

Standard Answers to the 2022 National College Entrance Examination I Mathematics Problems

一、选择题：本题共8 小题，每小题5 分，共40 分

在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. D
2. D
3. B
4. C
5. D
6. A
7. C
8. C

二、选择题：本题共4 小题，每小题5 分，共20 分

在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求的。全部选对的得5 分，部分选对的得2 分，有选错的得0 分。

9. ABD
10. AC
11. BCD
12. BC

三、填空题：本题共4 小题，每小题5 分，共20 分

13. -28
14. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ 或 $y = \frac{7}{24}x - \frac{25}{24}$ 或 $x = -1$
15. $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$
16. 13

四、解答题：本题共6 小题，共70 分

解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.

$$(1) a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(2) \frac{1}{a_n} = \frac{2}{n(n+1)} = 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right),$$

$$\therefore \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} = 2\left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)\right] = 2\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) < 2$$

18.

$$(1) \frac{\pi}{6}$$

$$(2) 4\sqrt{2} - 5$$

19.

$$(1) \sqrt{2}$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

20.

$$(1) \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{200(40 \times 90 - 60 \times 10)^2}{50 \times 150 \times 100 \times 100} = 24,$$

又 $P(\chi^2 \geq 6.635) = 0.01$, $24 > 6.635$, 所以有99% 的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异。

$$(2) (i) \chi^2 = \frac{P(B|A)}{P(\bar{B}|A)} \cdot \frac{P(\bar{B}|\bar{A})}{P(B|\bar{A})} \cdot \frac{P(AB)}{P(\bar{A}\bar{B})},$$

$$\chi^2 = \frac{P(AB)}{P(\bar{B}|A)} \cdot \frac{P(\bar{B})}{P(AB)},$$

$$\chi^2 = \frac{P(A|B)}{P(A|\bar{B})},$$

$$(ii) \chi^2 = 6;$$

21.

$$(1) -1;$$

$$(2) \frac{16\sqrt{2}}{9}.$$

22.

$$(1) a = 1$$

$$(2) (1)f(x) = e^x - xg(x) = x - \ln x \ln x < x - \ln x = 1.$$