

CAPITULO IOPTICA GEOMETRICA1- LEYES DE LA OPTICA GEOMETRICA

La Optica es el estudio de la Luz. Luz es la designación que se da a la pequeña porción del espectro electromagnético a la que nuestros ojos son sensibles.

Para su análisis podemos dividirla en dos grandes ramas: la óptica geométrica y la óptica física. La primera, que consideraremos ahora, es un método aproximado para calcular los fenómenos ópticos basado en la descripción de la luz como rayos, es decir como líneas rectas, en los medios homogéneos.

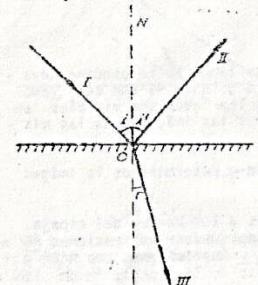
Todos los fenómenos ópticos, experiencias visuales, etc., responden a tres leyes o principios fundamentales que son la base de la óptica geométrica:

- la propagación rectilínea.
- la ley de la reflexión.
- la ley de la refracción.

a) - La luz se propaga en líneas rectas, en todas direcciones, en un medio isotrópico y homogéneo.

Al llegar un rayo a la superficie de separación de dos medios de distinta densidad óptica, parte del mismo se refleja y parte se refracta.

b) - El rayo reflejado, la normal en el punto de incidencia o y el rayo incidente están en un mismo plano. El ángulo de reflexión (formado por el rayo reflejado y la normal) es igual al ángulo de incidencia



Leyes de la reflexión
 $\left\{ \begin{array}{l} IO, NO \text{ y } IIIO \text{ son coplanares} \\ i = r \end{array} \right.$

c) - El rayo refractado, la normal y el rayo incidente están también en un plano. El seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción están, para cada color de la luz, en una relación constante y positiva que se denomina índice de refracción relativo del segundo medio respecto del primero.

Leyes de la refracción
 $\left\{ \begin{array}{l} IO, NO \text{ y } IIIIO \text{ son coplanares} \\ \frac{\sin i}{\sin r} = n_2 - 1 \end{array} \right.$

El índice de refracción de un medio respecto del vacío es el cociente entre las velocidades de la luz en el vacío y en el medio considerado; $n = \frac{c}{v}$ y se denomina índice de refracción absoluto o simplemente índice de refracción. Al vacío se le asigna el índice 1 y como la velocidad de la luz en cualquier medio transparente es inferior a la velocidad en el vacío, los índices de refracción de todos los materiales transparentes son mayores que 1.

El índice de refracción relativo de un medio respecto de otro es igual al cociente de los respectivos índices absolutos. Por lo tanto:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Teniendo en cuenta esto podemos escribir la ley de la refracción:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

o, lo que es lo mismo,

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (1)$$

forma en que se la conoce como ley de Snell.

2- REFLEXION TOTAL - ANGULO LIMITE

Si un rayo pasa de un medio de índice n_1 a otro de índice mayor n_2 , (Fig. 1-2) para que se cumpla la ley de Snell:

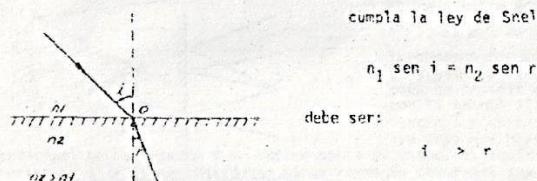
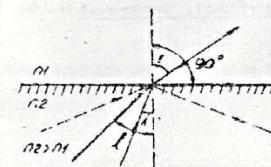


Fig. 1-2

debe ser:
 $i > r$
 es decir que en estos casos el rayo refractado se acerca a la normal y siempre habrá un rayo refractado, cualquiera sea el ángulo de incidencia.

Pero, si se pasa de un medio más denso a otro menos denso prácticamente, el rayo refractado se alejará de la normal. (Fig. 1-3).

Cuando $r = 90^\circ$ el ángulo de incidencia se denomina ángulo límite.



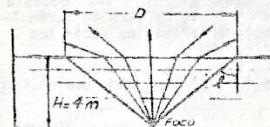
Todo rayo que incida con un ángulo mayor que el ángulo límite se reflejará totalmente (Fig. 1-3)

Si el medio 1 es el aire, prácticamente el vacío ($n_{\text{aire}} = 1,00029$) el ángulo límite queda determinado por:

$$\sin \ell = \frac{1}{n} \quad (2)$$

Problema

En el fondo de un estanque y a 4 m. debajo de la superficie del agua hay un foco luminoso. (Fig. 1-4). Determinar el diámetro del círculo que aparece iluminado para un observador exterior. El índice de refracción del agua es $n = 1,33$.



Calculamos el ángulo límite agua-aire:

$$\sin \ell = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,33}$$

$$\ell = 48^\circ 40'$$

Fig. 1-4

$$D = 2 \cdot h \cdot \tan 48^\circ 40'$$

$$D = 9,20 \text{ m.}$$

3- IMÁGENES REALES Y VIRTUALES

Un conjunto de rayos constituye un haz. Si todos los rayos del mismo pasan por un punto se tiene un haz homocéntrico y dicho punto constituye el centro del haz. (Fig. 1-5). Si después de reflejarse y/o refractarse dicho haz origina otro haz homocéntrico, el centro de este segundo haz es la imagen o conjugado del primero.

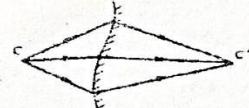
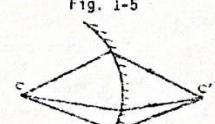
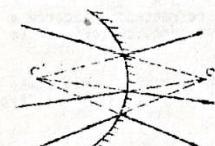


Fig. 1-5

Tanto el punto objeto como su conjugado o imagen son reales si los rayos son convergentes o, en otras palabras, si los puntos están en el camino de los rayos, y son virtuales si son divergentes o si los puntos están en la prolongación de los rayos. (Fig. 1-6).



Objeto e imagen reales



Objeto e imagen virtuales

Fig. 1-6

4- ESPEJOS PLANOS

Espejo plano es una superficie plana en la que la luz se refleja según las leyes vistas.

Sea E (Fig. 1-7) la traza de un espejo plano y A un punto luminoso.

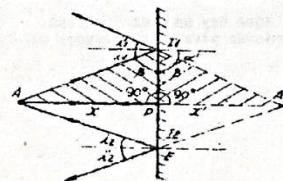


Fig. 1-7

De A parte una serie de rayos (haz homocéntrico) que inciden en el espejo. Consideremos el rayo reflejado en I. Su prolongación determina el ángulo α igual al i_1 , por opuesto por el vértice. Por lo tanto $\alpha = i_1$, y también serán iguales sus correspondientes complementarios, es decir los ángulos B .

Por consiguiente los triángulos API y $A^{\prime}PI$ son iguales. Luego $A^{\prime}P = AP$, es decir

$$x' = x$$

lo mismo obtendríamos considerando el rayo que incide en I_2 , etc. El haz reflejado tiene como centro al punto A' que será por lo tanto imagen o conjugado de A.

De acuerdo a lo visto podemos decir que en un espejo plano:

a) un haz homocéntrico incidente proporciona otro haz homocéntrico reflejado. Los centros de ambos haces son conjugados.

b) la imagen es simétrica del objeto respecto del espejo.

En el ejemplo dado es virtual pues se halla en la prolongación del camino de los rayos. El punto objeto A es real.

5-CAMPO DE UN ESPEJO PLANO

El campo de un espejo plano, para un objeto dado, es la porción del espacio desde la cual es visible el objeto por reflexión en la superficie espectral.

Sea E la traza de un espejo plano y A un punto objeto. (Fig. 1-8).

El haz incidente que parte de A origina un haz reflejado cuyo centro es A' , imagen de A. Por consiguiente para determinar el campo del espejo E, para el punto objeto A, nos bastará trazar desde A' , simétrico de A, los rayos tangentes a los extremos del espejo.

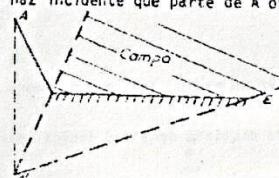


Fig. 1-8

Problema

Una persona está en la esquina de un recinto cuadrado de 5 m. de lado. En la esquina adyacente se coloca un espejo plano de 1,00 m. de ancho formando un ángulo de 45° con cada lado del recinto. (Fig. 1-9). Determinar gráficamente que secciones de los lados son visibles en el espejo y dónde están ubicadas las imágenes de las mismas.

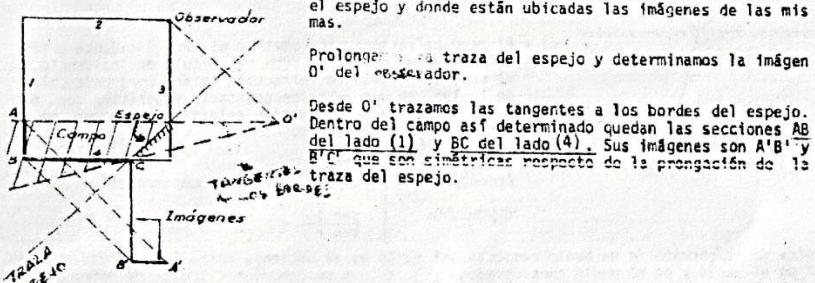


Fig. 1-9

Prolongar la traza del espejo y determinamos la imagen O' del observador.

Desde O' trazamos las tangentes a los bordes del espejo. Dentro del campo así determinado quedan las secciones AB del lado (1) y BC del lado (4). Sus imágenes son A'B' y B'C' que son simétricas respecto de la prolongación de la traza del espejo.

6- PRINCIPIO DE FERMAT

Las leyes de la óptica geométrica pueden expresarse en forma general mediante el principio de Fermat que establece que en un medio homogéneo, la luz pasa de un punto a otro siguiendo el camino más corto, o sea el que requiere el menor tiempo.

Aplicemos esto al caso de la reflexión. Sea un rayo que va de A hacia B, reflejándose en C. (Fig. 1-10). Consideremos cualquier otro punto de la superficie reflectora, por ejemplo D y la nueva trayectoria constituida por los segmentos AD y DB.

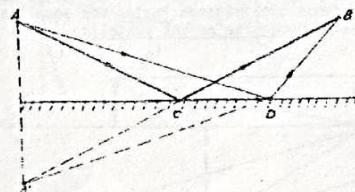


Fig. 1-10

Como vimos al considerar los espejos planos la prolongación del rayo reflejado CB pasa por el punto A', imagen de A.

De la figura:

$$A'D + DB > A'B$$

$$A'D + DB = AD + DB \quad \text{pues } AD = A'D \text{ Pto. 1-10}$$

$$A'B = A'C + CB = AC + CB$$

es decir:

$$AD + DB > AC + CB$$

Consideremos ahora el caso de la refracción. Sea un rayo que pasa del punto A en el medio de índice n_1 al punto B en el medio de índice n_2 , a través del punto C de la superficie de separación de ambos medios. (Fig. 1-11). Por definición la longitud óptica de la trayectoria es:

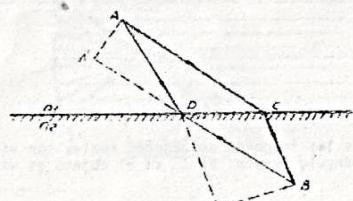


Fig. 1-11

Supongamos ahora una trayectoria diferente entre A y B, por ejemplo la que pasa por el punto D. Su longitud óptica es:

$$\ell' = n_1 AD + n_2 DB$$

Consideremos el frente de onda que contiene al punto A, su intersección con el rayo que pasa por D, paralelo al AC, es el punto A'. En forma similar el frente de onda que contiene a B, determina el frente de onda que contiene a D, paralelo al CB, el punto B'. La distancia óptica entre los frentes de onda AA' y BB' es la misma, ya se mire a lo largo del rayo ACD o del A'DB'. Luego:

$$n_1 AC + n_2 CB = n_1 A'D + n_2 DB'$$

Además:

$$AD > A'D \quad \text{y} \quad DB > DB'$$

Por consiguiente:

$$n_1 AC + n_2 CB < n_1 A'D + n_2 DB'$$

o, lo que es lo mismo:

$$\ell < \ell'$$

En definitiva, cuando la luz que se propaga en un medio homogéneo, se refleja o se refracta en una superficie plana, sigue la trayectoria de mínima longitud óptica.

7- ESPEJOS ESFÉRICOS

Un espejo esférico puede considerarse formado por un infinito número de espejos planos tangentes a la superficie esférica de modo que la reflexión de la luz en ellos queda determinada por las leyes que rigen a los espejos planos.

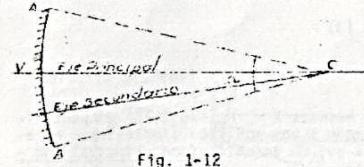


Fig. 1-12

Sea AB la traza de un casquete esférico (Fig. 1-12) El centro C de la superficie esférica a que pertenece es el centro de curvatura. El punto medio del casquete V es el vértice o polo del espejo y la recta que lo une con el centro es el eje principal. Cualquier otra recta que pase por C es un eje secundario. El ángulo sólido Ω es la abertura del espejo.

Un rayo luminoso \vec{r} que incide en la superficie esférica (Fig. 1-13) en el punto I, se reflejará como si allí hubiese un espejo plano elemental

cuya normal coincide con el radio del espejo.

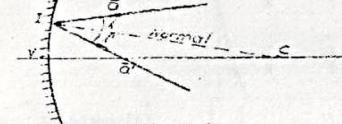


Fig. 1-13

principal se refleja en V y vuelve sobre sí mismo. Es decir que 2 rayos que parten de S se cortan en S' y si se consideran otros rayos se observará que si la abertura es pequeña y los rayos son centrales es decir próximos al eje principal, todos se cortan en S'. Esta es entonces, la imagen real del punto objeto S.



Fig. 1-14

en segmentos proporcionales a los otros dos lados:

$$\frac{SC}{S'C} = \frac{SI}{S'I}$$

pero:

$$SC = SV - CV = X - R$$

$$S'C = CV - S'V = R - X'$$

$$SI = SV = X$$

Por ser rayos centrales

$$S'I = S'V = X'$$

Luego reemplazando,

$$\frac{X - R}{R - X'} = \frac{X}{X'}$$

$$XX' - RX' = XR - XX'$$

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{X} = \frac{1}{X'} + \frac{1}{R}$$

es decir

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{X'} = \frac{2}{R}$$

(3)

que se denomina fórmula de Descartes.

Si alejamos indefinidamente el punto objeto S o sea, si hacemos $X = \infty$ (Fig. 1-15) el punto imagen S' tiende a una posición límite sobre el eje principal que se denomina foco principal imagen. Es decir:

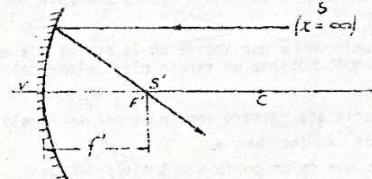


Fig. 1-15

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f'} = \frac{2}{R} \text{ pues } X' = f'$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{R}$$

$$f' = \frac{R}{2}$$

Recíprocamente el punto del eje principal cuya imagen se forma en el infinito (o sea que el rayo reflejado emerge paralelo al eje principal) es el foco principal objeto. Es decir, haciendo $X' = \infty$ y $X = f$ (Fig. 1-16).

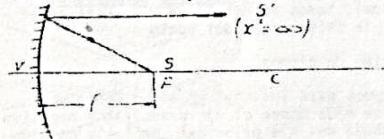


Fig. 1-16

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

Por lo tanto en los espejos esféricos los focos son coincidentes ($f = f' = \frac{R}{2}$) y se encuentran sobre el eje principal, a la mitad del radio de curvatura.

La fórmula de Descartes queda, entonces:

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{X'} = \frac{1}{f}$$

(6)

Si multiplicamos esta expresión por f y tenemos en cuenta que $f = f' = \frac{R}{2}$ resulta

$$\frac{f}{X} + \frac{f}{X'} = 1$$

(7)

que es la fórmula de Gauss.

3- IMÁGENES EN ESPEJOS ESFÉRICOS

Para determinar la imagen de un punto podemos utilizar tres rayos: el que incide en el espejo y llega paralelo al eje principal, el que pasa por el centro, que se refleja sobre sí mismo y el que pasa por el foco. (Fig. 1-17) (Solo necesitaremos en realidad, dos de ellos.)

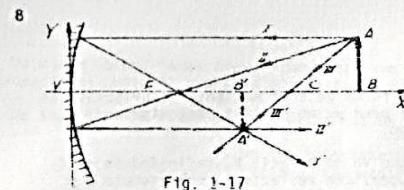


Fig. 1-17

A todo plano normal al eje principal, le corresponde como conjugado otro plano también normal al eje principal. Podemos así determinar la imagen de la figura AB trazando por A' el plano normal al eje, que en su intersección con este nos proporcionará la imagen B' del punto B.

Supongamos que el objeto AB va a ocupar las distintas posiciones indicadas en la Fig. 1-18 veamos la ubicación de las respectivas imágenes. Recordemos que imágenes reales son aquellas que se encuentran en el camino de los rayos, o que pueden recogerse en una pantalla.

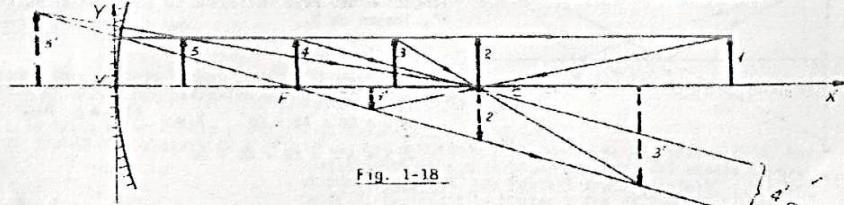


Fig. 1-18

Consideremos ahora el caso de un espejo convexo. (Fig. 1-19)

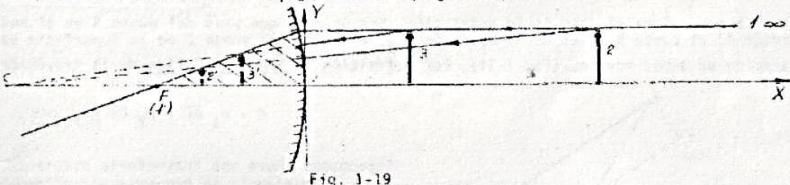


Fig. 1-19

Como podemos apreciar en los espejos convexos todas las imágenes de objetos reales son virtuales, derechas y menores y se forman dentro del triángulo rayado. Pero, si el objeto es virtual pueden obtenerse con ellas imágenes reales.

Las construcciones que hemos visto han sido para las distancias x, x', R, f , a partir del vértice del espejo que es el centro de curvatura. Supongamos ahora que medimos las distancias horizontales a partir del foco. Designemos con ϵ y ϵ' , las coordenadas del objeto y de la imagen (Fig. 1-20). Relacionándolas con las anteriores:

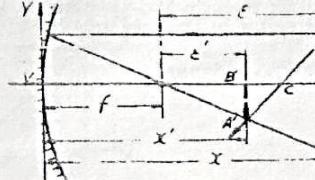


Fig. 1-20

$$\begin{aligned} x &= f + \epsilon \\ x' &= f + \epsilon' \end{aligned}$$

reemplazando estas en la ecuación de Descartes:

$$\frac{1}{f + \epsilon} + \frac{1}{f + \epsilon'} = \frac{2}{R}$$

$$f^2 + f\epsilon' + f^2 + f\epsilon = f^2 + f\epsilon' + \epsilon\epsilon'$$

y simplificando, llegamos a:

$$\frac{\epsilon\epsilon'}{\epsilon + \epsilon'} = ff$$

que es la fórmula de Newton para los espejos esféricos. ϵ y ϵ' son denominadas coordenadas de Newton.

9- AUMENTO

Se denomina agrandamiento lateral o aumento del espejo al cociente entre el tamaño de la imagen y el tamaño del objeto. Sean estos (Fig. 1-21) y e y' , luego

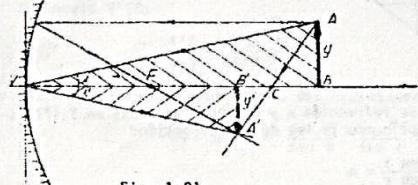


Fig. 1-21

$$A = \frac{y'}{y} \quad (9)$$

consideremos el rayo que parte de A e incide en V ; el rayo reflejado deberá pasar por A' por ser este imagen de A . Quedan así determinados los triángulos AVB y $A'VB'$ que son semejantes pues tienen un ángulo recto y además $i = i'$; en ellos:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Luego

$$A = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \quad (10)$$

10- CAUSTICA DE REFLEXION

Tal como ya se dijo solo los rayos centrales se reflejarán pasando por el foco y si parten del foco se reflejarán paralelos al eje principal.

Si los rayos están alejados del eje principal no se cumple lo anterior y se produce una aberración geométrica, formándose una figura que se denomina cástica de reflexión (Fig. 1-22).

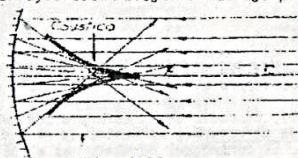


Fig. 1-22

Los caminos ópticos son reversibles. Los rayos que parten del foco y se reflejan en el espejo lo harán paralelamente al eje principal solo si son centrales. Por eso los espejos reflectores de los faros de los autos, etc., son parabólicos (Fig. 1-23).

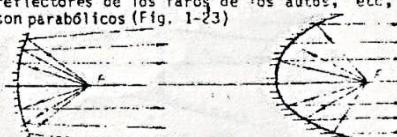


Fig. 1-23

Problema:

Un objeto constituido por una flecha de 10 cm. de altura se coloca frente a un espejo cóncavo de 30 cm. de distancia focal (fig. 1-24) hallar la ubicación, naturaleza y tamaño de la imagen para las siguientes posiciones del objeto: a) $x = 80$ cm; b) $x = 10$ cm

a) Para la solución analítica aplicamos la fórmula 1-(6):

$$\frac{1}{80} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{30} \therefore x_1 = 48 \text{ cm}$$

el aumento se obtendrá aplicando la fórmula 1-(10):

$$\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \therefore y' = -10 \text{ cm} \quad \frac{48}{80} = -6 \text{ cm.}$$

La imagen es real, invertida y menor.

9

10

b)

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{30} \therefore x_2 = -30 \text{ cm}$$

$$y'_2 = -10 \quad \frac{-30}{10} = -30 \text{ cm}$$

La imagen es virtual, derecha y mayor.

Solución gráfica:

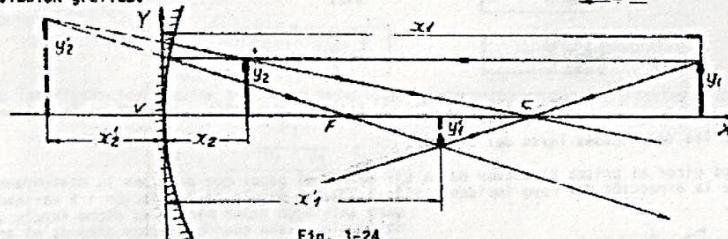


Fig. 1-24

Problema:

¿A qué distancia de un espejo convexo de 30 cm. de distancia focal debe colocarse un objeto, para que su imagen, formada del otro lado del espejo, sea de 1/3 de su tamaño?

Como en el caso anterior y siendo f negativa:

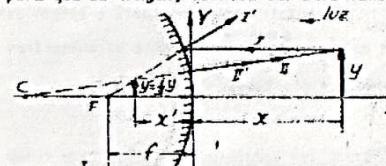


Fig. 1-25

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{-30}$$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{1}{3} = -\frac{x'}{x} \therefore x' = -\frac{x}{3}$$

reemplazando:

$$\frac{1}{x} - \frac{3}{x} = -\frac{1}{30}$$

$$x = 60 \text{ cm.}$$

11-PRISMA

Es un medio transparente limitado por dos caras no paralelas. (Fig. 1-26).

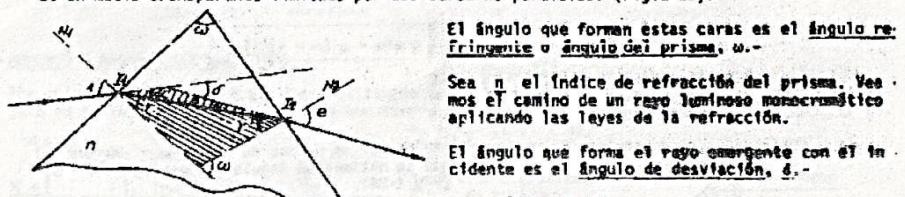


Fig. 1-26

El ángulo que forman estas caras es el ángulo refringente o ángulo del prisma, ω .

Sea n el índice de refracción del prisma. Vea mos el camino de un rayo luminoso monocrómatico aplicando las leyes de la refracción.

El ángulo que forma el rayo emergente con el incidente es el ángulo de desviación, δ .

$$\begin{aligned} \delta &= a + b \\ a + r &= i \\ b + r' &= e \end{aligned}$$

Luego:

$$\delta = (i - r) + (e - a)$$

O sea:

$$\delta = i + e - (r + r')$$

y como $r + r' = w$

$$\delta = i + e - w \quad (11)$$

Por otra parte:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \quad (12)$$

$$\frac{\sin e}{\sin r'} = n \quad (13)$$

y además:

$$w = r + r' \quad (14)$$

Estas son las denominadas leyes del prisma.

Si hacemos girar el prisma alrededor de un eje normal al papel que pase por I, manteniendo constante la dirección del rayo incidente (Fig. 1-27), el ángulo de desviación irá variando, pero existe un valor mínimo de dicho ángulo que no disminuye aún cuando sigamos girando el prisma, en el mismo sentido. Para dicho valor mínimo de δ se verifica: $e = i$.

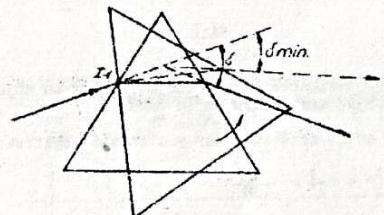


Fig. 1-27

Luego:

$$\delta_{\text{min}} = 2i + w$$

O sea: $i = \frac{\delta_{\text{min}} - w}{2}$

también $r = r'$, luego:

$$w = 2r$$

O sea: $r = \frac{w}{2}$

y reemplazando en (12):

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_{\text{min}} + w}{2}}{\sin \frac{w}{2}} \quad (15)$$

Si w es pequeña:

$$n = \frac{\delta_{\text{min}} + w}{w}$$

es decir:

$$\delta_{\text{min}} = w(n - 1) \quad (16)$$

fórmula aproximada, de mucha utilización.

12-PRISMAS DE REFLEXIÓN TOTAL

La llamada escuadra de agrimensor está constituida por un prisma de ángulo $w = 90^\circ$ con el que se obtiene un ángulo de desviación $\delta = 90^\circ$ (Fig. 1-28).

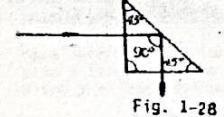


Fig. 1-28

El mismo prisma nos permite obtener una desviación de 180° (Fig. 1-29).

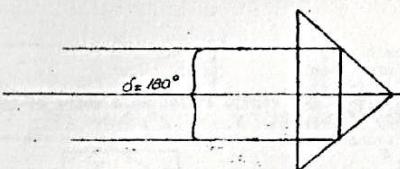


FIG. 1-29

13-LAMINA DE CARAS PARALELAS

Sea una lámina de caras paralelas de índice de refracción n y un rayo incidente en I, (Fig. 1-20) Aplicando la ley de la refracción:

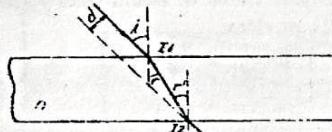


Fig. 1-30

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = n$$

es decir

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r'}$$

pero $r' = r$ por alternos internos, luego:

$$i' = i$$

Es decir que un rayo que atraviesa una lámina de caras paralelas no se desvía sino que sufre un desplazamiento d.

14-DIOPTRAS ESFÉRICAS

Dioptra es, en general, una superficie de separación entre dos medios de distinta densidad óptica, por ejemplo la superficie del agua de un recipiente que separa el medio aire del medio agua.

Una dioptra esférica es un casquete esférico (Fig. 1-31). El radio de la esfera a que pertenece es el radio de curvatura; su centro es el centro de curvatura. El centro del casquete es el polo de la dioptra. La recta que une el polo con el centro de curvatura es el eje principal. Cualquier otra recta que pase por C es un eje secundario. El ángulo sólido Ω es la apertura de la dioptra.

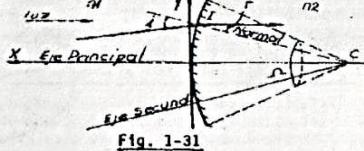


Fig. 1-31

Consideremos un punto luminoso S en el eje principal (Fig. 1-32) y un rayo que partiendo de él incide en la dioptra en I. El rayo refractado se acercará a la normal ($n_2 > n_1$) y cortará al eje principal en S'.

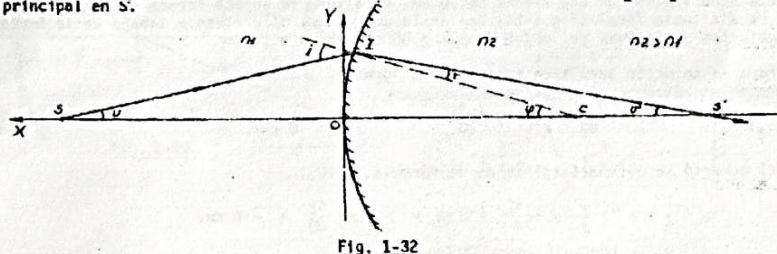


Fig. 1-32

En el triángulo $\triangle SIC$:

$$\frac{SC}{SI} = \frac{\sin i}{\sin C}$$

En el triángulo $\triangle S'IC$:

$$\frac{S'I}{S'C} = \frac{\sin i'}{\sin r}$$

Multiplicando miembro a miembro estas dos expresiones:

$$SC \cdot S'I = \frac{\sin i}{\sin C} \cdot \frac{\sin i'}{\sin r} = \frac{\sin i}{\sin r} \quad \text{es decir: } \frac{SC \cdot S'I}{SI \cdot S'C} = \frac{n_2}{n_1} \quad (17)$$

pero:

$$SC = x + (-R) = x - R$$

$$SI = SO = x$$

$$S'I = S'0 = x'$$

$$S'C = -x' - (-R) = R - x'$$

reemplazando en (17):

$$\frac{x - R}{x} + \frac{-x'}{R - x} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{-xx' + Rx'}{Rx - xx'} = \frac{n_2}{2}$$

$$-n_1xx' + n_1rx' = n_2rx - n_2xx'$$

Dividiendo la expresión por $xx' R$:

$$-\frac{n_1}{R} + \frac{n_1}{x} = \frac{n_2}{x'} - \frac{n_2}{R}$$

y ordenando:

$$\frac{n_2 - n_1}{x'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (18)$$

que es la fórmula general de las dioptrias esféricas.

La fórmula (18) es absolutamente general. Por ejemplo si conocemos x , R , n_1 y n_2 podemos

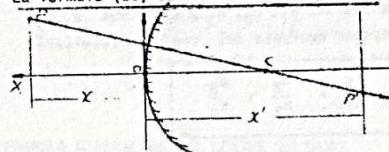


Fig. 1-33

determinar x' mediante la fórmula. En el plano normal al eje principal a la distancia x' estará la imagen P' del punto P , ubicado a la distancia x de la dioptra (Fig. 1-33). Para determinarla bastará considerar el rayo que partiendo de P , pasa por el centro de curvatura C , que no se desvía al atravesar la dioptra.

15-FOCOS

Para obtenerlos aplicamos el mismo razonamiento que en los espejos esféricos.

Si hacemos $x' = \infty$ o $x = f$, es decir:

$$\frac{n_2 - n_1}{\infty} = -\frac{n_2 - n_1}{R}$$

13

14

de donde:

$$f = -\frac{n_1}{n_2 - n_1} \cdot R \quad (19)$$

Si ahora hacemos $x = -\infty$ o $x' = f'$, o sea:

$$\frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

de donde:

$$f' = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \cdot R \quad (20)$$

Entre las distancias focales se pueden establecer algunas relaciones importantes. Por ejemplo si hacemos el cociente de (19) y (20):

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 - n_1} \cdot \frac{R}{R} = 1$$

es decir:

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n_1}{n_2} \quad (21)$$

Esto indica que los focos principales están a uno y otro lado de la dioptra. Son simultáneamente reales o simultáneamente virtuales.

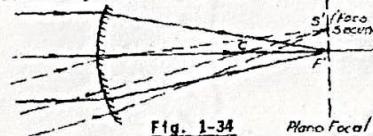
Si realizamos la semisuma de las distancias focales, obtenemos:

$$\frac{f + f'}{2} = \frac{R}{2} \quad (22)$$

es decir que los focos equidistan del punto medio del radio de curvatura.

Los planos que pasan por los focos y son perpendiculares al eje principal son los planos focales.

Si los rayos de un haz son paralelos al eje principal, después de atravesar la dioptra convergen en el foco principal (Fig. 1-34). Todo haz paralelo, que no lo sea también al eje principal, converge en un punto del plano focal denominado foco secundario. Cada dirección tiene entonces su correspondiente foco secundario, cuyo lugar geométrico es el plano focal respectivo.



16-AUMENTO O AGRANDAMIENTO LATERAL

Por definición es la relación entre el tamaño de la imagen y el tamaño del objeto. Sea un objeto AB de tamaño "y" y una dioptra que separa dos medios de índices n_1 y n_2 , siendo $n_2 > n_1$ (Fig. 1-35).

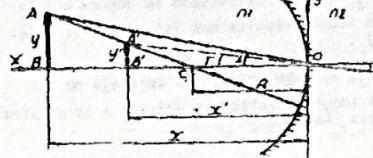


Fig. 1-35

Análiticamente o gráficamente determinamos la imagen $A'B'$ de tamaño y' .

En el triángulo ABO :

$$y = x \operatorname{tg} i = x i \quad (\text{por ser } i \text{ muy pequeño})$$

En el triángulo $A'B'O$:

$$y' = x' \operatorname{tg} r \approx x' \cdot r$$

Luego:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x' r}{x r}$$

pero:

$$\frac{r}{T} \approx \frac{\operatorname{sen} r}{\operatorname{sen} T} = \frac{n_1}{n_2}$$

Luego:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 x'}{n_2 x}$$

(23)

y teniendo en cuenta la (21), podemos también expresarlo:

$$A = -\frac{f' x'}{f x}$$

(24)

17-DIOPTRAS PLANAS

Para el tratamiento de las dioptrias planas podemos utilizar las fórmulas de las dioptrias esféricas haciendo: $R = \infty$

Luego:

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = 0$$

es decir:

$$x' = x \frac{n_2}{n_1}$$

(25)

Las distancias focales resultan:

$$f = -\frac{n_1}{n_2 - n_1} R = \infty$$

$$f' = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R = \infty$$

El aumento o agrandamiento lateral:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 x'}{n_2 x}$$

y teniendo en cuenta la (25)

$$A = +1$$

DIOPTRAS PLANAS

Es decir que la imagen tiene el mismo tamaño que el objeto; según sean los medios n_1 y n_2 la imagen estará más cerca o más lejos de la dioptra que el objeto.

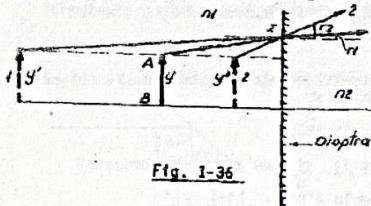


Fig. 1-36

Si $n_2 > n_1$, el rayo refractado se acerca a la normal y la imagen resulta mas lejana que el objeto (Caso 1).

Si $n_2 < n_1$, el rayo refractado se aleja de la normal y la imagen resulta mas próxima a la dioptra que el objeto (Caso 2).

Espesor aparente

Supongamos un estanque con agua y un observador que desde el interior del estanque observa un farol de iluminación en el borde del estanque (Fig. 1-37)

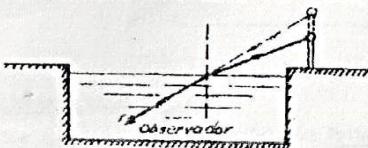


Fig. 1-37

El observador ve el farol más alto de lo que es realmente.

Supongamos ahora el caso inverso, es decir que un observador, desde el exterior observa el fondo del estanque (Fig. 1-38). Para él dicho estanque aparecerá menos profundo de lo que es en realidad. En efecto, aplicando la fórmula (25):

$$x' = x \frac{n_1}{n_2}$$

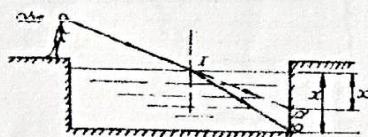


Fig. 1-38

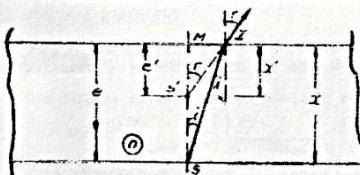
y siendo $n_1 = 1$ (aire) y $n_2 = n$ el índice del agua resulta:

$$x' = x \frac{1}{n}$$

x' se denomina profundidad aparente.

Sea un espesor dado de material transparente (Fig. 1-39)

Para un observador que mira normalmente o casi normalmente siempre aparecerá menor pues:



$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{MS}{MT} = \frac{IS'}{TS} \times \frac{MS'}{IS} = \frac{x'}{x}$$

pero:

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{1}{n}$$

Luego:

$$x' = \frac{x}{n}$$

Si se trata de varias capas transparentes (Fig. 1-40) de índices n_1, n_2, n_3 y espesores e_1, e_2, e_3 , el espesor aparente del conjunto resultará:

e_1	(1)
e_2	(2)
e_3	(3)

$$e_{ap} = \frac{e_1}{n_1} + \frac{e_2}{n_2} + \frac{e_3}{n_3}$$

Fig. 1-40

18-LENTES DELGADAS

En general un sistema óptico es un conjunto de superficies reflectoras y refringentes que, de puntos objeto determinan, por efecto de la reflexión y refracción de los rayos, puntos imágenes. (Fig. 1-41).

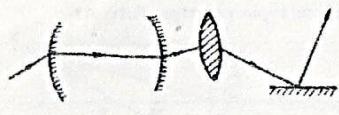


Fig. 1-41

Si los centros de todas las superficies se hallan sobre una misma recta, que se denominó eje óptico, se tiene un sistema óptico centrado.
El más sencillo de estos sistemas es la lente.

Una lente es un sistema óptico centrado constituido por dos dioptrias de las cuales una puede ser plana.

La recta que une los centros de curvatura de las dioptrias es el eje principal, R_1 es el radio de curvatura de la 1a. dioptra y R_2 de la segunda (siguiendo el camino de la luz).

La distancia entre las dioptrias, medida sobre el eje principal es el espesor de la lente (Fig. 1-42).

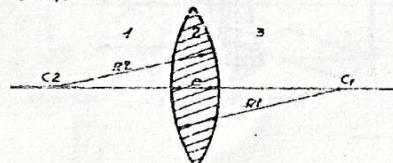


Fig. 1-42

Las dioptrias que forman la lente limitan entre sí tres medios (Fig. 1-42). En general (1) y (3) son iguales, en cuyo caso podemos decir que una lente está constituida por un medio transparente sumergido en otro medio de distinto índice de refracción.

En primer lugar consideraremos las lentes delgadas, es decir aquellas en que el espesor es despreciable frente a la otra dimensión de la lente.

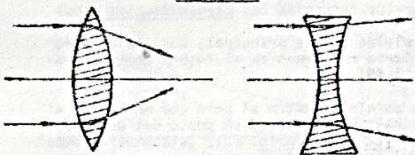
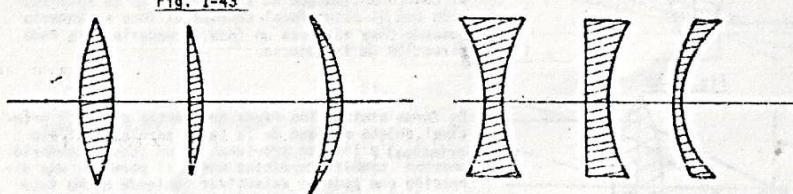


Fig. 1-43

Se pueden clasificar las lentes en convergentes y divergentes. En las primeras los rayos que llegan paralelos al eje principal, después de atravesar la lente se aproximan a dicho eje. En las divergentes los rayos se alejan del eje principal. (Fig. 1-43).

Los tipos más comunes de lentes se indican en la Fig. 1-44.



Convergentes

Divergentes

Fig. 1-44

19-FÓRMULA GENERAL DE LAS LENTES DELGADAS

La intersección de las dos dioptrias con el eje principal coinciden en un punto al considerar despreciable el espesor de la lente (aunque no aparezca así en el esquema). Ese punto se denomina centro óptico de la lente. Lo utilizaremos como centro de coordenadas.

Consideraremos (Fig. 1-45) un punto objeto S sobre el eje principal y un rayo que parte de él e incide en la 1a. dioptra o cara de la lente.

17

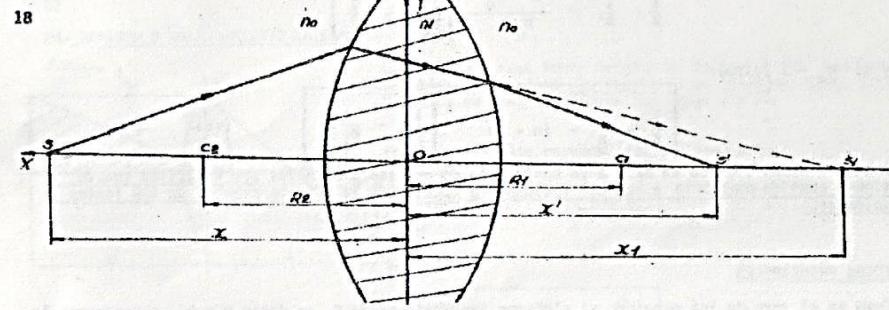


Fig. 1-45

Dicho rayo se refractará en ella y determinará en el eje principal al punto S_1 , de no existir la 2a. dioptra. S_1 actúa como objeto para esta 2a. dioptra y nos proporciona la imagen S' que es la imagen definitiva que produce la lente del punto objeto S .

Para la 1a. dioptra:

$$\left. \begin{array}{l} n_2 = n \\ n_1 = n_0 \\ x' = x_1 \\ x = x \\ R = R_1 \end{array} \right\} \text{Luego: } \frac{n}{x_1} - \frac{n_0}{x} = \frac{n - n_0}{R_1} \quad (a)$$

para la 2a. dioptra:

$$\left. \begin{array}{l} n_2 = n_0 \\ n_1 = n \\ x' = x_1 \\ x = x_1 \\ R = R_2 \end{array} \right\} \text{Luego: } \frac{n_0}{x'} - \frac{n}{x_1} = \frac{n_0 - n}{R_2} \quad (b)$$

Si sumamos miembro a miembro (a) y (b):

$$\frac{n_0}{x} + \frac{n_0}{x'} = \frac{n - n_0}{R_1} + \frac{n_0 - n}{R_2}$$

y des, multiplicando por -1:

$$n_0 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \right) = \frac{n - n_0}{R_1} + \frac{n_0 - n}{R_2}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{n - n_0}{n_0} \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right]$$

y si $n_0 = 1$ (aire):

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = (n - 1) \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right] \quad (26)$$

A la que hemos llegado en base a la convención de que las distancias son positivas cuando tienen sentido contrario a la luz incidente y constituye la fórmula general de las lentes delgadas.

20-FOCOS PRINCIPALES

Caso en el caso de los espejos, si alejamos indefinidamente S, es decir $x = \infty$, obtendremos la distancia focal imagen, $f' = x'$ (Fig. 1-46)

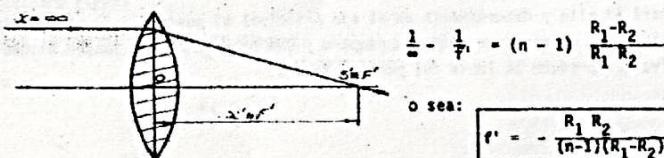


Fig. 1-46

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{f'} = (n - 1) \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}$$

o sea:

$$f' = -\frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 - R_2)} \quad (27)$$

De igual modo si hacemos $x' = \infty$ (Fig. 1-47) la distancia focal objeto será $f = x$

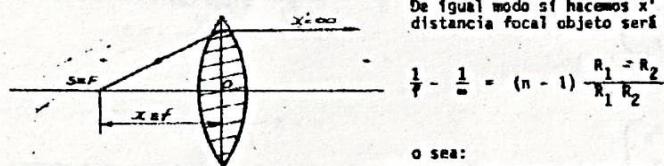


Fig. 1-47

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{x} = (n - 1) \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}$$

o sea:

$$f = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 - R_2)} \quad (28)$$

es decir:

$$f = -f'$$

Los focos principales están entonces a uno y otro lado de la lente y a igual distancia del centro óptico, si el radio que rodea la lente es el mismo.

De lo anterior:

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{f'} = (n - 1) \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right]$$

o sea:

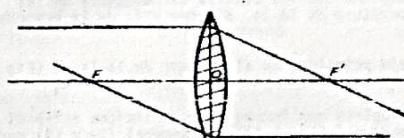
$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \quad (29)$$

que es similar a la fórmula de Descartes para los espejos pero con signo negativo. Multiplicando por f y siendo $f = f'$:

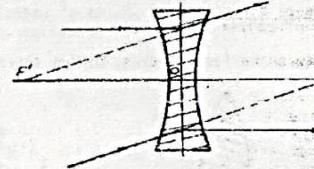
$$\frac{f}{x} + \frac{f}{x'} = 1$$

que es la fórmula de Gauss.

De acuerdo a lo visto, en las lentes convergentes ambos focos son reales y en las divergentes ambos son virtuales (Fig. 1-48)



Lente convergente



Lente divergente

Fig. 1-48

21-FOCOS SECUNDARIOS

Los planos, normales al eje principal, que pasan por los focos son los planos focales. Los

rayos paralelos al eje principal, después de atravesar la lente convergen en el foco principal imagen (Fig. 1-49).

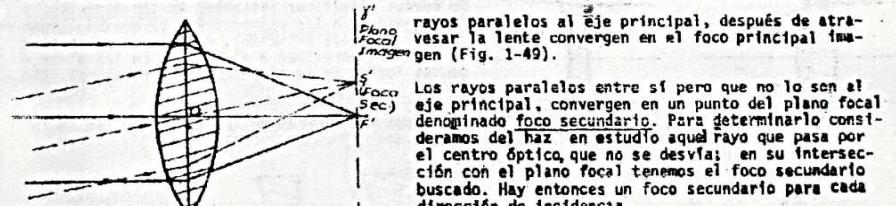


Fig. 1-49

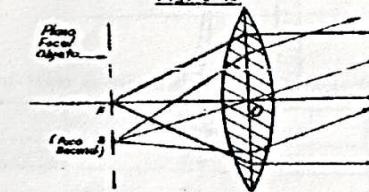
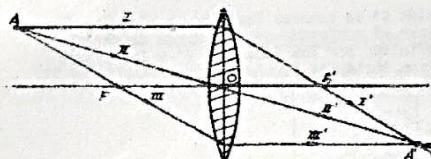


Fig. 1-50

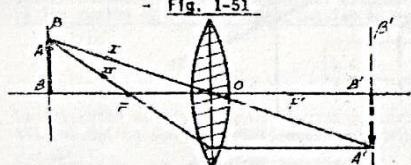
22-IMAGENES EN LAS LENTES DELGADAS

Conocemos, como consecuencia de la definición de los focos la marcha de 2 rayos: el que llega paralelo al eje principal que después de atravesar la lente pasa por el foco imagen y el que pasa por el foco que emerge de la lente paralelo al eje principal. Además los rayos que pasan por el centro óptico de la lente no se desvían. Eso nos permite determinar la imagen de un punto.



21
to objeto A. (Fig. 1-51). Es evidente que sólo bastará utilizar dos de los tres rayos indicados.

Para la obtención de imágenes de figuras, nos basamos en que a todo plano normal al eje principal le corresponde como conjugado otro plano también normal a dicho eje.

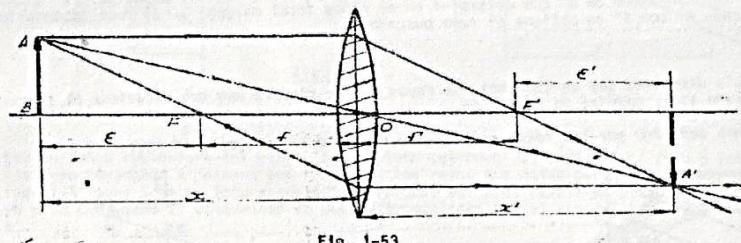


Dada la figura AB, determinamos la imagen de un punto de ella por ejemplo el A. Si trazamos por A' un plano normal al eje principal, en la intersección con este obtenemos el conjugado del punto A y la imagen A'B' buscada. (Fig. 1-52)

Fig. 1-52

23-FÓRMULA DE NEWTON

Existiendo dos focos se tiene un doble origen de coordenadas (Fig. 1-53)



Como se ve en la figura:

$$x = f + e$$

$$x' = f' + e'$$

reemplazando estos valores en la fórmula de Gauss:

$$\frac{f}{f+e} + \frac{f'}{f'+e'} = 1$$

$$ff' + fe' + ff' + f'e = ff' + fe' + f'e + ee'$$

o sea:

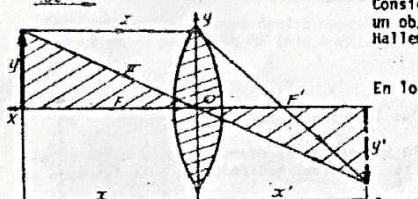
$$ee' = f.f'$$

(30)

22

24- AUMENTO O AGRANDAMIENTO LATERAL

Sea



Consideremos una lente delgada de focos F y F'. Sea "y" un objeto situado a la izquierda de la misma. (Fig. 1-54) Hallemos su imagen mediante los rayos I y II.

En los triángulos rayados, que son semejantes:

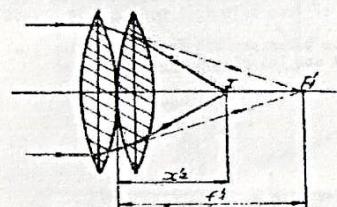
$$\frac{-y'}{y} = \frac{-x'}{x}$$

Luego:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \quad (31)$$

25-LENTES DELGADAS ADOSADAS.

Podemos considerar el sistema como una única lente de determinada distancia focal. Sean dos lentes de distancia focales f_1 y f_2 (Fig. 1-55). Un haz paralelo que incide en la 1a. lente convergerá en F_1 , si no existe la 2a. lente. Este punto F_1 actuará como objeto para la 2a. lente y dará una imagen I que será, en definitiva, el foco de las dos lentes consideradas como una sola.



Aplicando la fórmula de Descartes a la 2a. lente;

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_2}$$

pero:

$$x_2 = f'_1 = f_1$$

además x_2 es negativa, luego:

$$-\frac{1}{f_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_2}$$

O sea:

$$\frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

considerando el sistema como una única lente, x_2 equivale a la distancia focal F del mismo. Luego:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (32)$$

si son mas de dos lentes podemos escribir:

$$\frac{1}{F} = \sum \frac{1}{f_i}$$

Se denomina potencia o convergencia de una lente a la inversa de la distancia focal. Por lo tanto para un conjunto de lentes adosadas:

$$P = \sum p_i \quad (33)$$

La unidad de potencia es la dioptria y esa unidad resulta directamente si se expresa la distancia focal en metros. Por ejemplo una lente de 25 cm. de distancia focal tiene una potencia:

$$P = \frac{1}{0,25} = + 4 \text{ dioptrias}$$
