Fórmulas Física 1 - 8201 - **[Work In Progress]**

Guido Rodriguez
guerodriguez@fi.uba.ar

Mi perfil de github con la última versión disponible
ApophisXIV

March 1, 2023

1 Cinemática

Arco de circunferencia

$$s = R \cdot \theta \tag{1}$$

Velocidad Angular

$$\vec{\Omega} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \cdot \hat{k} \tag{2}$$

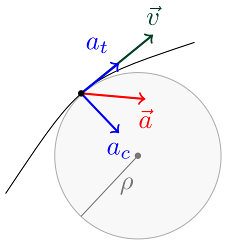
Aceleración Angular

$$\vec{\gamma} = \frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} \cdot \hat{k} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \cdot \hat{k} \tag{3}$$

Velocidad Tangencial-Angular (módulo)

$$v = \Omega \cdot R \tag{4}$$

Coordenadas intrínsecas



- Se descompone la aceleración en una base intrínseca $(\hat{t}, \hat{n}, \hat{b})$
- Tomar la velocidad para construir la coordenada tangencial
- Si es 2D, para conseguir la coordenada $\hat{n}$ cambiar las componentes de $\hat{t}$ y cambiar el signo de alguna de ellas de tal forma que respete el sentido físico (que apunte al centro de curvatura).

Radio del círculo obsculador

$$\rho = \frac{||\vec{v}||^2}{a_c} \tag{5}$$

Ecuación de posición

$$\vec{r}_{(t)} = (x_{(t)}, y_{(t)}, z_{(t)}) \tag{6}$$

Ecuación de velocidad

$$\vec{v}_{(t)} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right) \tag{7}$$

Ecuación de aceleración

$$\vec{a}_{(t)} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}, \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}, \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\right) \tag{8}$$

Ecuación de *Jerk* (tirón)

$$\vec{j}_{(t)} = \frac{\mathrm{d}^3\vec{r}}{\mathrm{d}t^3} = \left(\frac{\mathrm{d}^3x}{\mathrm{d}t^3}, \frac{\mathrm{d}^3y}{\mathrm{d}t^3}, \frac{\mathrm{d}^3z}{\mathrm{d}t^3}\right) \tag{9}$$

Movimiento relativo

$$\begin{aligned} \vec{r}_{p/o} &= \vec{r}_{p/o'} + \vec{r}_{o'/o} \\ \vec{v}_{p/o} &= \vec{v}_{p/o'} + \vec{v}_{o'/o} \\ \vec{a}_{p/o} &= \vec{a}_{p/o'} + \vec{a}_{o'/o} \end{aligned} \tag{10}$$

MRUV

$$\begin{aligned} x_{(t)} &= x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ {v_f}^2 - {v_0}^2 &= 2 \cdot a \cdot (x_f - x_0) \\ v_{(t)} &= v_0 + a \cdot t \\ a_{(t)} &= cte \end{aligned} \tag{11}$$

2 Dinámica

Condición de equilibrio

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \tag{12}$$

Sistemas de referencia

- SRI: Sistema fijo a Tierra o con velocidad constante
- SRNI: Sistema acelerado respecto a Tierra

Fuerza Centrífuga (SRNI rotacional)

- *Efecto Coriolis* y *Efecto Magnus*

$$F_{cf}{}^{*} = -m \cdot \omega^2 \cdot r \tag{13}$$

Fuerza de rozamiento estática máxima

$$F_{rs_{max}} = \mu_s \cdot N \tag{14}$$

Fuerza de rozamiento dinámica

$$F_{rk} = \mu_k \cdot N \tag{15}$$

3 Dinámica de fluidos

Fuerza de rozamiento viscoso

- μ (Coeficiente de viscosidad) ($\mu = 1$)
- k (Coeficiente de arrastre)
- v (El signo depende del sist. de ref. Opuesto al desplazamiento relativo)

$$\vec{F}_{rv} = -k \cdot \vec{v}^{\,\mu} \tag{16}$$

Ley de Stokes (esferas)

- μ (Coeficiente de viscosidad)
- R (Radio de la esfera)

$$\vec{F}_{rv} = 6\pi \cdot R \cdot \mu \cdot \vec{v} \tag{17}$$

Forma diferencial

$$\vec{F} - \vec{F}_{rv} = m \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \tag{18}$$

Velocidad Límite

$$v = \frac{F}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m} \cdot t}\right) \tag{19}$$

4 Gravitación

Fuerza de atracción gravitatoria

- G (Constante de gravitación universal)(G = $6.673 \times 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$)
- r (Distancia entre los cuerpos)
- Recordar *Experimento de Cavendish*

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \tag{20}$$

5 Masa - Resorte

Ley de Hooke

- Δx (Deformación)
- -k (Constante elástica) (opuesta al desplazamiento)
- F_e (Fuerza elástica)

$$F_e = -k \cdot \Delta x \tag{21}$$

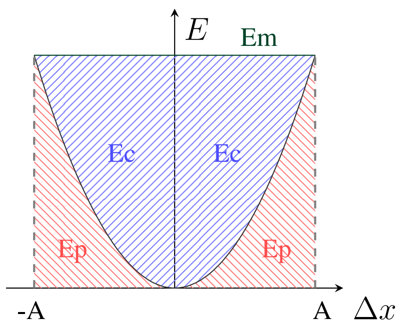
Velocidad de la masa en un sistema masa-resorte

- k (Constante elástica)
- Si $V \in \mathbb{C}$ se entiende como un movimiento acotado

$$|v| = \sqrt{{v_o}^2 - \frac{k}{m} \cdot (x^2 - {x_o}^2)} \tag{22}$$

Cota de energía en un MAS

$$Em = A^2 \cdot \frac{k}{2} \tag{23}$$



Sistema masa-resorte (EDO)

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \tag{24}$$

Las soluciones de la ecuación son...

$$x(t) = A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{d}t} = \omega \cdot A_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$a(t) = \frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 \cdot A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$a(t) = \frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 \cdot x(t)$$

Período de un sistema masa-resorte

- Pulsación o Frecuencia angulas (ω)
- Recordar que ($\omega = 2\pi \cdot F = \frac{2\pi}{T}$)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{25}$$

6 Péndulo simple

Péndulo Simple (EDO)

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{l} \cdot x = 0 \tag{26}$$

Las soluciones de la ecuación son...

$$x(t) = A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}} = \omega \cdot A_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$a(t) = \frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 \cdot A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$a(t) = \frac{\mathrm{d}^2\mathrm{x}}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 \cdot x(t)$$

Las soluciones en función del ángulo...

$$\theta_{(t)} = \theta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$\Omega_{(t)} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{dt}} = \omega \cdot \theta_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$\gamma_{(t)} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 \cdot \theta_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$
$$\gamma_{(t)} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 \cdot \theta(t)$$

Período de un péndulo simple

- Pulsación o Frecuencia angular (ω)
- Recordar que ($\omega = 2\pi \cdot T = \frac{2\pi}{F}$)
- L (Longitud de la cuerda)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{27}$$

Tensión de la cuerda

- Recordar ecuación 5

$$T = m \cdot g \cdot cos(\theta) + m \cdot a_c$$
$$T = m \cdot g \cdot cos(\theta) + m \cdot \frac{v^2}{L} \tag{28}$$

Si está en reposo...

$$T = m \cdot g \cdot cos(\theta)$$

7 Trabajo y energía

Trabajo de una fuerza

$$W_F = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \tag{29}$$

Para una trayectoria recta...

$$W_F = F \cdot \Delta x$$

Potencia Media

$$P_m = \frac{W_F}{\Delta t} \tag{30}$$

Potencia Instantánea

$$P_i = \vec{F} \cdot \vec{v}_{inst} \tag{31}$$

Energía cinética (m=cte)

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \tag{32}$$
$$\Delta Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot ({v_f}^2 - {v_0}^2)$$

Energía potencial gravitatoria (m = cte)

$$Epg = m \cdot g \cdot h \tag{33}$$
$$\Delta Epg = m \cdot g \cdot (h_f - h_0)$$

Energía potencial elástica

$$Epe = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \tag{34}$$
$$\Delta Epe = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_f^2 - x_0^2)$$

Teorema de las fuerzas vivas (m = cte)

$$W_{TF} = \Delta Ec \tag{35}$$

Teorema de las fuerzas conservativas (m = cte)

- Campos de fuerza conservativos. Una forma de intuir si un campo de fuerzas es conservativo es mediante el teorema de Schwarz.
- Si es 2D... $\left(\frac{\partial f_y}{\partial x} = \frac{\partial f_x}{\partial y}\right)$

$$W_{FC} = -\Delta Ep \tag{36}$$

Teorema de las fuerzas no conservativas

$$W_{FNC} = \Delta Em \tag{37}$$
$$\Delta Em = \Delta Ec + \Delta Ep$$

EP en un campo de fuerza conservativo

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}\right) = -\nabla Ep \tag{38}$$

8 Sistemas de partículas

Cantidad de movimiento lineal

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v} \tag{39}$$

- Otros nombres posibles...
  - Momento lineal
  - Momento traslacional
  - Cantidad de movimiento lineal
  - Cantidad de movimiento
  - Impetu
  - Momentum
  - Momento

Variación de la cantidad de movimiento lineal

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \tag{40}$$

Fuerza media

$$F_{med} = \frac{\Delta P}{\Delta T} \tag{41}$$

Conservación de $\vec{P}$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \rightarrow \vec{P} = cte \rightarrow \vec{v} = cte \rightarrow \vec{a} = \vec{0} \tag{42}$$

Impulso lineal

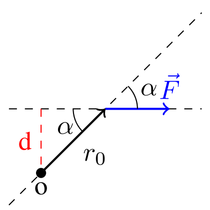
$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot d\vec{t} \tag{43}$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{P} \tag{44}$$

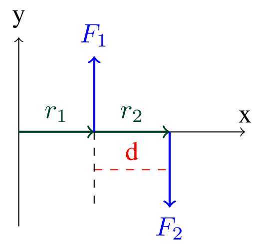
Torque de una fuerza

$$\overrightarrow{\tau_{\vec{F}}^{o}} = \vec{r}_o \times \vec{F} \tag{45}$$

$$\left| \tau_{\vec{F}}^{o} \right| = F \cdot r_o \cdot \sin(\alpha) = F \cdot d \tag{46}$$



- d: Brazo de palanca
- Otros nombres posibles (tener especial cuidado en el contexto en el que se emplean dada la similitud con los nombres alternativos de $\vec{P}$) ...
  - Fuerza rotacional
  - Efecto de rotación
  - Torca
  - *Momento de fuerza*
  - *Momento*
  - *Par motor* (específica del área mecánica)
- **Fuerza Central**: Son aquellas que realizan un torque nulo respecto de un punto de referencia. (Ej: fuerzas que "pasan" por el punto de referencia de torques)
- **Cuplas**: Par de fuerzas separadas a una distancia d, de igual intensidad, misma dirección y sentidos opuestos, donde cuyo valor en módulo es $F \cdot d$. Es una herramienta útil para desacoplar el movimiento de roto-traslación de un sistema como la suma de un movimiento de traslación y uno de rotación



Cantidad de movimiento angular

$$\vec{L}^o = \vec{r}_o \times \vec{P}_o \tag{47}$$

$$\vec{L}^o = \vec{r}_o \times m \cdot \vec{v}$$

- Otros nombres posibles (tener especial cuidado en el contexto en el que se emplean dada la similitud con los nombres alternativos de $\vec{L}$) ...
  - Momento angular
  - Momento cinético
  - Momento rotacional
  - Momento de momentum

Variación de la cantidad de movimiento angular

$$\frac{d\vec{L}^o}{dt} = \overrightarrow{\tau_{\vec{F}}^{o}} \tag{48}$$

Conservación de $\vec{L}^o$

$$\sum \overrightarrow{\tau_{\vec{F}_{ext}}^{o}} = \vec{0} \rightarrow \vec{L}^o = cte \rightarrow \vec{\omega} = cte \rightarrow \vec{\gamma} = \vec{0} \tag{49}$$

Posición del centro de masa

$$\vec{r}_{cm} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{r}_i \cdot m_i}{M} \tag{50}$$

Velocidad del centro de masa

$$\vec{v}_{cm} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{v}_i \cdot m_i}{M} \tag{51}$$

Aceleración del centro de masa

$$\vec{a}_{cm} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\vec{a}_i \cdot m_i}{M} \tag{52}$$

Cantidad de movimiento lineal del SP

$$\vec{P}_{sist} = \vec{P}_{cm} = M \cdot \vec{v}_{cm} = \sum_{i=1}^{n} \vec{v}_i \cdot m_i \tag{53}$$

Cantidad de movimiento angular del SP

$$\vec{L}^o_{sist} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}^o_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}^o_i \times \vec{P}^o_i \tag{54}$$

Cantidad de movimiento angular (Orbital y Spin)

$$\begin{aligned} \vec{L}^o_{sist} &= \sum_{i=1}^{n} \vec{L}^{cm}_i + \vec{r}^{\,o}_{cm} \times \vec{P}^{o}_{cm} \\ \vec{L}^o_{sist} &= \vec{L}^{cm}_{sist} + \vec{L}^o_{cm} \\ \vec{L}^o_{sist} &= \vec{L}_{spin} + \vec{L}_{orbital} \end{aligned} \tag{55}$$

Energía potencial gravitatoria de un SP

$$Ep = M \cdot g \cdot h_{cm} \tag{56}$$

Energía cinética de un SP

$$Ec^o_{sist} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} \cdot m_i \cdot (v^o_i)^2 \tag{57}$$

E. cinética (Orbital y Spin) - Teorema de König's

$$\begin{aligned} Ec^o_{sist} &= \frac{1}{2} \cdot M \cdot (v_{cm})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \cdot m_i \cdot (v^{cm}_i)^2 \\ Ec^o_{sist} &= Ec^o_{cm} + Ec^{cm}_{sist} \\ Ec^o_{sist} &= Ec_{orbital} + Ec_{spin} \end{aligned} \tag{58}$$

Tipos de interacciones

- Perfectamente elástico $\rightarrow Ec^f = Ec^o \rightarrow \Delta Ec = 0$
- Perfectamente plástico $\rightarrow \vec{v}_{fa} = \vec{v}_{fb}$
- Inelástico / Endoérgico $\rightarrow Ec^f < Ec^o$
- Explosivo / Exoérgico $\rightarrow Ec^f > Ec^o$

Coeficiente de restitución

$$(\vec{v}^{\,f}_2 - \vec{v}^{\,f}_1) = -e \cdot (\vec{v}_2^{\,o} - \vec{v}_1^{\,o}) \tag{59}$$

- e = 1 (Perfectamente Elástico)
- e = 0 (Perfectamente Plástico)
- 0<e<1 (Inelástico / Endoérgico)
- e $>$ 1 (Explosivo / Exoérgico)

9 Cuerpo Rígido

Ecuaciones de cinemática del CR

$$\begin{aligned} \vec{v}_p &= \vec{v}_q + \vec{\Omega} \times \vec{r}_{p/q} \\ \vec{a}_p &= \vec{a}_q + \vec{\gamma} \times \vec{r}_{p/q} + \vec{\Omega} \times \vec{v}_{p/q} \\ \vec{a}_p &= \vec{a}_q + \vec{\gamma} \times \vec{r}_{p/q} + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_{p/q} \end{aligned} \tag{60}$$

- Acel. de traslación: $\overrightarrow{a^{tr}_p} = \vec{a}_q$
- Acel. tangencial de p: $\overrightarrow{a^{tg}_{p/q}} = \vec{\gamma} \times \vec{r}_{p/q}$
- Acel. centrípeta de p: $\overrightarrow{a^{cen}_{p/q}} = \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_{p/q}$

Ecuaciones de Newton del CR

- Traslación

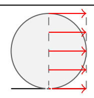
$$\begin{aligned} \sum F_x &= M \cdot a^x_{cm} \\ \sum F_y &= M \cdot a^y_{cm} \\ \sum F_z &= M \cdot a^z_{cm} \end{aligned} \tag{61}$$

- Rotación

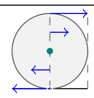
$$\begin{aligned} \sum \tau^{cm}_x &= I^{cm}_x \cdot \gamma_x \\ \sum \tau^{cm}_y &= I^{cm}_y \cdot \gamma_y \\ \sum \tau^{cm}_z &= I^{cm}_z \cdot \gamma_z \end{aligned} \tag{62}$$

Gráficos de velocidad/aceleración

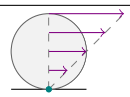
Traslación Pura



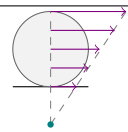
Rotación Pura



Rototraslación Perfecta



Rototraslación Imperfecta



Centro Instantáneo de Rotación

- Por definición $v_{cir} := 0_{m/s}$
- El CIR coincide con el punto de contacto del cuerpo con la superficie si este se encuentra en un estado de rotación perfecta o bajo condición de rotación sin desplazamiento relativo entre él y la superficie (*RSD*)
- Útil para ciertos planteos de torques cuando la fuerza que lo realiza es desconocida.

Momento de inercia

$$I^A = \sum_{i=1}^{\infty} m_i \cdot d^2 \quad (63)$$

- Generalización...

$$I^A = \int_V \delta \cdot \xi^2 \, dV$$

- En función de L...

$$I^A = \frac{L^A}{\Omega} \quad (64)$$

Momentos de inercia notables

Cilindro macizo $I^{cm} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$	Cilindro hueco $I^{cm} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot (R^2 + r^2)$
Esfera maciza $I^{cm} = \frac{2}{5} \cdot M \cdot R^2$	Esfera hueca $I^{cm} = \frac{2}{3} \cdot M \cdot (R^2 + r^2)$
Barra delgada $I^{cm} = \frac{1}{12} \cdot M \cdot L^2$	Aro delgado $I^{cm} = M \cdot (R^2 + r^2)$
Partícula $I^{cm} = m \cdot d^2$	

Teorema de Steiner

$$I^A = I^{cm} + M \cdot d^2 \quad (65)$$

Energía potencial de un CR

- Por ser un CR su Ep es únicamente gravitatoria, si hubiera elástica sería un *soft-body*, es decir, presenta deformaciones.
- El CR por ser un tipo de SP, la energía potencial gravitatoria será igual a la mencionada anteriormente

$$Ep = M \cdot g \cdot h_{cm} \quad (66)$$

Energía cinética de un CR

$$\begin{aligned} Ec^o_{_{CR}} &= \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I^{cm} \cdot \Omega^2 \\ Ec^o_{_{CR}} &= Ec_{_{orbital}} + Ec_{_{spin}} \\ Ec^o_{_{CR}} &= Ec_{_{traslacional}} + Ec_{_{rotacional}} \end{aligned} \quad (67)$$

- Si lo analizamos desde el CIR la EC total será la de rotación. Útil para conocer la incógnita de EC total (Recordar aplicar Steiner para conseguir I^{cir})

$$Ec^{cir}_{_{CR}} = \frac{1}{2} \cdot I^{cir} \cdot \Omega^2 \quad (68)$$

Energía mecánica de un CR

$$Em = M \cdot g \cdot h_{cm} + \frac{1}{2} \cdot M \cdot v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I^{cm} \cdot \Omega^2 \quad (69)$$

Trabajo del torque

$$W_{\vec{\tau}^{\,o}_{\vec{F}}} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \vec{\tau}^{\,o}_{\vec{F}} \cdot d\vec{\theta} \quad (70)$$

Trabajo de la fuerza de rozamiento

- Si el cuerpo rueda sin deslizar, el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es nulo pues no hay desplazamiento relativo entre la superficie con rozamiento y el cuerpo en cuestión.
- Caso contrario, se deberá conocer "cuanto patina" para estimar el trabajo de la fuerza de rozamiento.

Cantidad de movimiento angular del CR

$$\begin{aligned} \vec{L}^{sist} &= \vec{L}^{spin} + \vec{L}^{orbital} \\ \vec{L}^{sist} &= I^{cm} \cdot \vec{\Omega} + M \cdot \vec{v}_{cm} \end{aligned} \quad (71)$$

$$\vec{L}^{cm} = I^{cm} \cdot \vec{\Omega} \quad (72)$$

$$\vec{L}^{cir} = I^{cir} \cdot \vec{\Omega} \quad (73)$$

Péndulo físico (EDO)

$$\frac{d^2\theta}{dt} + \frac{M \cdot g \cdot d}{I^o} \cdot \sin\theta = 0 \quad (74)$$

- Si consideramos ángulos pequeños podemos encontrar la siguiente relación...

$$\omega^2 = \frac{M \cdot g \cdot d}{I^o} \quad (75)$$

Período de un péndulo físico

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I^{cm} + M \cdot d^2}{M \cdot g \cdot d}} \quad (76)$$

Péndulo sincrónico

- Se busca equiparar el período de oscilación de un péndulo físico con uno simple (herramienta útil para medir momentos de inercia).
- Se busca la longitud l del péndulo simple que provoque que su período de oscilación sea el mismo que el del CR.
- k (Radio de giro baricéntrico) ($k^2 \cdot M = I^{cm}$)
- l (Longitud reducida)
- d (Distancia del punto propio del CR al centro de rotación)

$$l = \frac{k^2}{d} + d \quad (77)$$

10 Hidrodinámica

Magnitudes básicas

- Densidad $\rho = \frac{m}{V}$
- Peso específico $\vec{\gamma} = \rho \cdot \vec{g}$
- Densidad relativa $\rho_{rel} = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$
- Presión $P = \frac{F}{A} \left[\frac{N}{m^2}\right] [Pa]$

Presión

- P_{atm} (Presión atmosférica)
- P_m (Presión manométrica)
- Presión absoluta

$$P_T = P_{atm} + P_m \tag{78}$$

- Forma general

$$P_1 = P_2 + \rho g h \tag{79}$$

Ley de Pascal

- A_i (Área donde es aplicada la fuerza)
- F_i (Fuerza aplicada sobre el área asociada)
- Útil para prensas hidráulicas

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \tag{80}$$

- Factor multiplicador de fuerza

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

Ecuación de continuidad

$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 \tag{81}$$

Bernoulli

$$\frac{P}{\rho g} + y + \frac{v^2}{2g} = cte \tag{82}$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h = cte \tag{83}$$

11 Óptica geométrica

Índice de refracción

- Absoluto

$$n = \frac{c_o}{v_p} \tag{84}$$

- Relativo

$$n = \frac{n_1}{n_0} \tag{85}$$

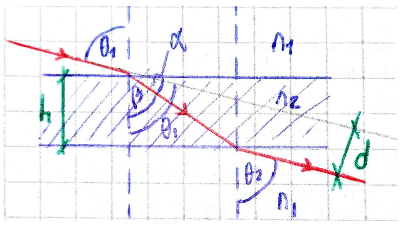
Ley de Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{86}$$

Corrimiento lateral en láminas de caras paralelas

- h (Espesor de la placa)
- d (Desviación)
- θ_i (Ángulo incidente Snell)
- $\theta_r(\beta)$ (Ángulo reflejado Snell)

$$d = \frac{\sin(\theta_i - \theta_r) \cdot h}{\cos(\theta_r)} \tag{87}$$



Longitud óptica

- n (Índice de refracción)
- S (Espesor de la superficie)

$$L_{opt} = n_i \cdot S_i \tag{88}$$

Fórmula de Descartes para espejos esféricos

- X (Posición del objeto)
- X' (Posición de la imagen)
- F (Foco del espejo)
- R (Radio de curvatura del espejo)

$$\frac{1}{X} + \frac{1}{X'} = \frac{1}{F} + \frac{2}{R} \tag{89}$$

- El foco en un es espejo es único y es

$$f = \frac{R}{2}$$

$$f' = \frac{R}{2}$$

Aumentos en espejos

$$A = \frac{X'}{X} = -\frac{Y'}{Y} \tag{90}$$

Dioptras esféricas

- Ecuación general

$$\frac{n_2}{X'} - \frac{n_1}{X} = \frac{(n_2 - n_1)}{R} \tag{91}$$

- Foco objeto

$$f = -\frac{n_1 \cdot R}{n_2 - n_1} \tag{92}$$

- Foco imagen

$$f = \frac{n_2 \cdot R}{n_2 - n_1} \tag{93}$$

- Relación de focos

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n_1}{n_2} \tag{94}$$

- Notar que si la dioptra es plana el $R \to \infty$ por lo que queda

$$X' = X \cdot \frac{n_2}{n_1}$$

- La dioptra puede ser convergente o divergente

Aumentos en dioptras

- Planas $A = +1$ (Aumento unitario. Imagen derecha)
- Esféricas

$$A = \frac{n_1 \cdot X'}{n_2 \cdot X} = \frac{Y'}{Y} \tag{95}$$

Lentes

- Las lentes pueden ser convergentes o divergentes y a su vez (geométricamente):
  - Bi-convexa
  - Bi-concava
  - Plano - Convexa
  - Plano - Concava
  - Concava - Convexa (meñisco)
- Fórmula general
  - n_l (Índice de refracción de la lente)
  - n_m (Índice de refracción del medio)

$$\frac{1}{X} - \frac{1}{X'} = \frac{n_m - n_l}{n_l} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \tag{96}$$

- Foco Objeto

$$\frac{1}{F} = \frac{n_m - n_l}{n_l} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \tag{97}$$

- Foco Imagen

$$-\frac{1}{F'} = \frac{n_m - n_l}{n_l} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \tag{98}$$

- Si los focos son virtuales (divergente), si son reales (convergentes)

Aumentos en lentes

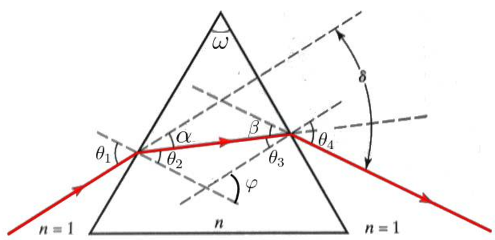
$$A = \frac{X'}{X} = \frac{Y'}{Y} \tag{99}$$

Potencia de una lente

- Se mide en *dioptrías* $\left[\frac{1}{m}\right]$

$$P = \frac{1}{F} = \frac{n_m - n_l}{n_l} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \tag{100}$$

Prismas



- El ángulo A de la imagen lo llamaré ω
- Para ángulos pequeños la desviación mínima será

$$\delta_{min} = (n-1)\omega \tag{101}$$

- Para conocer el índice del prisma

$$n = \frac{\sin(\frac{\delta_{min}+\omega}{2})}{\sin(\frac{\omega}{2})} \tag{102}$$

- Ángulos notables

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 \qquad \beta = \theta_4 - \theta_3$$
$$\theta_2 = \frac{\omega}{2} \qquad \delta = \theta_1 + \theta_4 - \omega$$

($2\theta_1$ es porque $\theta_1 = \theta_4$)

$$\delta_{min} = 2\theta_1 - \omega$$

12 Óptica Física

Interferencia - Experiencia de Young

- Fenómeno de interferencia absoluta
- En una pantalla lejana (frente de ondas planos) a las rendijas (las cuales a su vez se comportan como fuentes por el principio de Huygens) se observa un patrón de interferencia provocado por una o más fuentes **coherentes**.
- **Fuentes coherente**: Fuente monocromática, diferencia de fase constante
- Máximos
$$x^{max} = n \cdot \frac{\lambda D}{d}, n \in \mathbb{Z} \tag{103}$$
- Mínimos (N: Número de fuentes)
$$x^{min} = \frac{n}{N} \cdot \frac{\lambda D}{d}, n \in \mathbb{Z} \quad \wedge \quad n \neq N \tag{104}$$
- Otra forma de calcular los máximos y mínimos en función del ángulo θx
$$\begin{aligned} d\sin(\theta^{max}) &= n\lambda \\ d\sin(\theta^{min}) &= \frac{2n+1}{2}\lambda \end{aligned} \tag{105}$$
- Cantidad de máximos principales y secundarios
  - Principales:
$$N^{o}_{ppal} = N - 1 \tag{106}$$
  - Secundarios:
$$N^{o}_{sec} = N - 2 \tag{107}$$
- Intensidad Máxima (ángulos pequeños) (N: Número de fuentes)
$$I = N^2 \cdot I_0 \tag{108}$$

Difracción

- Mínimos de difracción (**b**: ancho de rendija. Similar al parámetro d en interferencia)
$$x^{min} = n \cdot \frac{\lambda D}{b}, n \in \mathbb{Z}^* \tag{109}$$
- Mínimos de difracción en función del ángulo
$$b\sin(\theta^{min}) = n\lambda, n \in \mathbb{Z}^* \tag{110}$$

Redes de difracción

- Constante de la red (**d**: separación de ranuras. No confundir con ancho de ranuras **b**)
$$C = \frac{1}{d} \tag{111}$$
- Máximo orden observable
$$n_{max} = \frac{d}{\lambda} \tag{112}$$

13 Ondas

Ondas mecánicas

- Propagación de energía en el medio material, no así de materia.
- Pueden ser de propagación transversal, longitudinal o una combinación de ambas
  - **Transversal**: Perturbación perpendicular a la dirección de propagación
  - **Longitudinal**: Perturbación paralela a la dirección de propagación
- Sentido de propagación
  - Viajeras
  - Reflejadas
  - Estacionarias

Ecuación de una onda viajera

- El signo depende del sentido de propagación. Negativo izquierda a derecha, positivo caso contrario.
$$\psi_{(x,t)} = A\sin(kx \pm \omega t + \phi) \tag{113}$$

Elementos de la onda

$$f = \frac{1}{T} \qquad f = \frac{v_p}{\lambda} \qquad T = \frac{1}{f} \tag{114}$$
$$v_p = f \cdot \lambda \qquad v_p = \frac{\lambda}{T} \tag{115}$$
$$\omega = 2\pi \cdot f \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega = k \cdot v_p \tag{116}$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad k = \frac{\omega}{v_p} \tag{117}$$

Velocidad, posición y aceleración de perturbación

$$\begin{aligned} r_{(x,t)} &= A\sin(kx \pm \omega t + \phi_0) \\ v_{(x,t)} &= A\cos(kx \pm \omega t + \phi_0)(\pm\omega) \\ a_{(x,t)} &= -A\sin(kx \pm \omega t + \phi_0)(\pm\omega)^2 \end{aligned} \tag{118}$$

Velocidad de propagación en diferentes medios

- Todas son expresadas en $[\frac{m}{s}]$
- Cuerda (siempre transversales)
$$v_p = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{119}$$
- Varilla
  - Transversales
  - G: Modulo de Young transversal
$$v_p = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{120}$$

- Longitudinales
- Y: Modulo de Young longitudinal

$$v_p = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \tag{121}$$

- Gases
  - General

$$v_p = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \tag{122}$$

  - En función de la temperatura del aire

$$v_p = 330\sqrt{1 + \frac{\Delta t}{273C^o}} \tag{123}$$

- Resortes

$$v_p = \sqrt{\frac{k \cdot L}{\mu}} \tag{124}$$

Ondas en un gas

- Onda de desplazamiento

$$\psi_{(x,t)} = P_0 \sin(kx \pm \omega t + \phi_0) \tag{125}$$

- Onda de presión

$$P_{(x,t)} = P_0 \cos(kx \pm \omega t + \phi_0) \tag{126}$$

Intensidad de una onda

- A: Amplitud
- ρ: Densidad volumétrica
- ω: Pulsación
- v_p: Velocidad de propagación del medio

$$I = \frac{1}{2} \cdot A^2 \cdot \rho \cdot v_p \cdot \omega^2 \tag{127}$$

Intensidad de una onda de presión sonora (Aire)

- P: Presión
- ρ: Densidad volumétrica
- ω: Pulsación
- v_p: Velocidad de propagación del medio

$$I = \frac{P^2}{2 \cdot \rho \cdot v_p} \tag{128}$$

Potencia de una onda

- Notar que difiere en μ con la ecuación de Intensidad
- A: Amplitud
- ρ: Densidad lineal
- ω: Pulsación
- v_p: Velocidad de propagación del medio

$$P = \frac{1}{2} \cdot A^2 \cdot \mu \cdot v_p \cdot \omega^2 \tag{129}$$

Potencia (expresión equivalente)

- I: Intensidad
- s: Sección

$$P = I \cdot s \tag{130}$$

Energía media

$$E = P \cdot \Delta t \tag{131}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot A^2 \cdot \mu \cdot v_p \cdot \omega^2 \tag{132}$$

Densidad de Energía

- Notar que difiere en v_p con la ecuación de Intensidad

$$E = \frac{1}{2} \cdot A^2 \cdot \rho \cdot \omega^2 \tag{133}$$

Decibeles

- N.I.S. (Nivel de Intensidad Sonora)
- Mínimo nivel de intensidad sonora audible: $I_0 = 10^{-12} \left[\frac{W}{m^2}\right]$

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) \tag{134}$$

Efecto Doppler

- v_p: Velocidad de propagación Tratarlo con sentido (signo).
- v_o: Velocidad de observador Tratarlo con sentido (signo).
- v_f: Velocidad de fuente
- f: Frecuencia emitida
- f': Frecuencia percibida

$$f' = f \left(\frac{v_p - (v_o)}{v_p - (v_f)} \right) \tag{135}$$

Ecuación de superposición de ondas

- Identidades trigonométricas

$$\sin(A) + \sin(B) = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\cos(A) + \cos(B) = 2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

- Superposición general

$$\psi_{(x,t)} = 2A \cdot \sin\left(kx + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)$$
$$\psi_{(x,t)} = 2A \cdot \cos\left(kx + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \quad (136)$$

- Superposición totalmente constructiva

$$\psi_{(x,t)} = 2A \cdot \cos\left(kx - \omega t\right) \quad (137)$$

- Superposición totalmente destructiva

$$\psi_{(x,t)} = 0 \quad (138)$$

Tubo Abierto-Abierto

$$f_n = n \cdot \frac{V_p}{2L} \qquad f_n = n \cdot f_0 \quad (139)$$
$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad L = \frac{n \cdot \lambda}{2} \quad (140)$$

Tubo Abierto-Cerrado

$$f_n = (2n+1) \cdot \frac{V_p}{4L} \qquad f_n = (2n+1) \cdot f_0 \quad (141)$$
$$\lambda = \frac{4L}{(2n+1)} \qquad L = \frac{(2n+1) \cdot \lambda}{4} \quad (142)$$