

假卷子

gtmdljs

January 12, 2017

1. (15分) 求圆柱螺旋线 $r(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$ 的曲率和挠率。
2. (15分) 不用 Gauss-Bonnet 公式, 证明双曲三角形的面积为 $\pi - \alpha - \beta - \gamma$, 其中, α, β, γ 是三角形的三个内角。
3. (20分) 若曲面 $z = f(x) + g(y)$ 是极小曲面, 求其表达式。
4. (25分) 已知 $(u, 0, f(u))$ 为欧式空间 E^3 中曲线, 其中 $u > 0, f(u) > 0$, 它绕 z 轴旋转一周得到旋转曲面。试求出 $f(u)$ 的一个表达式使得对应旋转曲面的 Gauss 曲率 $K = -1$ 。
5. (25分) 设曲面 $S: r = r(u, v)$ 无抛物点 (即 $LM - N^2 \neq 0$), $n(u, v)$ 是曲面 S 的法向量。曲面 $\tilde{S} := r(u, v) + \lambda n(u, v)$ (常数 λ 足够小) 成为 S 的平行曲面。

(a) \tilde{S} 的 Gauss 曲率为

$$\tilde{K} = \frac{K}{1 - 2\lambda H + \lambda^2 K}$$

(b) 试求 \tilde{S} 的平均曲率 \tilde{H} 。(用 λ, H, K 表示)