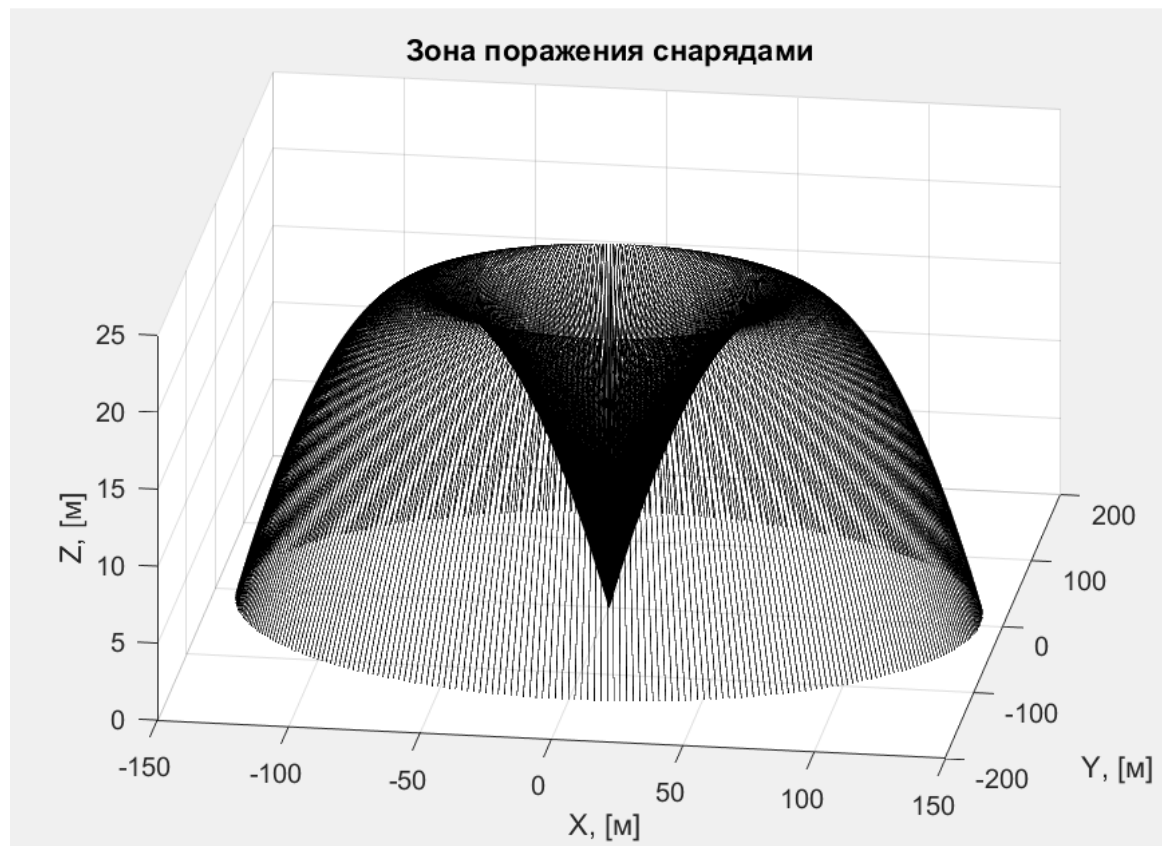
▼ Рисунок №2. График зоны поражения.



$$v_0 = 25$$

$$\alpha = 60$$

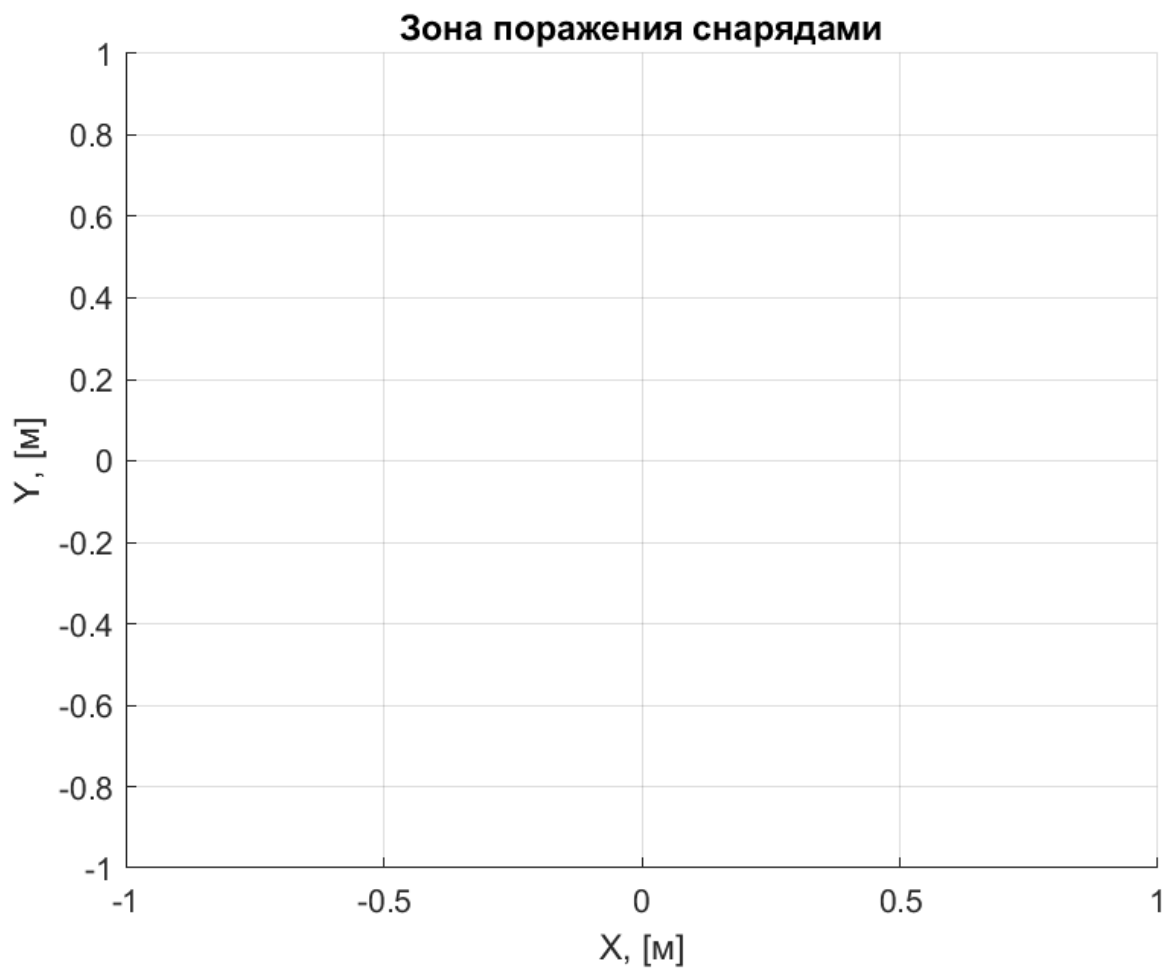
▼ Рисунок №3. График зоны поражения.



$$v_0 = 40$$

$$\alpha = 30$$

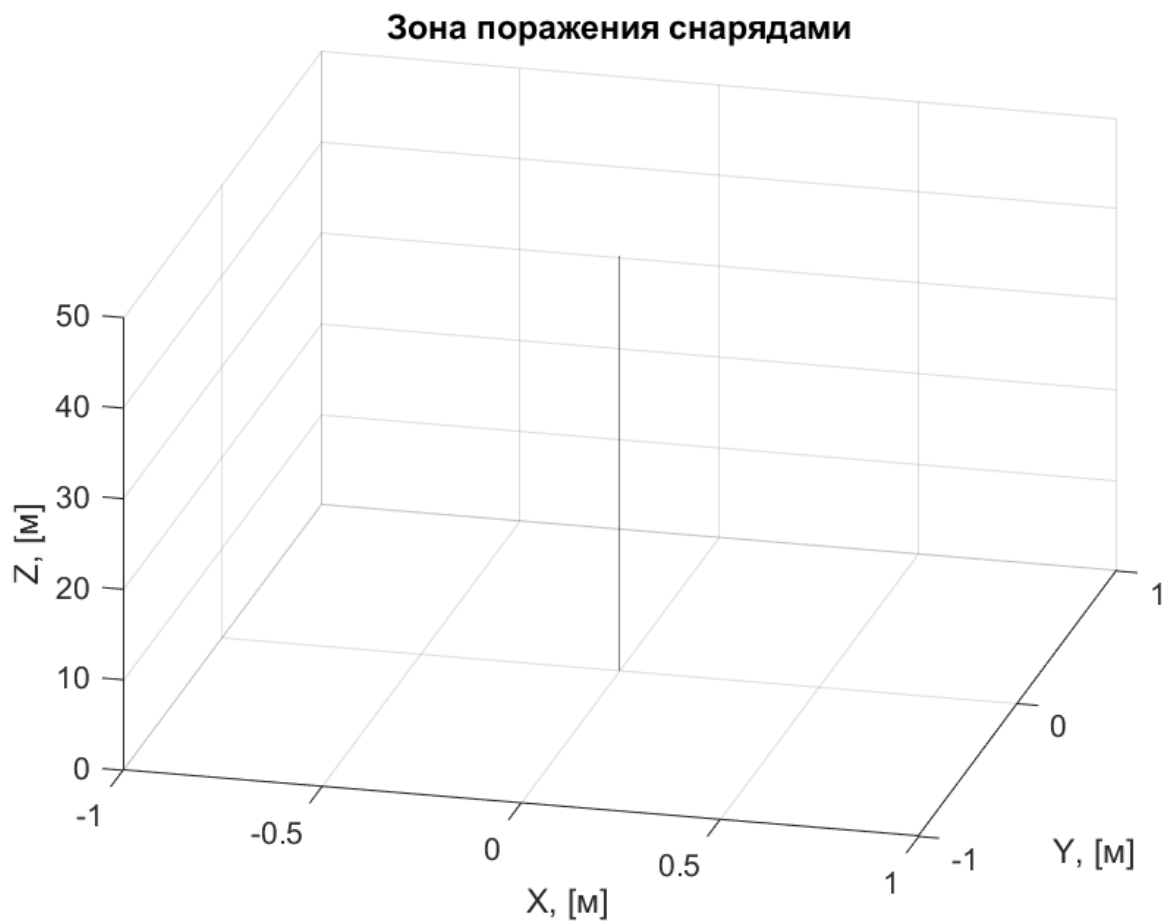
▼ Рисунок №4. График зоны поражения.



$$v_0 = 0$$

$$\alpha = 45$$

▼ Рисунок №5. График зоны поражения.



$$v_0 = 30$$

$$\alpha = 90$$

Листинги программ

▼ Листинг №1. Код расчётной программы в MATLAB.

```
% Дано :
v_0 = input('Начальная скорость снарядов, [м/с] : ');
a = input('Направление снаряда, [°] : ');
sina = sin(a * pi / 180);

if a==90
    cosa=0;
else
    cosa=cos(a * pi / 180);
end

g = 9.8;

% Решение :
h = (v_0^2) / (2 * g);
s = (v_0^2) / g;

hold on
for o = 0 : pi / 180 : 2 * pi
    t = 0 : 0.005 : 2.*v_0.*sina / g;
    x = v_0.*cosa.*t.*cos(o);
    y = v_0.*cosa.*t.*sin(o);
```

```

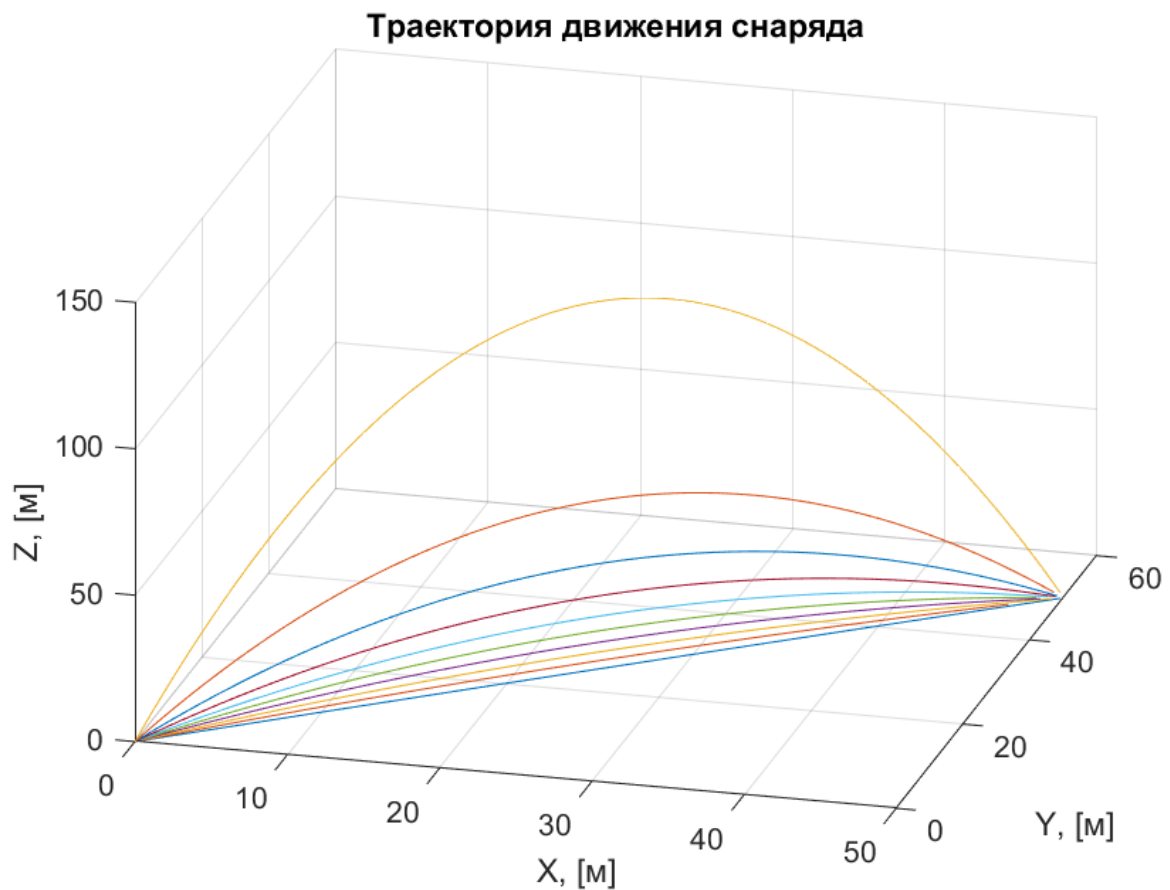
    z = v_0.*sina.*t - (g.*t.^2)/2;
    plot3(x,y,z,'Color','black');
end
hold off

title('Зона поражения снарядами')
xlabel('X, [м]');
ylabel('Y, [м]');
zlabel('Z, [м]');
grid on;

```

Расчёт начальной скорости и угла, под которым должен быть выпущен снаряд в зависимости от координат цели

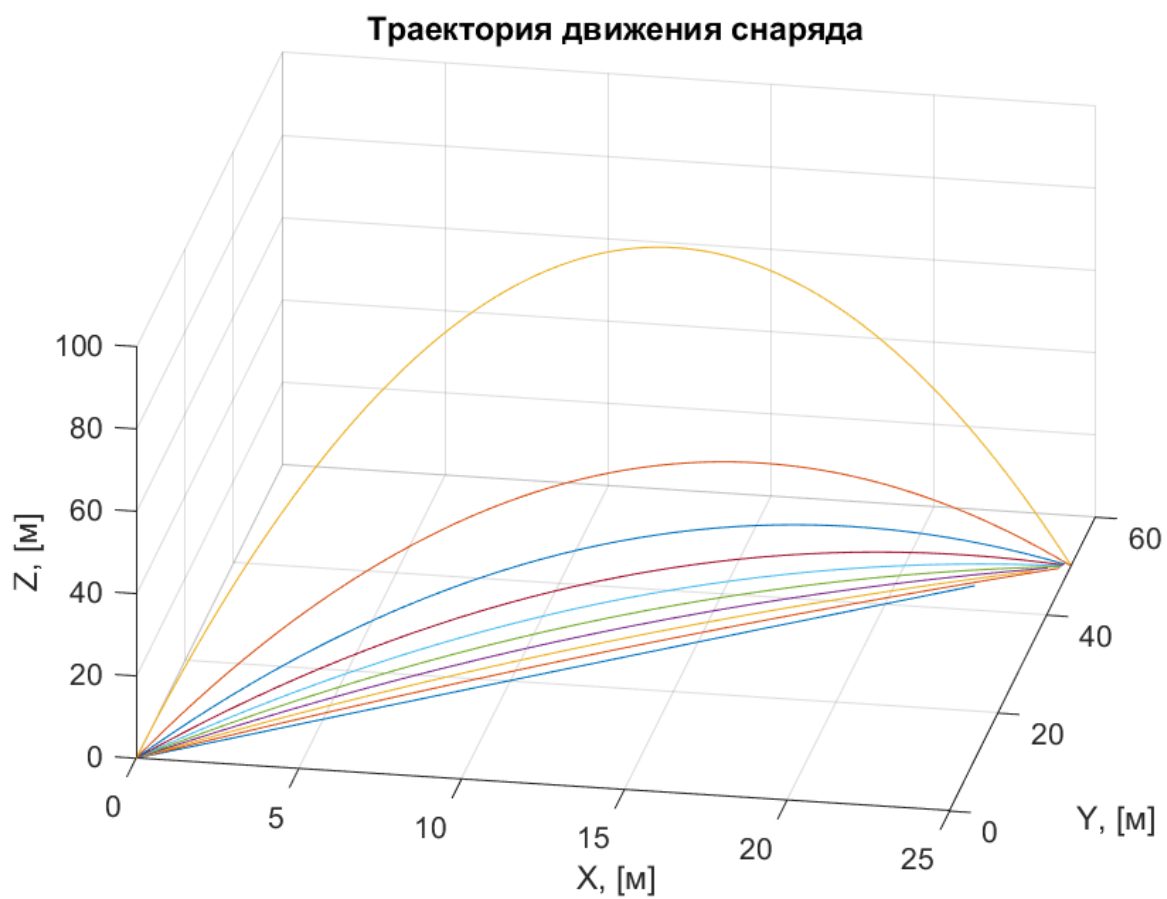
▼ Рисунок №6. График движения снаряда.



$$x = 50$$

$$y = 50$$

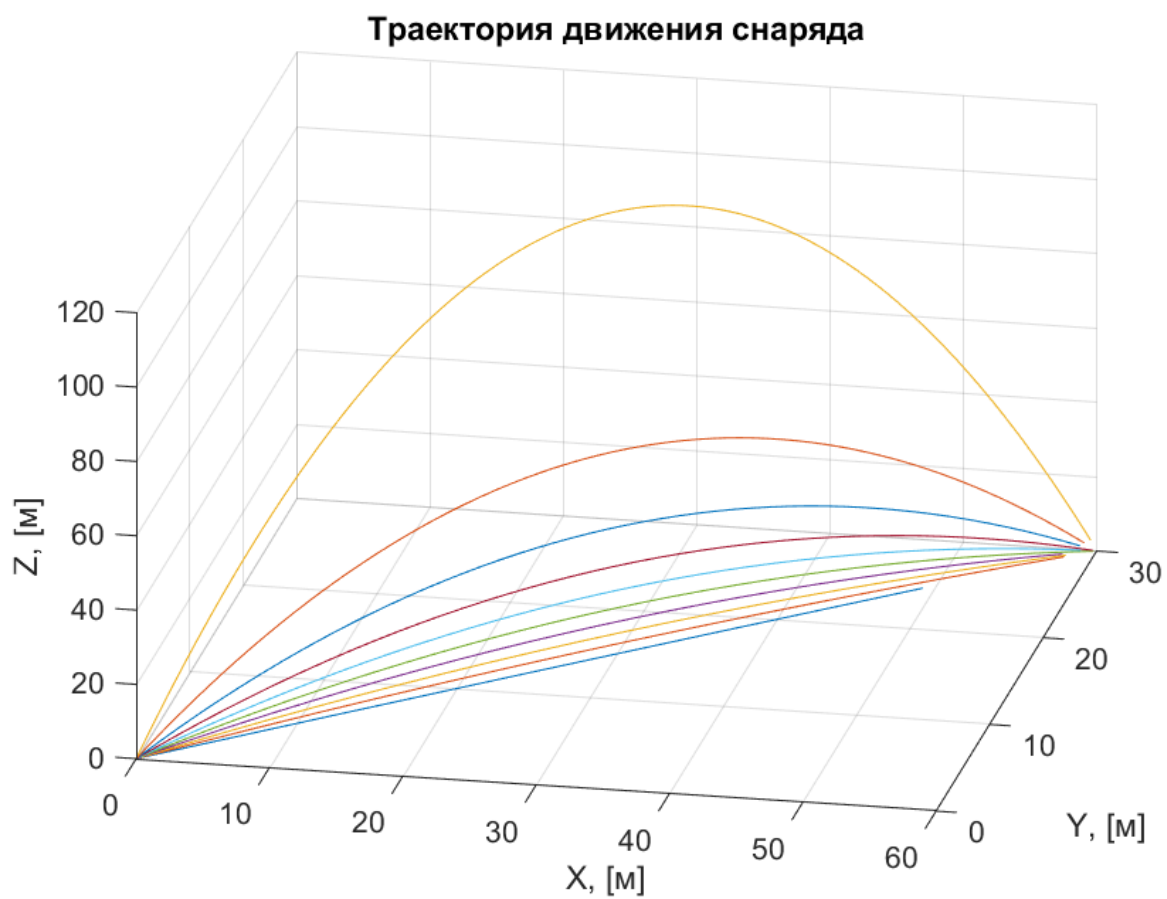
▼ Рисунок №7. График движения снаряда.



$$x = 25$$

$$y = 50$$

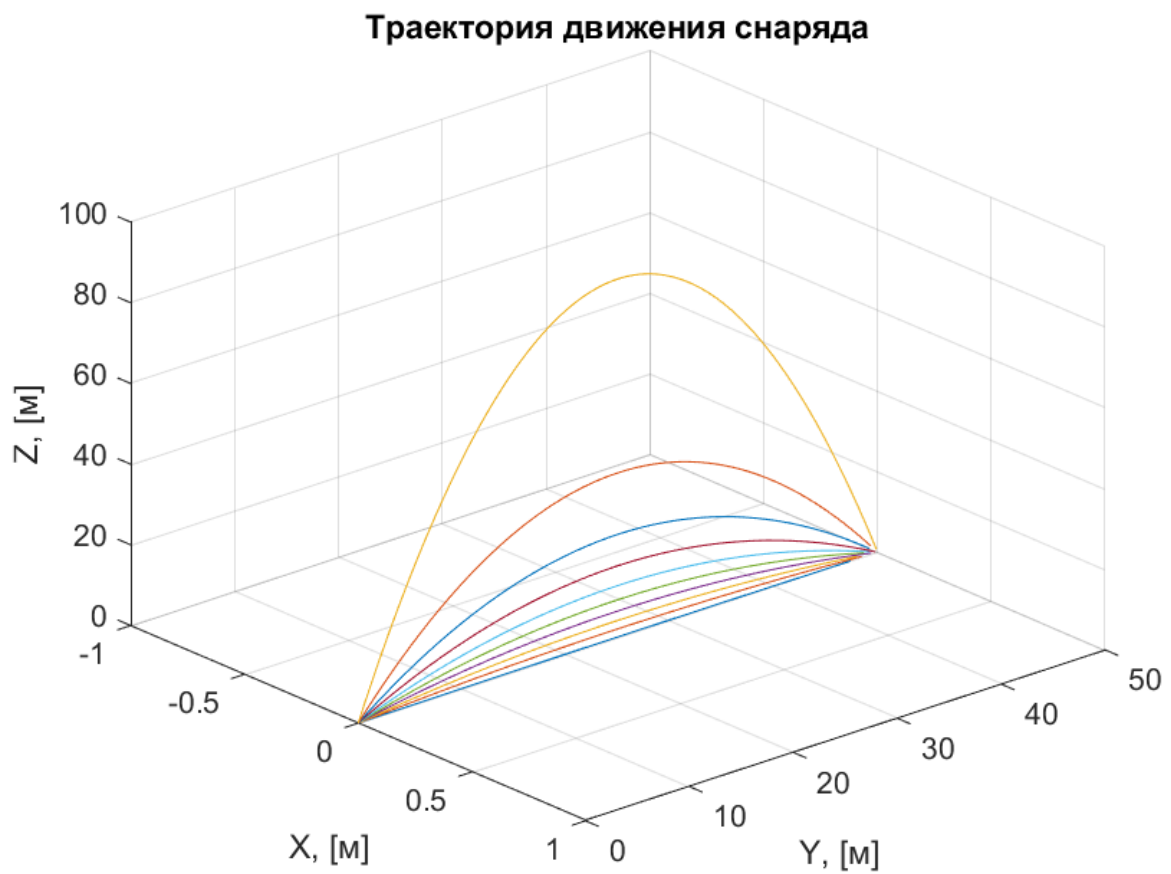
▼ Рисунок №8. График движения снаряда.



$$x = 60$$

$$y = 30$$

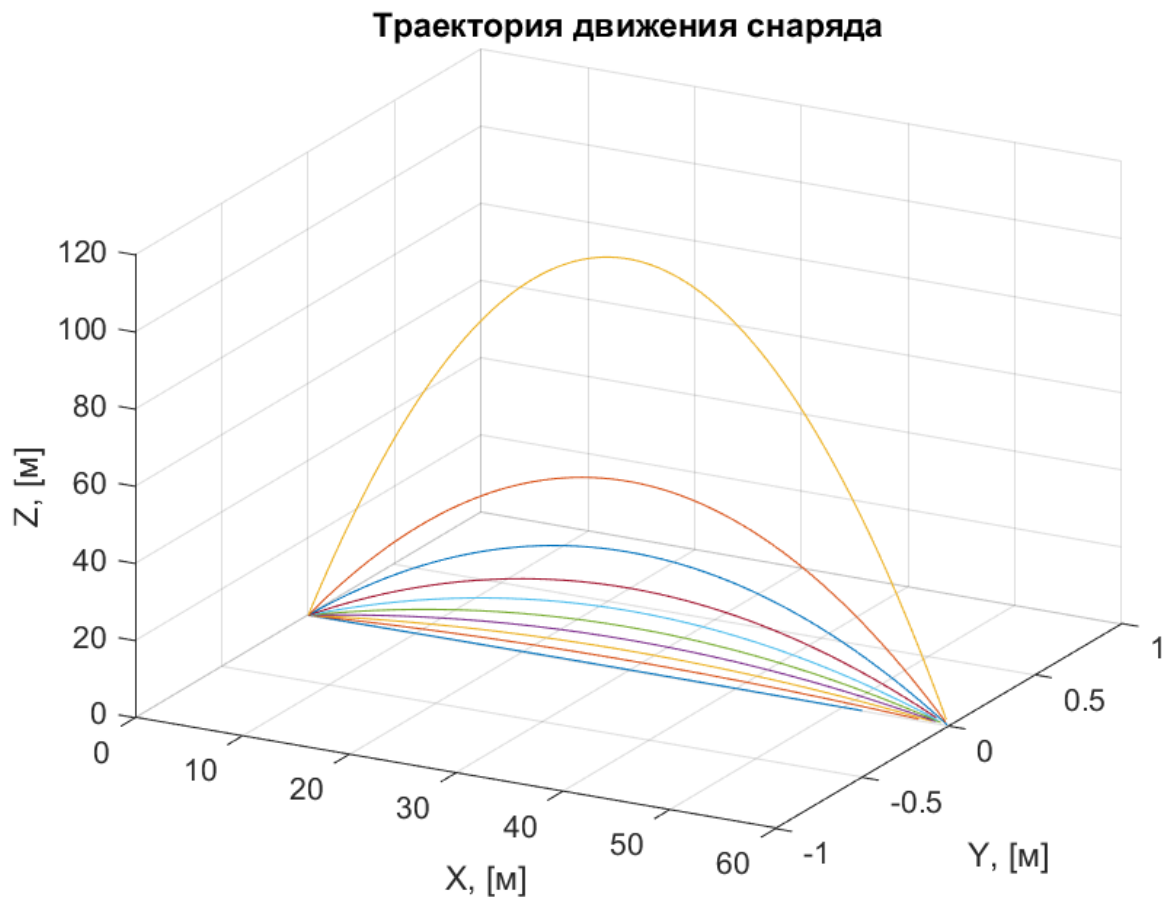
▼ Рисунок №9. График движения снаряда.



$$x = 0$$

$$y = 50$$

▼ Рисунок №10. График движения снаряда.



$$x = 60$$

$$y = 0$$

Листинги программ

▼ Листинг №2. Код расчётной программы в MATLAB.

```
% Дано :
x = input('Целевое значение x, [м] : ');
y = input('Целевое значение y, [м] : ');
g = 9.8;

% Решение :
L = sqrt((x.^2) + (y.^2));
o = atan2(y,x);
sino = sin(o);

if o==pi/2
    coso=0;
else
    coso=cos(o);
end

hold on;
for a = pi / 180 : pi / 20 : pi / 2
    v_0 = sqrt(L * g / sin(2 * a));
    t = 0 : 0.1 : 2.*v_0.*sin(a) / g;
    x = v_0.*cos(a).*t.*coso;
    y = v_0.*cos(a).*t.*sino;
```

```

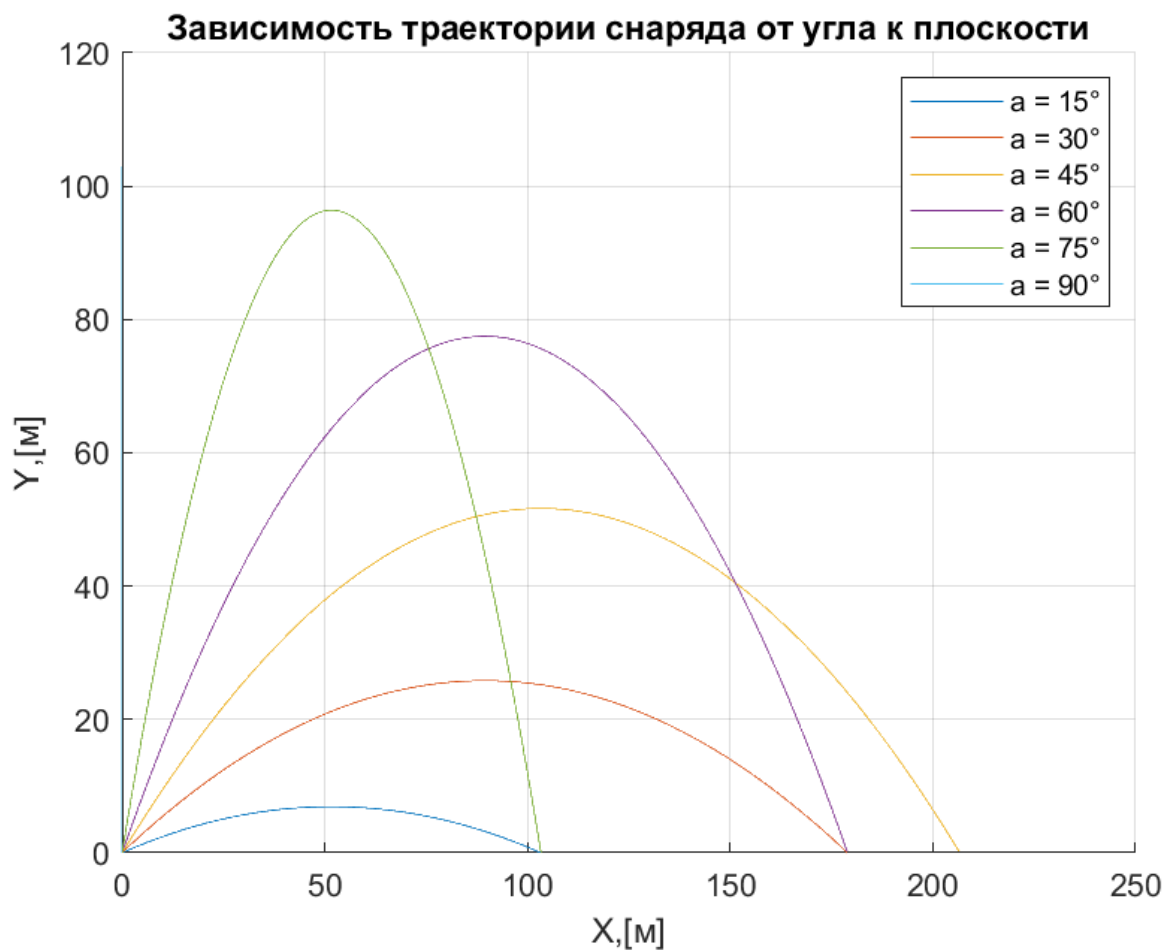
z = v_0.*sin(a).*t - (g.*t.^2) / 2;
if v_0 < 850
    plot3(x,y,z);
end
end
hold off;

title('Траектория движения снаряда')
xlabel('X, [м]');
ylabel('Y, [м]');
zlabel('Z, [м]');
grid on;

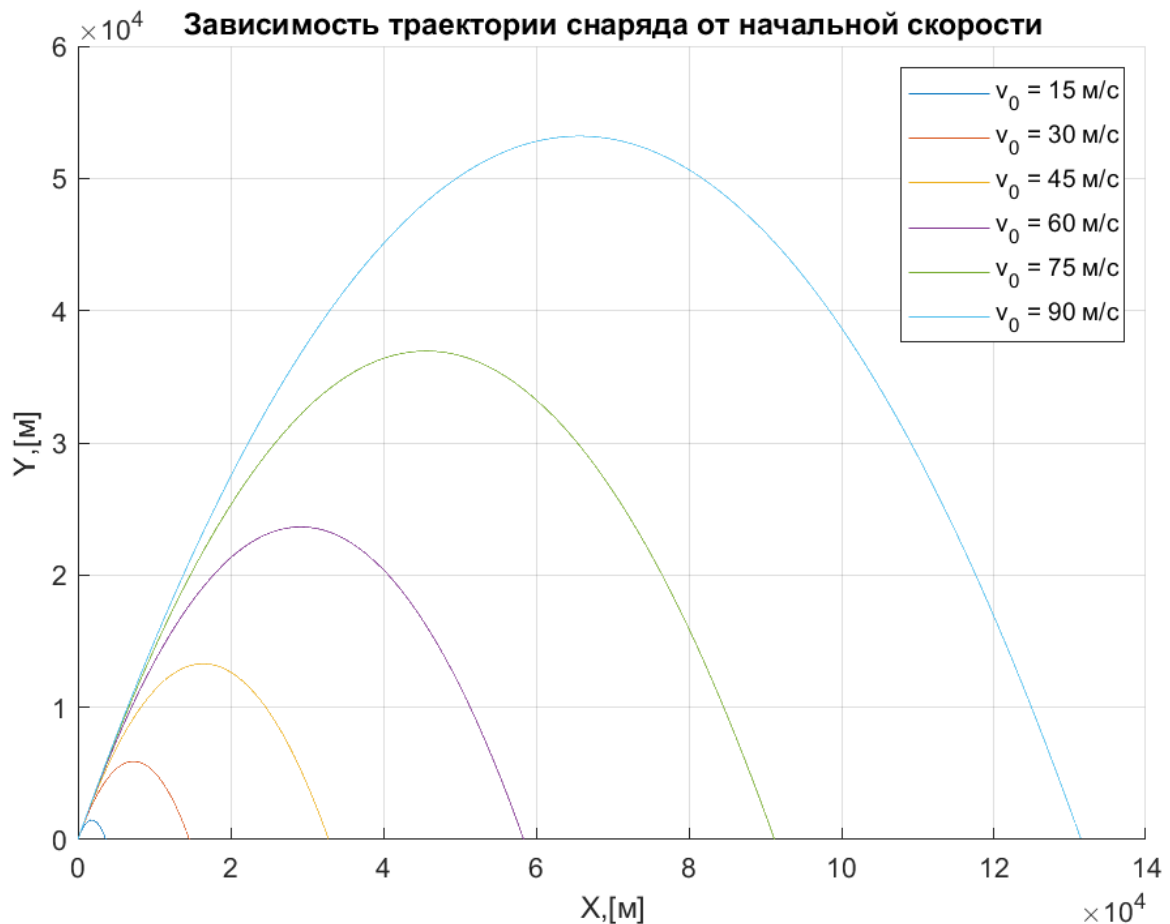
```

Численный эксперимент

▼ Рисунок №11. Сравнительный график траекторий движения снаряда в зависимости от угла к плоскости.



▼ Рисунок №12. Сравнительный график траекторий движения снаряда в зависимости от начальной скорости.



Листинги программ

▼ Листинг №3. Код расчётной программы в MATLAB для исследования зависимости траектории от угла к плоскости.

```
% Дано :
v_0 = input('Начальная скорость снарядов, [м/с] : ');
o = 0;
g = 9.8;

% Решение :
hold on
for i = 15 : 15 : 90
    a = i * pi / 180;
    t = 0 : 0.005 : 2.*v_0.*sin(a) / g;
    x = v_0.*cos(a).*t.*cos(o);
    y = v_0.*sin(a).*t - (g.*t.^2) / 2;
    plot(x,y);
end
hold off;

title('Зависимость траектории снаряда от угла к плоскости')
xlabel('X, [м]');
ylabel('Y, [м]');
legend('a = 15°', 'a = 30°', 'a = 45°', 'a = 60°', 'a = 75°', 'a = 90°');
grid on;
```

▼ Листинг №4. Код расчётной программы в MATLAB для исследования зависимости траектории от начальной скорости.

```
% Дано :
a = input('Направление снаряда, [°] : ');
o = 0;
g = 9.8;

% Решение :
hold on
for v_0 = 200 : 200 : 1200
    t = 0 : 0.005 : 2.*v_0.*sin(a) / g;
    x = v_0.*cos(a).*t.*cos(o);
    y = v_0.*sin(a).*t - (g.*t.^2) / 2;
    plot(x,y);
end
hold off

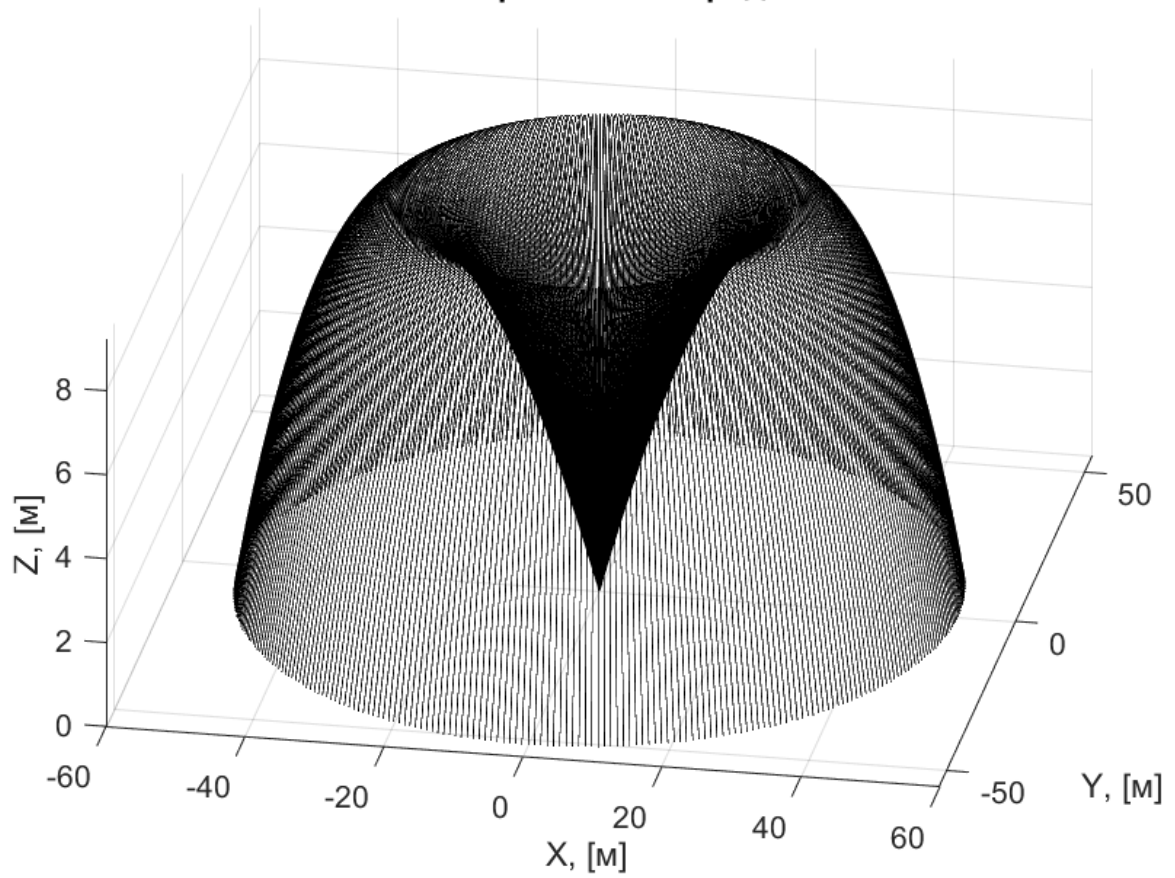
title('Зависимость траектории снаряда от начальной скорости')
xlabel('X, [м]');
ylabel('Y, [м]');
legend('v_0 = 15 м/с', 'v_0 = 30 м/с', 'v_0 = 45 м/с', 'v_0 = 60 м/с', 'v_0 = 75 м/с', 'v_0 = 90 м/с');
grid on;
```

Выполнение задания с учётом силы сопротивления среды

Расчёт зоны поражения в зависимости от начальной скорости и направления

▼ Рисунок №13. График зоны поражения.

Зона поражения снарядами

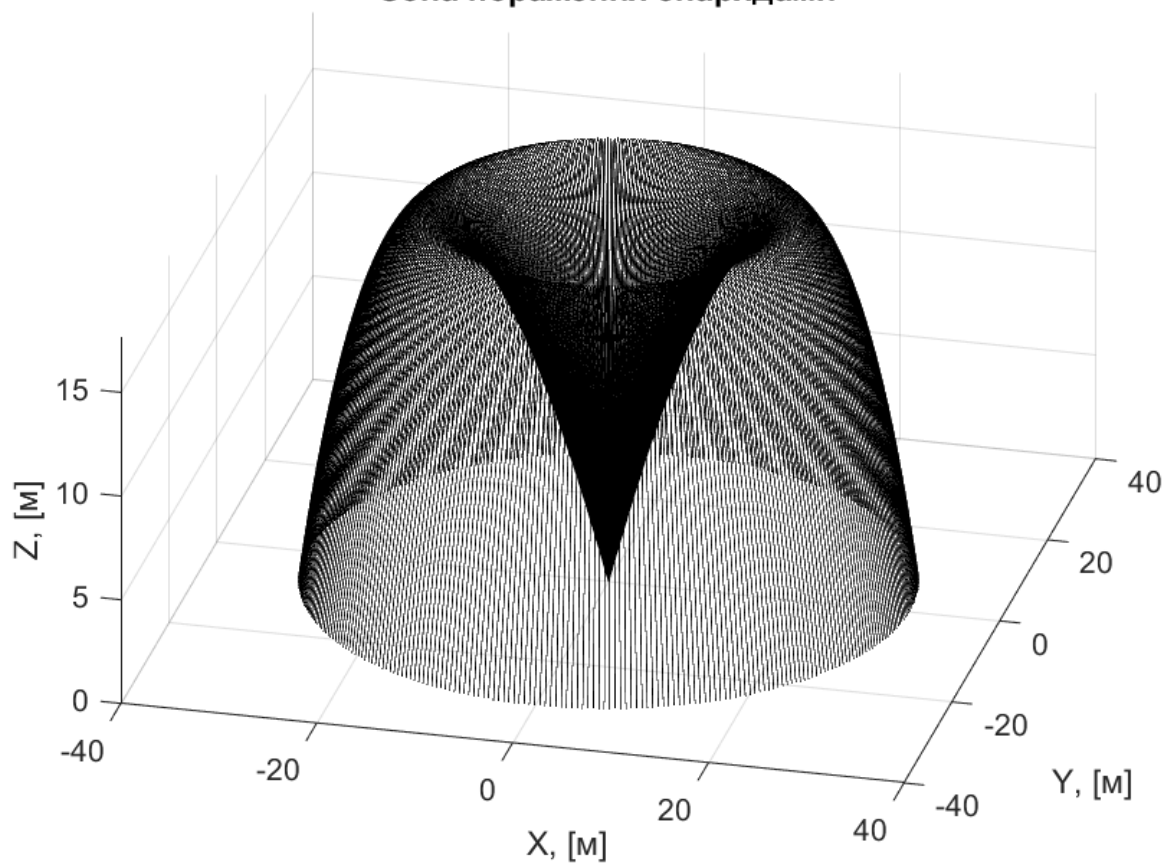


$$v_0 = 30$$

$$\alpha = 30$$

▼ Рисунок №14. График зоны поражения.

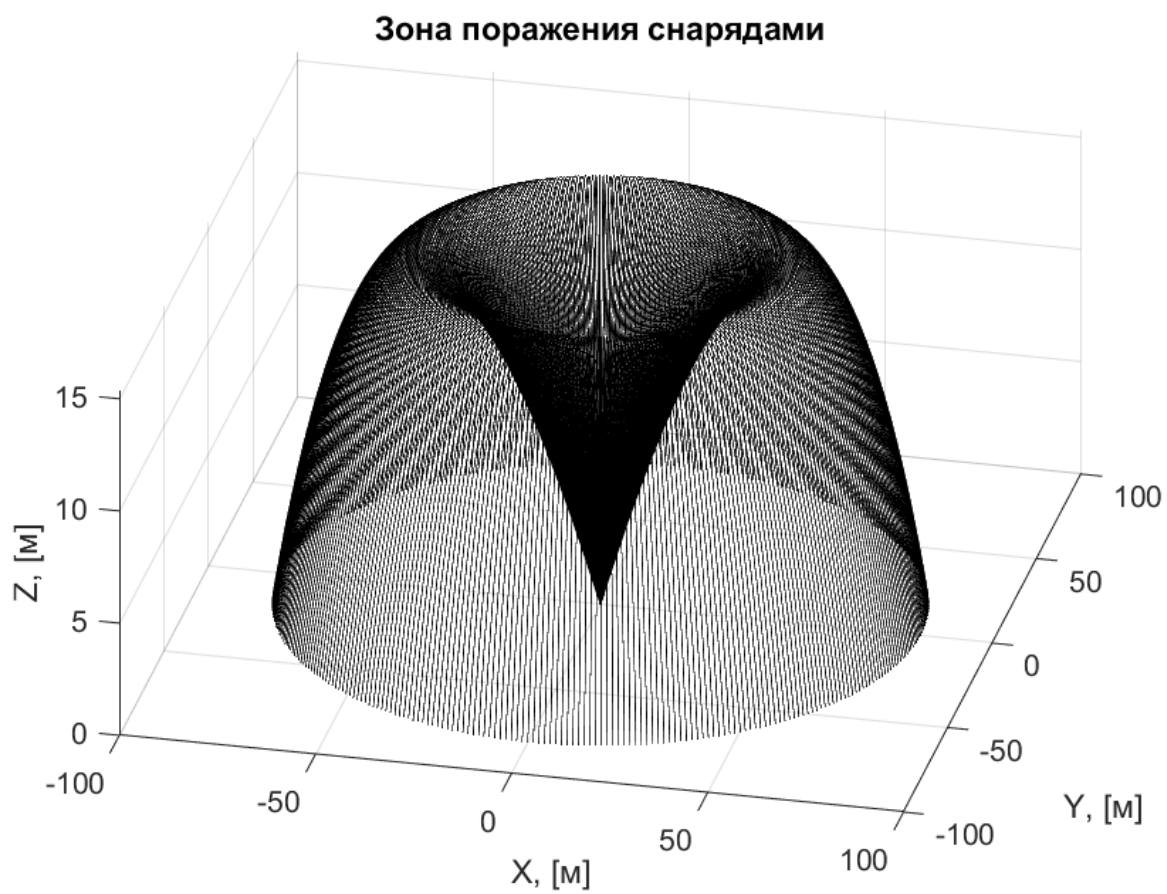
Зона поражения снарядами



$$v_0 = 25$$

$$\alpha = 60$$

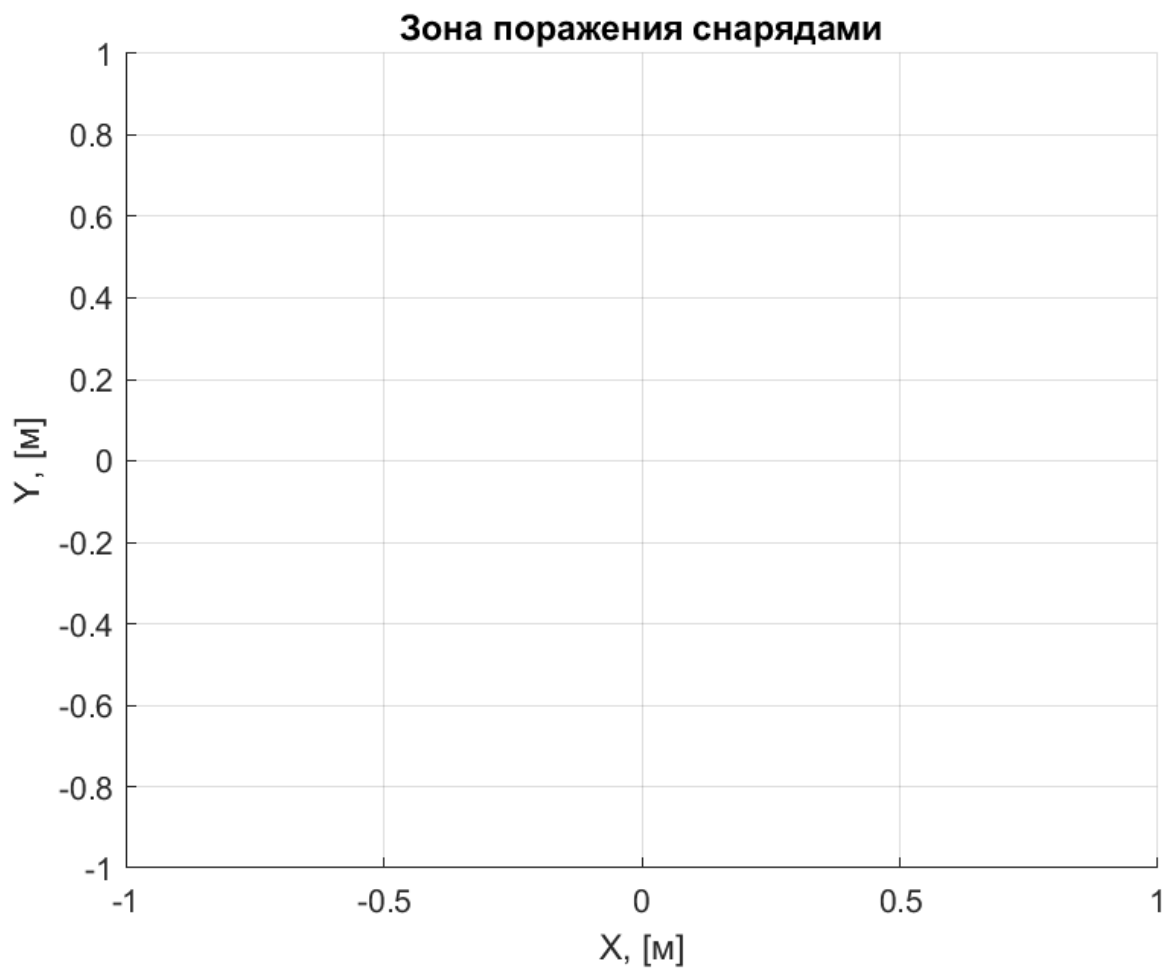
▼ Рисунок №15. График зоны поражения.



$$v_0 = 40$$

$$\alpha = 30$$

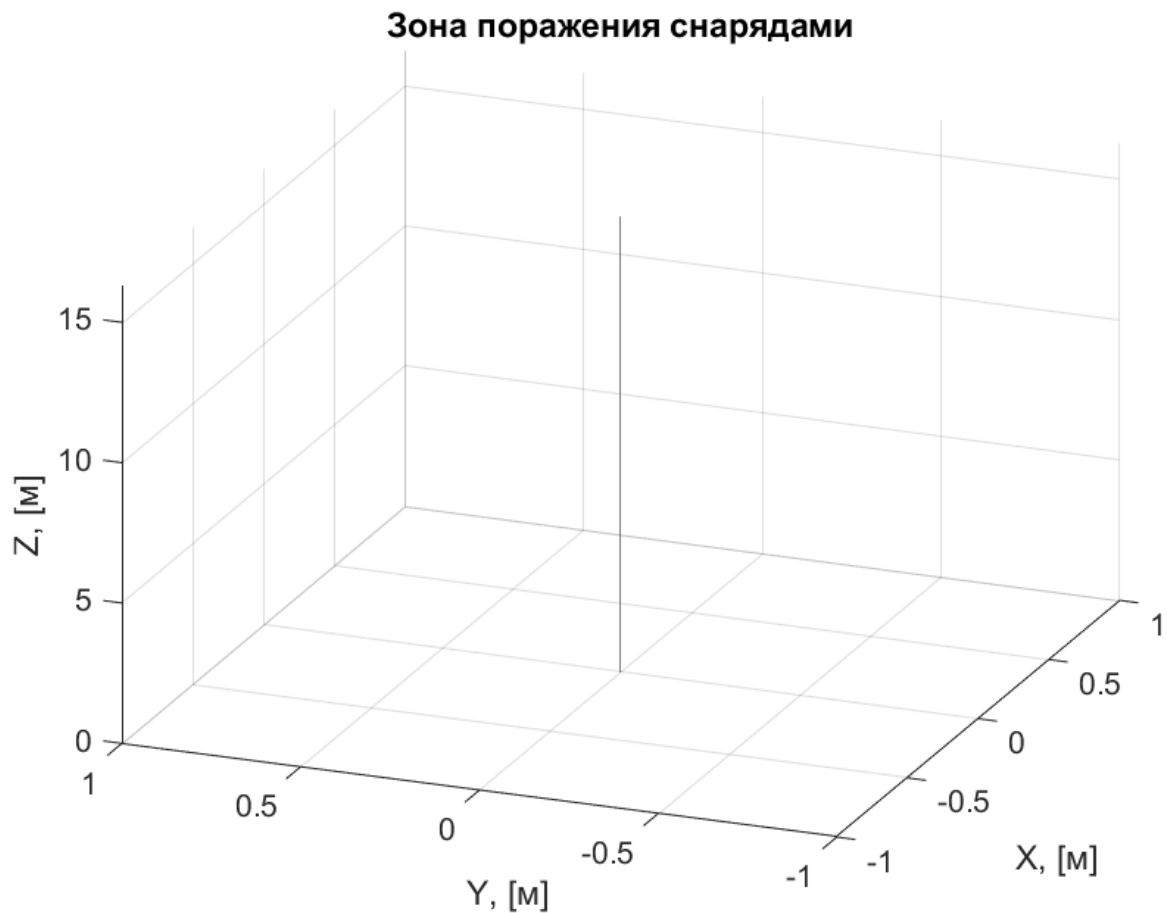
▼ Рисунок №16. График зоны поражения.



$$v_0 = 0$$

$$\alpha = 45$$

▼ Рисунок №17. График зоны поражения.



$$v_0 = 30$$

$$\alpha = 90$$

Листинги программ

▼ Листинг №5. Код расчётной программы в MATLAB.

```
% Дано :
v_0 = input('начальная скорость снарядов, [м/с] : ');
a = input('Направление снаряда, [°] : ');
sina = sin(a * pi / 180);

if a==90
    cosa=0;
else
    cosa=cos(a * pi / 180);
end

g = 9.8;
k = 1;

% Решение :
h = (v_0^2) / (2 * g);
s = (v_0^2) / g;

hold on
for o = 0 : pi / 180 : 2 * pi
    t = 0 : 0.005 : 2.*v_0.*sina / g;
    x = (-v_0.*cosa / k.*exp(-k.*t) + v_0.*cosa / k).*cos(o);
```

```

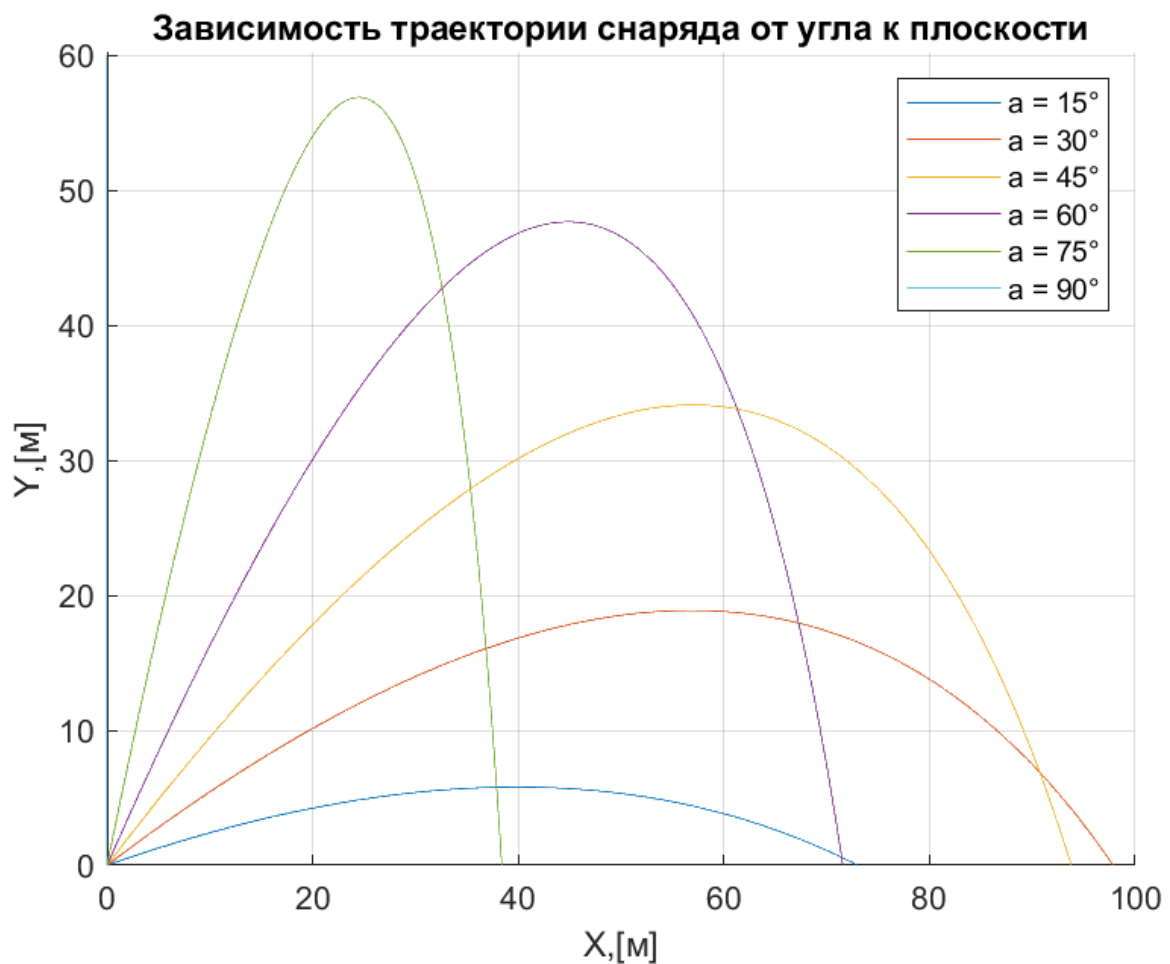
y = (-v_0.*cosa / k.*exp(-k.*t) + v_0.*cosa / k).*sin(o);
z = (v_0.*sina + g / k) / k.*(1- exp(-k.*t)) - g.*t / k;
plot3(x,y,z, 'Color', 'black');
zlim([0 inf])
end
hold off

title('Зона поражения снарядами')
xlabel('X, [м]');
ylabel('Y, [м]');
zlabel('Z, [м]');
grid on;

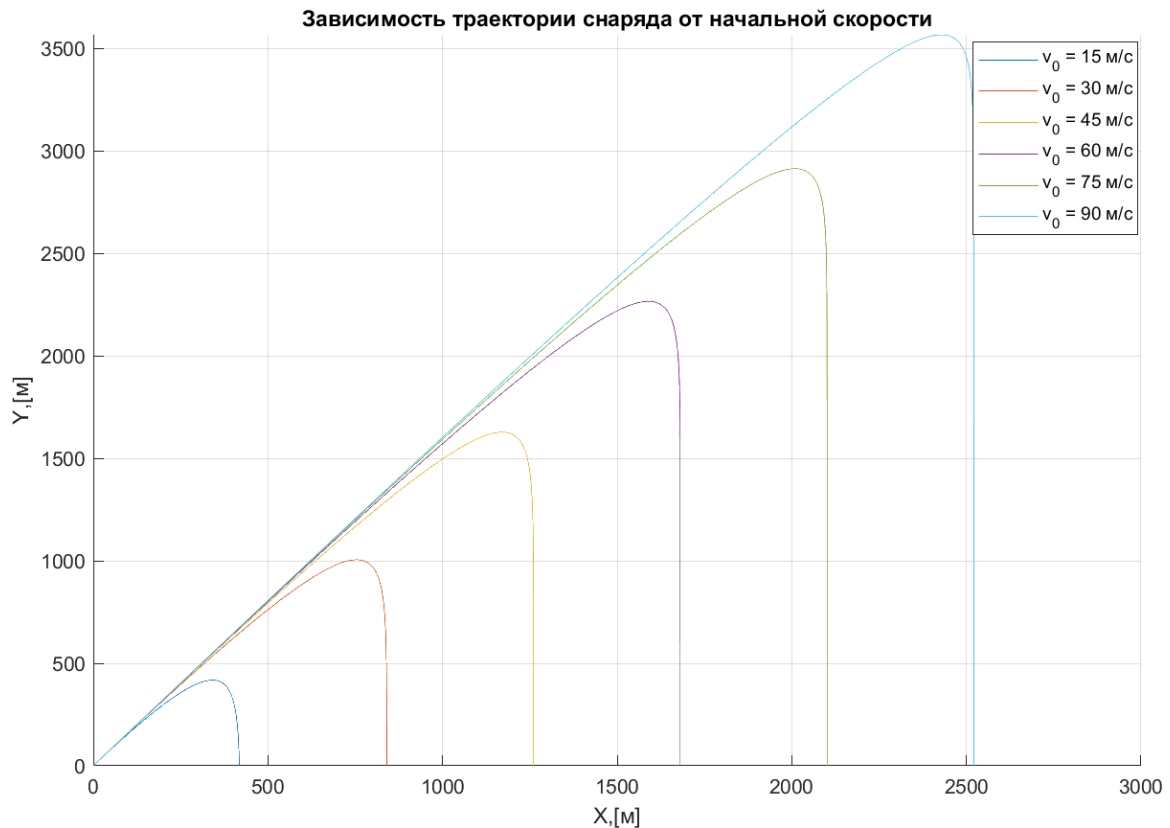
```

Численный эксперимент

▼ Рисунок №18. Сравнительный график траекторий движения снаряда в зависимости от угла к плоскости.



▼ Рисунок №19. Сравнительный график траекторий движения снаряда в зависимости от начальной скорости.



Листинги программ

▼ Листинг №6. Код расчётной программы в MATLAB для исследования зависимости траектории от угла к плоскости.

```
% Дано :
v_0 = input('Начальная скорость снарядов, [м/с] : ');
o = 0;
g = 9.8;
k = 0.25;

% Решение :
hold on
for i = 15 : 15 : 90
    a = i * pi / 180;
    t = 0 : 0.005 : 2.*v_0.*sin(a) / g;
    x = (-v_0.*cos(a) / k.*exp(-k.*t) + v_0.*cos(a) / k).*cos(o);
    y = (v_0.*sin(a) + g / k) / k.*(1 - exp(-k.*t)) - g.*t / k;
    plot(x,y);
    ylim([0 inf])
end
hold off

title('Зависимость траектории снаряда от угла к плоскости')
xlabel('X, [м]');
ylabel('Y, [м]');
legend('a = 15°', 'a = 30°', 'a = 45°', 'a = 60°', 'a = 75°', 'a = 90°');
grid on;
```

▼ Листинг №7. Код расчётной программы в MATLAB для исследования зависимости траектории от начальной скорости.

```

% Дано :
a = input('Направление снаряда, [°] : ');
o = 0;
g = 9.8;
k = 0.25;

% Решение :
hold on
for v_0 = 200 : 200 : 1200
    t = 0 : 0.005 : 2.*v_0.*sin(a) / g;
    x = (-v_0.*cos(a) / k.*exp(-k.*t) + v_0.*cos(a) / k).*cos(o);
    y = (v_0.*sin(a) + g / k) / k.*(1 - exp(-k.*t)) - g.*t / k;
    plot(x,y);
    ylim([0 inf])
end
hold off

title('Зависимость траектории снаряда от начальной скорости')
xlabel('X, [м]');
ylabel('Y, [м]');
legend('v_0 = 15 м/с', 'v_0 = 30 м/с', 'v_0 = 45 м/с', 'v_0 = 60 м/с', 'v_0 = 75 м/с', 'v_0 = 90 м/с');
grid on;

```

Вывод

Были смоделированы условия броска тела под углом к горизонту, проведено вычисление зоны поражения при вводе направления броска и его начальной скорости. Можно отметить, что при увеличении значения начальной скорости, увеличивается и площадь зоны поражения (Рисунок №1-5, Рисунок №12). Прямую зависимость несложно проследить и аналитически, опираясь на формулы вычисления дальности полета брошенного тела.

Если принять за направление, устанавливаемый к горизонту угол, то несложно прийти к выводу, что максимальная дальность полёт (следовательно и площадь зоны поражения) достигается при присваивании этому параметру значение 45° (Аналогичный вывод можно сделать при изучении сравнительных графиков (Рисунок №11)). Такой результат обуславливается тем, что, используемый в вычислениях синус угла к горизонту в таких обстоятельствах примет своё максимальное значение 1.

Так же была выполнена расчётная задача с целью вычисления начальной скорости и угла, под которым было брошено тело, на

основании известных координат цели поражения. Стоит отметить, что значение начальной скорости, которую может принимать тело, при данных условиях стремится к бесконечности, поэтому в модели эта величина ограничена.

При отсутствия влияния силы сопротивления среды траектория полёта имеет форму параболы, ветки которой направлены вниз - тело достигает максимальной высоты и опускается на поверхность по маршруту, симметричному подъёму. Вид модели меняется при учёте сопротивления воздуха: траектория движения тела не симметрична по вертикали. Можно заметить, что смещена относительно середины длины полёта координата максимальной высоты, достигаемой объектом. “Острота” угла, при прохождении которого тело начинает терять высоту определяется коэффициентом сопротивления среды, который задаётся как один из корней дифференциального уравнения, определяющего вид модели.