



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ CAMPUS SOBRAL
DISCIPLINA: PROGRAMAÇÃO LINEAR
PROFESSOR: JOSEFRAN BASTOS

EVECLEISON ALBUQUERQUE DO NASCIMENTO - 494131
LUCAS JOSÉ LEMOS BRAZ - 471993

RELATÓRIO RESUMINDO O SIMPLEX

SOBRAL-CE

2023

1. INTRODUÇÃO

Este relatório tem como objetivo apresentar um resumo de três algoritmos amplamente utilizados na área de programação linear: o algoritmo Simplex Tradicional(geral), o Simplex Duas Fases e o algoritmo Dual Simplex. Esses algoritmos desempenham um papel crucial na resolução de problemas de otimização em diversas áreas, envolvendo problemas lineares, por exemplo, na engenharia e na logística.

2. ALGORITMO SIMPLEX TRADICIONAL

O algoritmo Simplex Tradicional é um método iterativo utilizado para encontrar a solução ótima de um problema de programação linear. Esse algoritmo baseia-se na exploração sistemática de uma região viável definida por um conjunto de restrições lineares. A cada iteração, o algoritmo identifica uma direção de melhoria, conhecida como direção simplex, e realiza uma busca nessa direção para melhorar a solução atual. Os passos principais do algoritmo Simplex Tradicional são:

- Encontrar uma solução viável básica inicial(bfs ou sbv):
 - O algoritmo começa selecionando uma solução viável básica inicial, que é uma solução que satisfaz todas as restrições do problema.
 - Essa solução é obtida atribuindo valores zero às variáveis não básicas e resolvendo as equações resultantes para encontrar os valores das variáveis básicas.
- Verificar a otimalidade da solução atual:
 - O algoritmo avalia se a solução atual é ótima, verificando se todos os custos reduzidos das variáveis não básicas são não negativos.
 - Se todos os custos reduzidos forem não negativos, a solução é ótima e o algoritmo é finalizado.
- Determinar a variável a entrar e a variável a sair da base:
 - Se a solução atual não for ótima, o algoritmo seleciona uma variável não básica com custo reduzido negativo para entrar na base.
 - Em seguida, determina uma variável básica para sair da base, mantendo a solução viável.
- Atualizar a solução básica:
 - Com base nas variáveis selecionadas, o algoritmo atualiza a solução básica, encontrando os

novos valores para as variáveis básicas e não básicas. Essa atualização envolve a resolução de um sistema linear, utilizando técnicas eficientes como a matriz inversa.

- Repetir os passos anteriores até a obtenção da solução ótima:
- O algoritmo repete os passos de verificação da otimalidade, seleção das variáveis a entrar e a sair da base, e atualização da solução básica até que a solução ótima seja alcançada.

3. SIMPLEX DUAS FASES

O algoritmo Simplex Duas Fases é uma extensão do Simplex Tradicional que busca um bfs inicial válido para o PL e verifica se o PL é viável ou inviável. Os passos do algoritmo Simplex Duas Fases são:

- Fase 1: Introdução de variáveis artificiais
 - Na Fase 1, são introduzidas variáveis artificiais para cada restrição de desigualdade do problema.
 - O objetivo é maximizar a soma dessas variáveis artificiais, o que as leva a zero na solução ótima.
 - Esse objetivo garante que a solução seja viável para a fase seguinte.
- Aplicação do Simplex Tradicional na Fase 1
 - O algoritmo Simplex Tradicional é aplicado para resolver o problema modificado da Fase 1.
 - Se a solução ótima da Fase 1 tiver um valor de uma variável artificial que seja diferente de zero, o problema original é considerado inviável e não possui solução ótima.
- Fase 2: A solução ótima da Fase 1 é utilizada como bfs inicial para o PL original ou é criado um PL auxiliar para resolver o problema
 - Na Fase 2, caso na solução ótima da Fase 1 nenhuma variável artificial(y) esteja na base, então a solução ótima da Fase 1 é usado como bfs inicial para o PL original.
 - Caso alguma variável artificial esteja na base, logo é necessário criar um PL auxiliar que a partir da sua solução ótima, determinará a solução ótima do PL original também.
- Aplicação do Simplex Tradicional na Fase 2
 - Caso ocorra o primeiro caso anteriormente mencionado, o algoritmo Simplex Tradicional é aplicado no PL original usando a solução ótima da Fase 1 como bfs.

- Caso ocorra o segundo caso, o algoritmo Simplex Tradicional é aplicado no PL auxiliar e a solução ótima encontrada nessa etapa é considerada a solução ótima do problema original.

4. ALGORITMO DUAL SIMPLEX

O algoritmo Dual Simplex é uma variação do Simplex Tradicional que lida com problemas nos quais a solução ótima não pode ser encontrada diretamente devido a problemas numéricos ou a uma solução inviável persistente. Além disso, o Dual Simplex é utilizado para obter uma interpretação sobre a atuação das restrições no problema original. Ademais, basta criar o dual a partir do primal, obtendo as variáveis u a partir de uma série de passos e aplicar O Algoritmo Simplex Tradicional no dual.

5. PRINCIPAIS DIFICULDADES E DESCOBERTAS DURANTE O PROCESSO DE IMPLEMENTAÇÃO

Problemas de degeneração: A degeneração ocorre quando a solução atual fica presa em uma solução básica que não pode ser melhorada. Isso pode levar a um ciclo infinito ou a uma estagnação do algoritmo. É importante implementar técnicas para evitar problemas de degeneração.

Ciclos: Os algoritmos Simplex podem entrar em ciclos, onde repetem soluções anteriores sem fazer progresso em direção à solução ótima. Ciclos prolongados podem levar a um tempo de execução excessivo e não fornecer uma solução correta. É crucial incorporar romper ciclos.

A maneira encontrada para resolver os problemas citados acima foi implementada a Regra de Bland. Há um teorema que pode inclusive ser encontrada no livro principal da disciplina que diz: se $x = (x_B, x_N) = (B^{-1}b, 0) \geq 0$ é um bfs inicial e A regra de Bland é usada, então o algoritmo simplex não repete nenhuma matriz base. Dessa forma, o problema envolvendo a degeneração e a questão dos ciclos foram resolvidos. Entretanto, houve a dificuldade de implementar a Regra de Bland no código, pois foi difícil associar os índices(colunas) da matriz B e da matriz N com os índices(colunas) correspondentes na matriz A. Mas depois, essa dificuldade também foi resolvida.

Ao realizar a exibição dos PL solicitados teve o problema do duplo sinal negativo no zero e um pequeno problema na exibição das variáveis artificiais, mas depois foi consertado. E de forma geral houve a Implementação incorreta ou incompleta dos algoritmos que levou a resultados incorretos ou a uma convergência falha para a solução ótima.

Portanto, procuramos entender completamente o algoritmo e sua lógica antes de

implementá-lo, além de realizar testes e validações adequadas para verificar a corretude da implementação.

6. CONCLUSÃO

Neste relatório, foi abordado resumidamente três algoritmos essenciais para a resolução de problemas de programação linear: o algoritmo Simplex Tradicional, o Simplex Duas Fases e o algoritmo Dual Simplex. O Simplex Tradicional é usado para problemas com soluções viáveis básicas iniciais, enquanto o Simplex Duas Fases lida com problemas que exigem uma fase adicional para encontrar uma solução viável. O algoritmo Dual Simplex é útil quando a solução ótima não pode ser alcançada diretamente pelo Simplex Tradicional ou quando se deseja obter novas interpretações sobre o problema. Finalmente, a implementação dos algoritmos citados fornece uma base sólida do funcionamento e aplicações da Programação Linear.