

מבחן בקורס: עקרונות שפות תכנות, 2021-202

מועד: ב

תאריך: 15/7/2021

שמות המרצים: מני אדלר, בן אייל, מיכאל אלחדד, ירון גונן

מיועד לתלמידי: מדעי המחשב והנדסת תוכנה, שנה ב', סמסטר ב'

משך המבחן: 3 שעות

חומר עזר: אסור

הנחיות כלליות:

- יש לענות על כל השאלות בגיליון התשובות. מומלץ לא לחרוג מן המקום המוקצה.
- אם אינכם יודעים את התשובה, ניתן לכתוב 'לא יודע' ולקבל 20% מהניקוד על הסעיף/השאלה.

שאלה 1: תחביר וסמנטיקה _____ נק 30

שאלה 2: מערכת טיפוסים _____ נק 25

שאלה 3: מבני בקרה _____ נק 30

שאלה 4: תכנות לוגי _____ נק 20

סה"כ _____ נק 105

בהצלחה!

שאלה 1: תחביר וסמנטיקה [30 נקודות]

ראינו כי בחוק החישוב של if-exp, מחושב תת-הביטוי של ה-then או תת-הביטוי של ה-else בהתאם לערכו של ה-test, אך בכל מקרה לא מתבצע חישוב גם של ה-then וגם של ה-else. בדומה לכך, ה-shortcut semantics עבור חישוב הפעלת אופרטורים - כמו or, and - נמנעת מלחשב בהכרח את כל הארגומנטים עבור הפעולה. לדוגמא:

- עבור הביטוי:

```
(and (> 2 3) (< 7 9))
```

מספיק לחשב את (> 2 3) מבלי לחשב את (< 7 9), כדי לקבוע כי ערך הביטוי כולו הוא #f.

- עבור הביטוי:

```
(or (< 7 9) (> 2 3))
```

מספיק לחשב את (< 7 9) מבלי לחשב את (> 2 3), כדי לקבוע כי ערך הביטוי כולו הוא #t.

פרוצדורת המשתמש my-and, מקבלת שני ביטויים ומחזירה #t אם הערך של כל אחד מהם הוא #t.

```
;; Signature: my-and(b1, b2)
;; Type: [Boolean * Boolean -> Boolean]
;; Purpose: return true if both b1 and b2 are true
;; Tests: (my-and (> 5 4) (> 2 1)) -> true
;;         (my-and (> 4 5) (> 2 1)) -> false
(define my-and
  (lambda (b1 b2)
    (if b1 b2 #f)))
```

א. האם ההפעלה:

```
(my-and (> 4 5) (> 2 1))
```

עומדת בקריטריון ה-shortcut semantics כאשר האינטרפרטר ממומש ב-applicative order? נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

ב. האם ההפעלה:

```
(my-and (> 4 5) (> 2 1))
```

עומדת בקריטריון ה-shortcut semantics כאשר האינטרפרטר ממומש ב-normal order? נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

ג. האם מימוש my-and כאופרטור פרימיטיבי בשפה יבטיח כי my-and תעמוד תמיד בקריטריון ה-shortcut semantics? אם כן, הסבירו כיצד; אם לא, נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

ד. האם מימוש my-and כצורה מיוחדת בשפה יבטיח כי my-and תעמוד תמיד בקריטריון ה-shortcut semantics? אם כן, הסבירו כיצד; אם לא, נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

ה. השלימו את קטעי הקוד הבאים, עבור הוספת הצורה המיוחדת my-and לשפה L3, על פי סמנטיקת ה-shortcut:

תחביר (L3-ast.ts)

```
interface MyAndExp { tag : 'my-and';  
    _____ }  
const makeMyAnd = ( _____ ) : MyAndExp =>  
    _____ ;  
const isMyAnd = (x: any) : _____ => _____ ;
```

סמנטיקה (L3-eval.ts)

```
const applicativeEval = (exp: CExp, env: Env): Result<Value> =>  
    isNumExp(exp) ? makeOk(exp.val) :  
    isBoolExp(exp) ? makeOk(exp.val) :  
    isStrExp(exp) ? makeOk(exp.val) :  
    isPrimOp(exp) ? makeOk(exp) :  
    isVarRef(exp) ? applyEnv(env, exp.var) :  
    isLitExp(exp) ? makeOk(exp.val) :  
    isMyAndExp(exp) ? evalMyAnd(exp, env) :  
    isIfExp(exp) ? evalIf(exp, env) :  
    isProcExp(exp) ? evalProc(exp, env) :  
    isLetExp(exp) ? evalLet(exp, env) :  
    isAppExp(exp) ? safe2(  
        (proc: Value, args: Value[])=> applyProcedure(proc, args))  
        (applicativeEval(exp.rator, env),  
        mapResult(rand => applicativeEval(rand, env), exp.rands)) :  
    exp;
```

```
const evalMyAnd = (exp: MyAndExp, env: Env): Result<Value> =>
```

[10 נקודות]

שאלה 2: טיפוסים [25 נקודות]

2.1 Typing Unifiers [4 נק']

חישבו את ה-MGU עבור ה-type expressions הבאים: (most general unifier)
אם לא קיים Unifier הסבירו למה.

2.1.1

TE1 = [T1 * [T1 -> T2] -> number]

TE2 = [[T3 -> T4] * [T5 -> number] -> number]

2.1.2

TE1 = [T1 * [T1 -> T2] -> number]

TE2 = [number * [symbol -> T3] -> number]

2.2 Type Inference [18 נקודות]

הגדרנו בתרגיל 4 את שפת L51, הכוללת מבנה class לפי ההגדרה הבאה:

```
<cexp> ::= ...  
  | ( class : <TypeName>  
    ( <varDecl>+ )  
    ( <binding>+ ) ) / ClassExp(typeName:String,  
                                fields:VarDecl[], methods:Binding[]))
```

החישוב של ביטוי class מחזיר בנאי, המקבל פרמטרים עבור שדות המחלקה. הפעלה של בנאי זה עם פרמטרים מחזירה class value שטיפוסו מוגדר במבנה המחלקה (<TypeName>).
בהינתן class value (הערך המוחזר מבנאי המחלקה) c-value, וסמל m' המציין שם של מתודה, ההפעלה (c-value 'm) מחזירה את ה-closure של המתודה הרלבנטית.

```

(define pair
  (class : Tpair
    ((a : number)
     (b : number))
    ((first (lambda () a))
     (second (lambda () b))
     (scale (lambda (k) (pair (* k a) (* k b)))))))
(define (p34 : Tpair) (pair 3 4))
(define f (lambda ((x : Tpair)) (* ((x 'first)) ((x 'second)))))
(p34 'first) ; --> #<procedure>
((p34 'first)) ; --> 3
((p34 'scale) 2) ; --> #pair<6,8>
(f p34) ; --> 12

```

כדי לרשום את המשוואות בהמשך, היעזרו בהגדרת ה-typing rules שהוגדרו בתרגיל 4:

Typing rule define:

```

For every: type environment _Tenv,
            variable declaration _x1
            expressions _e1 and
            type expressions _S1:
If _Tenv o {_x1 : _S1} |- _e1 : _S1
Then _Tenv |- (define _x1 _e1) : void

```

Typing rule Class Application:

```

For every: type environment _Tenv,
            expressions _e1, _class_value
            symbols _m1, ..., _mk, k >= 0
            type expressions _U1, ..., _Uk

```

// An expression (class_value 'method) returns a closure

// whose type is defined in the class's type

```

If _Tenv |- _class_value : ClassTExp[ {_mi, _Ui}; i = 1..k],
    _Tenv |- _e1 : _mi
Then _Tenv |- (_class_value _e1) : _Ui

```

Typing rule Class:

```
For every: type environment _Tenv,  
           variables _x1, ..., _xn, n >= 0  
           symbols _m1, ..., _mk, k >= 0  
           procedure expressions _p1, ..., _pk  
           type variable _ct  
           type expressions _S1, ..., _Sn, _U1, ..., _Uk  
// A class expression returns a class-value constructor  
// and the class type is bound to the ClassTExp  
If _Tenv ⊢ {_x1:_S1, ..., _xn:_Sn} ⊢- _pi:_Ui for all i = 1..k,  
Then _Tenv ⊢- (class : _ct ( _x1 ... _xn )  
               (( _m1 _p1) ... ( _mk _pk))) :  
               [_S1 * ... * _Sn -> _ct]  
               _ct : ClassTExp[{_m1:_U1} ... {_mk : _Uk}]
```

כתבו את רשימת משתני טיפוס ואת רשימת המשוואות הנגזרות כאשר מבצעים את האלגוריתם של הסקת טיפוסים על הביטויים הבאים (אין צורך לפתור את המשוואות). עבור כל תת-ביטוי ברשימת משתני הטיפוס רשמו את ה-AST של הביטוי לפי הגדרת ה-AST.

דוגמא עבור הביטוי:

```
(L5  
  (define g (lambda (f x) (f x)))  
  (g + 4))
```

Expression	Variable	Type
=====	=====	=====
1. (L5 ...)	T0	Program
2. (define g (lambda ...))	T1	Define-Exp
3. (lambda (f x) (f x))	T2	Proc-Exp
4. (f x)	T3	App-Exp
5. f	Tf	VarRef
6. x	Tx	VarRef
7. (g + 4)	T4	App-Exp
8. g	Tg	VarRef
9. +	T+	PrimOp
10. 4	Tnum4	Num-Exp

Construct type equations:

Expression	Equation
=====	=====
1. (L5 ...)	T0 = T4
2. (define g (lambda ...))	T1 = void
	Tg = T2
3. (lambda (f x) (f x))	T2 = [Tf * Tx -> T3]
4. (f x)	Tf = [Tx -> T3]
5. (g + 4)	Tg = [T+ * Number -> T4]
6. +	T+ = [Number -> Number]
7. 4	Tnum4 = Number

צינו את הטיפוסים והגדירו את המשוואות עבור התכנית הבאה:

```
(L51
  (define pair
    (class : Tpair
      ((a : number) (b : number))
      (scale (lambda (k) (pair (* k a) (* k b))))))
  ((pair 3 4) `scale) 2))
```

Expression	Variable	Type
=====	=====	=====
1. (L51 ...)	T0	Program

Expression	Equation
=====	=====
1. (L51 ...)	_____

2.3 [3 נק]

כתבו את ה-type הנגזר עבור

```
((pair 3 4) `scale)
```

בתוכנית:

שאלה 3: מבני בקרה - ג'נרטורים, רשימות ועצים עצלים [30 נקודות]

א. כתבו generator בשם lazyReduce המקבל פונקציה של שני ארגומנטים reducer, איבר התחלתי init ומערך lst כך שבכל קריאה ל-next על ה-generator נקבל את ה-reduce המצטבר של הרשימה. לדוגמה:

```
const gen = lazyReduce((x: number, y: number) => x + y,
    0, [1, 2, 3, 4, 5]);
console.log(gen.next()); // { value: 0, done: false }
console.log(gen.next()); // { value: 1, done: false }
console.log(gen.next()); // { value: 3, done: false }
console.log(gen.next()); // { value: 6, done: false }
console.log(gen.next()); // { value: 10, done: false }

function* lazyReduce<T1, T2>(reducer: (acc: T2, cur: T1) => T2,
    init: T2,
    lst: T1[]): Generator<T2> {
```

```

}

//
```

[10 נקודות]

ב. ממשו את הפרוצדורה append-lzl המקבלת שתי רשימות עצלות ומחזירה את הצירוף של שתיהן, בזו אחר זו, כרשימה עצלה [6 נקודות]

```
;; Lazy list ADT (constructor and accessors)
(define empty-lzl '())
(define cons-lzl cons)
(define head car)
(define tail
  (lambda (lzl)
    ((cdr lzl))))
(define empty-lzl? empty?)
```

```
;; Signature: lzl-append(lzl1, lzl2)
;; Type: [Lzl(T) * Lzl(T) -> Lzl(T)]
(define lzl-append
  (lambda (lzl1 lzl2)
```

```

  _____
  _____
  _____

```

ג. בהרצאה ראינו את ה-ADT הבסיסי של עצים עצלים (אין צורך בפרוצדורות נוספות בשאלה זו):

```
(define make-lzt cons)
(define empty-lzt empty)
(define lzt->root car)
(define lzt->branches
  (lambda (lzt)
    ((cdr lzt))
  )
)
```

ג1. השלימו את הפרוצדורה lzt-filter המקבלת lazy tree ופרדיקט ומחזירה רשימה (רגילה) של כל הקודקודים בעץ המקיימים את הפרדיקט:

```
; Signature: lzt-filter(lzt, filterP)
; Type: [LZT(Node) * [Node -> Boolean] -> List(Node)]
; Purpose: Collect filtered nodes in a finite lazy tree
;          (depth-first order)
(define lzt-filter
  (lambda (lzt filterP)
    (letrec (
      (collect
        (lambda (lzt)
          (let ((children (flatmap collect (lzt->branches lzt))))
            (if _____
                _____
                _____))))))
      (if (empty-lzt? lzt)
          empty
          (collect lzt))))))
```

ג2. השלימו את הפרוצדורה lzt-filter-lzl המקבלת lazy tree ופרדיקט ומחזירה רשימה עצלה של כל הקודקודים בעץ המקיימים את הפרדיקט:

```
; Signature: lzt-filter->lzl(lzt, filterP)
; Type: [LZT(Node) * [Node -> Boolean] -> Lzl(Node)]
; Purpose: Collect filtered nodes in depth-first-order and return the
results as a lazy list.
(define lzt-filter->lzl
  (lambda (lzt filterP)
    (letrec (

      (collect ; [LZT(Node) -> LZL(Node)]
        (lambda (lzt)
          (if (filterP (lzt->root lzt))
              (make-lzl (_____
                        _____
                        (collect-in-trees (lzt->branches lzt))))))

      (collect-in-trees ; [List(LZT(Node)) -> LZL(Node)]
        (lambda (lzts)
          (if (empty? lzts)
              empty-lzl
              (let ((first-lzl (collect (first lzts))))
                (if (empty-lzl? first-lzl)
                    (collect-in-trees (cdr lzts))
                    (append-lzl _____
                                _____))))))))

    (if (empty-lzt? lzt)
        empty-lzl
        (collect lzt))))
```

[8 נקודות]

שאלה 4: תכנות לוגי [20 נקודות]

א.

הפרוצדורה הראשית של האינטרפרטר לשפה הלוגית, שהוצג בכיתה, היא answer-query. כזכור, פרוצדורה זו מקבלת שאילתא ותוכנית ומחזירה את רשימת ההצבות עבורן השאילתא היא בעלת ערך אמת ביחס לתוכנית ('הפתרונות' לשאילתא). במימוש הפרוצדורה נבנה עץ הוכחה על פי האלגוריתם, כאשר העץ מיוצג כעץ עצל (lazy tree): השורש של העץ מייצג את השאילתא הראשית, ופונקציית יצירת הבנים מייצרת את קודקוקי הבנים ע"פ האלגוריתם:

- בחירת goal מהשאילתא הנוכחית על ידי הפונקציה Gsel
- מציאת החוקים הרלבנטיים ל goal הנבחר, ואת ההצבות שעל פיהן נבחרו החוקים, על ידי הפונקציה Rsel
- בניית קודקוקי הבנים, כל קודקוד ע"פ אחד החוקים וההצבה הנלווית אליו, עם שאילתא פשוטה יותר ע"פ חוק זה.

הסבירו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל):

- א. בהינתן עץ ההוכחה העצל, כיצד נעשה שימוש בפרוצדורה |zt-filter->|zt-filter משאלה 3 בהמשך המימוש של answer-query?
- א. באילו מקרים ניתן להסתפק ב |zt-filter?

[10 נקודות]

ב.

נתונים הפרדיקטים הבאים עם דוגמאות הרצה (הפרמטר N הוא מספר צ'רץ):

```
% Signature: take(List, N, Sublist)/3
% Purpose: Sublist is the first N elements from List

?- take([1, 2, 3, 4, 5], s(s(s(0))), X).
X = [1, 2, 3] ;
false.

?- take([1, 2], s(s(s(0))), X).
X = [1, 2] ;
false.

% Signature: pad(List, N, Padded)/3
% Purpose: Padded is List padded with *s to reach length N
```

```
?- pad([i, love, ppl], s(s(s(s(s(0))))), X).
X = [i, love, ppl, *, *] ;
false.
```

```
?- pad([i, love, ppl], s(0), X).
X = [i, love, ppl] ;
false.
```

ממשו את הפרדיקט $ngrams/3$ באמצעות הפרדיקטים הנ"ל. רשימה Words, מספר צ'רץ' N ורשימה של רשימות Ngrams עומדים ביחס אם Ngrams היא רשימת כל תתי-הרשימות העוקבות באורך N ב-Words. אם תת-רשימה לא מגיעה לאורך N, צריך להוסיף לה כוכביות (הסימבול *) כדי להגיע לאורך N. לדוגמה:

```
?- ngrams([i, love, ppl, very, much], s(s(s(0))), X).

X = [[i, love, ppl], [love, ppl, very], [ppl, very, much], [very,
much, *], [much, *, *]] ;
false.
```

```
% Signature: ngrams(Words, N, Ngrams)/3
% Purpose: Ngrams are padded N-grams of Words
```

[5 נקודות]

ג. בצעו יוניפיקציה על הביטויים הבאים. אם היוניפיקציה מצליחה, כתבו את ההצבה המתקבלת; אחרת, כתבו מדוע היוניפיקציה נכשלת. אין צורך לפרט את שלבי האלגוריתם.

```
unify( f([p(X), Y|Z], g([[V|V], V])),
      f([p(a), p(b), p(c), p(d)], g([[], []])) )
```

[5 נקודות]

מבחן בקורס: עקרונות שפות תכנות, 202-1-2051

מועד: ב

תאריך: 15/7/2021

שמות המרצים: מני אדלר, בן אייל, מיכאל אלחדד, ירון גונן

מיועד לתלמידי: מדעי המחשב והנדסת תוכנה, שנה ב', סמסטר ב'

משך המבחן: 3 שעות

חומר עזר: אסור

הנחיות כלליות:

- יש לענות על כל השאלות בגיליון התשובות. מומלץ לא לחרוג מן המקום המוקצה.
- אם אינכם יודעים את התשובה, ניתן לכתוב 'לא יודע' ולקבל 20% מהניקוד על הסעיף/השאלה.

שאלה 1: תחביר וסמנטיקה _____ נק 30

שאלה 2: מערכת טיפוסים _____ נק 25

שאלה 3: מבני בקרה _____ נק 30

שאלה 4: תכנות לוגי _____ נק 20

סה"כ _____ נק 105

בהצלחה!

שאלה 1: תחביר וסמנטיקה [30 נקודות]

ראינו כי בחוק החישוב של if-exp, מחושב תת-הביטוי של ה-then או תת-הביטוי של ה-else בהתאם לערכו של ה-test, אך בכל מקרה לא מתבצע חישוב גם של ה-then וגם של ה-else. בדומה לכך, ה-shortcut semantics עבור חישוב הפעלת אופרטורים - כמו or, and - נמנעת מלחשב בהכרח את כל הארגומנטים עבור הפעולה. לדוגמא:

- עבור הביטוי:

```
(and (> 2 3) (< 7 9))
```

מספיק לחשב את (> 2 3) מבלי לחשב את (< 7 9), כדי לקבוע כי ערך הביטוי כולו הוא #f.

- עבור הביטוי:

```
(or (< 7 9) (> 2 3))
```

מספיק לחשב את (< 7 9) מבלי לחשב את (> 2 3), כדי לקבוע כי ערך הביטוי כולו הוא #t.

פרוצדורת המשתמש my-and, מקבלת שני ביטויים ומחזירה #t אם הערך של כל אחד מהם הוא #t.

```
;; Signature: my-and(b1, b2)
;; Type: [Boolean * Boolean -> Boolean]
;; Purpose: return true if both b1 and b2 are true
;; Tests: (my-and (> 5 4) (> 2 1)) -> true
;;         (my-and (> 4 5) (> 2 1)) -> false
(define my-and
  (lambda (b1 b2)
    (if b1 b2 #f)))
```

א. האם ההפעלה:

```
(my-and (> 4 5) (> 2 1))
```

עומדת בקריטריון ה-shortcut semantics כאשר האינטרפרטר ממומש ב-applicative order? נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

לא, מכיוון שב applicative order כל האופרנדים מחושבים לפני הקריאה ל applyClosure, בין אם ייעשה בהם שימוש בקוד הפרוצדורה ובין אם לא.

ב. האם ההפעלה:

```
(my-and (> 4 5) (> 2 1))
```

עומדת בקריטריון ה-shortcut semantics כאשר האינטרפרטר ממומש ב-normal order? נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

כן, מכיוון שב **normal order** האופרנדים אינם מחושבים לפני הקריאה ל **applyClosure**, אלא רק כאשר נעשה בהם שימוש במהלך ביצוע הפרוצדורה, כך שאחד משני ביטויי ה **and** לא יחושב אם יש **shortcut**.

ג. האם מימוש **my-and** כאופרטור פרימיטיבי בשפה יבטיח כי **my-and** תעמוד תמיד בקריטריון ה-**shortcut semantics**? אם כן, הסבירו כיצד; אם לא, נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

לא, הן ב **applicative order** והן ב **normal order** כל האופרנדים של אופרטור פרימיטיבי מחושבים לפני הפעלתו.

ד. האם מימוש **my-and** כצורה מיוחדת בשפה יבטיח כי **my-and** תעמוד תמיד בקריטריון ה-**shortcut semantics**? אם כן, הסבירו כיצד; אם לא, נמקו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל) [5 נקודות]

כן, כי ניתן להגדיר סמנטיקה שונה עבור הצורה המיוחדת **my-and** אשר בה לא מחושב אופרנד אלא אם כן זה נדרש (כפי שעשינו ב **applyIf**)

ה. השלימו את קטעי הקוד הבאים, עבור הוספת הצורה המיוחדת **my-and** לשפה **L3**, על פי סמנטיקת ה **shortcut**:

תחביר (**L3-ast.ts**)

```
interface MyAndExp { tag : "my-and";
                    exp1 : CExp, exp2 : CExp }
const makeMyAnd = (e1 : CExp, e2 : CExp): MyAndExp => ({ tag :
"my-and", exp1 : e1, exp2 : e2});
const isMyAnd = (x: any): x is MyAndExp => x.tag === "my-and";
```

מנטיקה (**L3-eval.ts**)

```
const applicativeEval = (exp: CExp, env: Env): Result<Value> =>
  isNumExp(exp) ? makeOk(exp.val) :
  isBoolExp(exp) ? makeOk(exp.val) :
  isStrExp(exp) ? makeOk(exp.val) :
  isPrimOp(exp) ? makeOk(exp) :
  isVarRef(exp) ? applyEnv(env, exp.var) :
  isLitExp(exp) ? makeOk(exp.val) :
  isMyAndExp(exp) ? evalMyAnd(exp, env) :
  isIfExp(exp) ? evalIf(exp, env) :
  isProcExp(exp) ? evalProc(exp, env) :
```



```
isLetExp(exp) ? evalLet(exp, env) :  
isAppExp(exp) ? safe2(  
  (proc: Value, args: Value[])=> applyProcedure(proc, args))  
  (applicativeEval(exp.rator, env),  
    mapResult(rand => applicativeEval(rand, env), exp.rands)):  
exp;
```

```
const evalMyAnd = (exp: MyAndExp, env: Env): Result<Value> =>  
  bind(applicativeEval(exp.exp1, env),  
    (val1: Value) => isTrueValue(val1) ?  
      applicativeEval(exp.exp2, env) : makeOk(false));
```

[10 נקודות]

שאלה 2: טיפוסים [25 נקודות]

2.1 Typing Unifiers [4 נק']

חשבו את ה-MGU עבור ה-type expressions הבאים: (most general unifier)
אם לא קיים Unifier הסבירו למה.

2.1.1

TE1 = [T1 * [T1 -> T2] -> number]

TE2 = [[T3 -> T4] * [T5 -> number] -> number]

Mgu = {T1=[T3->T4], T5=[T3->T4], T2=Number}

2.1.2

TE1 = [T1 * [T1 -> T2] -> number]

TE2 = [number * [symbol -> T3] -> number]

No unifier because T1 would need to be both number and symbol.

2.2 Type Inference [18 נקודות]

הגדרנו בתרגיל 4 את שפת L51, הכוללת מבנה class לפי ההגדרה הבאה:

```
<cexp> ::= ...  
  | ( class : <TypeName>  
    ( <varDecl>+ )  
    ( <binding>+ ) ) / ClassExp(typeName:String,  
                                fields:VarDecl[], methods:Binding[]))
```

החישוב של ביטוי class מחזיר בנאי, המקבל פרמטרים עבור שדות המחלקה. הפעלה של בנאי זה עם פרמטרים מחזירה class value שטיפוסו מוגדר במבנה המחלקה (<TypeName>).
בהינתן class value (הערך המוחזר מבנאי המחלקה) c-value, וסמל 'm' המציין שם של מתודה, ההפעלה (c-value 'm) מחזירה את ה-closure של המתודה הרלבנטית.

```
(define pair  
  (class : Tpair  
    ((a : number)
```

```

    (b : number))
  ((first (lambda () a))
   (second (lambda () b))
   (scale (lambda (k) (pair (* k a) (* k b)))))))
(define (p34 : Tpair) (pair 3 4))
(define f (lambda ((x : Tpair)) (* ((x 'first)) ((x 'second)))))
(p34 'first) ; --> #<procedure>
((p34 'first)) ; --> 3
((p34 'scale) 2) ; --> #pair<6,8>
(f p34) ; --> 12

```

כדי לרשום את המשוואות בהמשך, היעזרו בהגדרת ה-typing rules שהוגדרו בתרגיל 4:

Typing rule define:

```

For every: type environment _Tenv,
            variable declaration _x1
            expressions _e1 and
            type expressions _S1:
If _Tenv o {_x1 : _S1} |- _e1 : _S1
Then _Tenv |- (define _x1 _e1) : void

```

Typing rule Class Application:

```

For every: type environment _Tenv,
            expressions _e1, _class_value
            symbols _m1, ..., _mk, k >= 0
            type expressions _U1, ..., _Uk

```

```

// An expression (class_value 'method) returns a closure
// whose type is defined in the class's type
If _Tenv |- _class_value : ClassTExp[ {_mi, _Ui}; i = 1..k],
    _Tenv |- _e1 : _mi
Then _Tenv |- (_class_value _e1) : _Ui

```

Typing rule Class:

```
For every: type environment _Tenv,  
           variables _x1, ..., _xn, n >= 0  
           symbols _m1, ..., _mk, k >= 0  
           procedure expressions _p1, ..., _pk  
           type variable _ct  
           type expressions _S1, ..., _Sn, _U1, ..., _Uk  
// A class expression returns a class-value constructor  
// and the class type is bound to the ClassTExp  
If _Tenv ⊢ {_x1:_S1, ..., _xn:_Sn} ⊢- _pi:_Ui for all i = 1..k,  
Then _Tenv ⊢- (class : _ct ( _x1 ... _xn )  
               ((_m1 _p1) ... (_mk _pk))) :  
               [_S1 * ... * _Sn -> _ct]  
               _ct : ClassTExp[{_m1:_U1} ... {_mk : _Uk}]
```

כתבו את רשימת משתני טיפוס ואת רשימת המשוואות הנגזרות כאשר מבצעים את האלגוריתם של הסקת טיפוסים על הביטויים הבאים (אין צורך לפתור את המשוואות). עבור כל תת-ביטוי ברשימת משתני הטיפוס רשמו את ה-AST של הביטוי לפי הגדרת ה-AST.

דוגמא עבור הביטוי:

```
(L5  
  (define g (lambda (f x) (f x)))  
  (g + 4))
```

Expression	Variable	Type
=====	=====	=====
1. (L5 ...)	T0	Program
2. (define g (lambda ...))	T1	Define-Exp
3. (lambda (f x) (f x))	T2	Proc-Exp
4. (f x)	T3	App-Exp
5. f	Tf	VarRef
6. x	Tx	VarRef
7. (g + 4)	T4	App-Exp
8. g	Tg	VarRef
9. +	T+	PrimOp
10. 4	Tnum4	Num-Exp

Construct type equations:

Expression

Equation

=====	=====
1. (L5 ...)	T0 = T4
2. (define g (lambda ...))	T1 = void
	Tg = T2
3. (lambda (f x) (f x))	T2 = [Tf * Tx -> T3]
4. (f x)	Tf = [Tx -> T3]
5. (g + 4)	Tg = [T+ * Number -> T4]
6. +	T+ = [Number -> Number]
7. 4	Tnum4 = Number

ציינו את הטיפוסים והגדירו את המשוואות עבור התכנית הבאה:

(L51

```
(define pair
  (class : Tpair
    ((a : number) (b : number))
    ((scale (lambda (k) (pair (* k a) (* k b))))))
  (((pair 3 4) 'scale) 2))
```

Expression

Variable

Type

=====	=====	=====
1. (L51 ...)	T0	Program
2. (define pair ...)	T1	define-exp
3. (class : Tpair ...)	T2	class-exp
4. Tpair	Tpair	type-name
5. (a : number)	Ta	var-decl
6. (b : number)	Tb	var-decl
7. (scale (lambda (k) ...))	Tbind	binding
8. (lambda (k) ...)	T3	proc-exp
9. (pair (* k a) (* k b))	T4	app-exp
10. (* k a)	T5	app-exp
11. (* k b)	T6	app-exp
12. *	T*	prim-op
13. k	Tk	var-ref
14. a	Ta	var-ref
15. b	Tb	var-ref
16. (((pair 3 4) 'scale) 2)	T7	app-exp
17. ((pair 3 4) 'scale)	T8	app-exp
18. (pair 3 4)	T9	app-exp
19. pair	Tvpair	var-ref
20. 3	Tnum3	num-exp
21. 4	Tnum4	num-exp
22. 'scale	Tscale	symbol-exp
23. 2	Tnum2	num-exp

Expression

Equation

=====	=====
1. (L51 ...)	$T0 = T7$
2. (define pair ...)	$T1 = \text{void}, T_{\text{vpair}} = T2$
3. (class : Tpair ...)	$T2 = [Ta * Tb \rightarrow T_{\text{pair}}],$ $T_{\text{pair}} = \text{ClassTexp}[\{\text{scale}: T3\}]$
4. (a : number)	$Ta = \text{number}$
5. (b : number)	$Tb = \text{number}$
6. (lambda (k) ...)	$T3 = [Tk \rightarrow T4]$
7. (pair (* k a) (* k b))	$T_{\text{vpair}} = [T5 * T6 \rightarrow T4]$
8. (* k a)	$T^* = [Tk * Ta \rightarrow T5]$
9. (* k b)	$T^* = [Tk * Tb \rightarrow T6]$
10. *	$T^* = [\text{number} * \text{number} \rightarrow \text{number}]$
11. ((pair 3 4) `scale) 2)	$T8 = [\text{number} \rightarrow T7]$
12. ((pair 3 4) `scale)	$T9 = [T_{\text{scale}} \rightarrow T8]$
13. (pair 3 4)	$T_{\text{vpair}} = [\text{number} * \text{number} \rightarrow T9]$
14. 3	$T_{\text{num3}} = \text{number}$
15. 4	$T_{\text{num4}} = \text{number}$
16. `scale	$T_{\text{scale}} = \text{symbol-scale}$
17. 2	$T_{\text{num2}} = \text{number}$

NOTES:

Everything in this question was standard (same as in Moed A) except for the handling of the Class construct.

To analyze how to deal with the class construct, we have to:

1. Follow the AST of the class construct given in the question

```
<cexp> ::= ...
| ( class : <TypeName>
  ( <varDecl>+ )
  ( <binding>+ ) ) / ClassExp(typeName:String,
                             fields:VarDecl[], methods:Binding[]))
```

From here, we see that the parts of the class construct are `<TypeName>`, `<varDecl>+` and `<binding>+`.

All the rest remains as usual, in particular (pair 3 4) etc are just usual AppExp nodes.

2. Translate the Class typing rules into equations.

The class typing rule indicates:

```
_Tenv |- (class : _ct ( _x1 ... _xn )
          (( _m1 _p1) ... ( _mk _pk))) :
          [ _s1 * ... * _sn -> _ct]
```

```
_ct : ClassTExp[{_m1:_U1} ... {_mk : _Uk}]
```

We infer from this 2 equations:

2.1 The (class ...) expression has the type of a class-value constructor

```
(class ...) : [ S1 * ... * Sn -> ct]
```

Where Si are the types of the data members of the class - in our case, a and b - with types Ta and Tb and ct is the typename of the class - in our case Tpair.

2.2 The typename of the class has type ClassTExp[{m1:U1}...{mk:Uk}] - in our case,

```
Tpair = ClassTExp[{scale: T3}].
```

These are the two equations derived from the analysis of the AST node (class ...) in line 3 above.

```
(class : Tpair ...)          T2 = [Ta * Tb -> Tpair],
                             Tpair = ClassTExp[{scale: T3}]
```

3. The resolution of these equations was **outside the scope of the question**.

To understand how it works, and where the typing rule of **class application** plays a role in our example, the mechanism is the following:

```
// An expression (class_value 'method) returns a closure
// whose type is defined in the class's type
If _Tenv |- _class_value : ClassTExp[{_mi, _Ui}; i = 1..k],
    _Tenv |- _e1 : _mi
Then _Tenv |- (_class_value _e1) : _Ui
```

When we resolve the system of type equations, consider this part:

```
1. Tvpair = T2
2. T2 = [Ta * Tb -> Tpair],
3. Tpair = ClassTExp[{scale: T3}]
4. T3 = [Tk -> T4]
5. T9 = [Tscale -> T8]
6. Tvpair = [number * number -> T9]
```

Unification yields:

```
Tvpair = [Ta * Tb -> Tpair]
Tvpair = [number * number -> T9]
T9 = Tpair
T9 = [Tscale -> T8]
```

```
Tpair = ClassTexp[{scale: T3}] = [Tscale -> T8]
```

This is where the application typing rule plays a role - through a special unification method (which was implemented in HW4): `ClassTexp[{scale: T3}]` unifies with `[Tscale -> T8]` and matches `T8` with `T3`.

In general, `ClassTexp[{m1: U1}, ..., {mk: Uk}]` would match anyone of the `TProcExp` types `[symbol-mi -> U]` with a derived equation `[Ui = U]`.

This works with singleton-value types for symbols - `symbol-scale` is a singleton type that contains only the `'scale` symbol. It is a subset of the `symbol` type.

Specifically, in our example, we derive that:

```
T8 = T3 = [Tk -> T4] = [number -> T7]
```

```
Tvpair = [T5 * T6 -> T4]
```

```
T4 = Tpair = T7
```

Which leads to the solution of 2.3 - `T8 = [number -> Tpair]`

2.3 [3 נק]

כתבו את ה-type הנגזר עבור

```
((pair 3 4) 'scale)
```

בתוכנית:

```
T8 = [number -> Tpair]
```

שאלה 3: מבני בקרה - ג'נרטורים, רשימות ועצים עצלים [30 נקודות]

א. כתבו generator בשם `lazyReduce` המקבל פונקציה של שני ארגומנטים `reducer`, איבר התחלתי `init` ומערך `lst` כך שבכל קריאה ל-`next` על ה-generator נקבל את ה-`reduce` המצטבר של הרשימה. לדוגמה:

```
const gen = lazyReduce((x: number, y: number) => x + y,
                      0, [1, 2, 3, 4, 5]);
console.log(gen.next()); // { value: 0, done: false }
console.log(gen.next()); // { value: 1, done: false }
console.log(gen.next()); // { value: 3, done: false }
console.log(gen.next()); // { value: 6, done: false }
```



```

console.log(gen.next()); // { value: 10, done: false }

function* lazyReduce<T1, T2>(reducer: (acc: T2, cur: T1) => T2,
                             init: T2,
                             lst: T1[]): Generator<T2> {
    let acc = init;
    yield acc;
    for (const x of lst) {
        acc = reducer(acc, x);
        yield acc;
    }
}

```

[10 נקודות]

ב. ממשו את הפרוצדורה `append-lzl` המקבלת שתי רשימות עצלות ומחזירה את הצירוף של שתיהן, בזו אחר זו, כרשימה עצלה [6 נקודות]

```

;; Lazy list ADT (constructor and accessors)
(define empty-lzl '())
(define cons-lzl cons)
(define head car)
(define tail
  (lambda (lzl)
    ((cdr lzl))))
(define empty-lzl? empty?)

;; Signature: lzl-append(lzl1, lzl2)
;; Type: [Lzl(T) * Lzl(T) -> Lzl(T)]
(define lzl-append
  (lambda (lzl1 lzl2)
    (if (empty-lzl? lzl1)
        lzl2
        (cons-lzl (head lzl1)
                  (lambda () (lzl-append (tail lzl1) lzl2)))))))

```

ג. בהרצאה ראינו את ה-ADT הבסיסי של עצלים (אין צורך בפרוצדורות נוספות בשאלה זו):

```

(define make-lzt cons)
(define empty-lzt empty)
(define lzt->root car)

```

```

(define lzt->branches
  (lambda (lzt)
    ((cdr lzt))
  )
)

```

ג1. השלימו את הפרוצדורה lzt-filter המקבלת lazy tree ופרדיקט ומחזירה רשימה (רגילה) של כל הקודקודים בעץ המקיימים את הפרדיקט:

```

; Signature: lzt-filter(lzt, filterP)
; Type: [LZT(Node) * [Node -> Boolean] -> List(Node)]
; Purpose: Collect filtered nodes in a finite lazy tree
;          (depth-first order)
(define lzt-filter
  (lambda (lzt filterP)
    (letrec (
      (collect
        (lambda (lzt)
          (let ((children (flatmap collect (lzt->branches lzt))))
            (if (filterP (lzt->root lzt))
                (cons (lzt->root lzt) children)
                children))))))
      (if (empty-lzt? lzt)
          empty
          (collect lzt))))))

```

[6 נקודות]

ג2. השלימו את הפרוצדורה lzt-filter-lzl המקבלת lazy tree ופרדיקט ומחזירה רשימה עצלה של כל הקודקודים בעץ המקיימים את הפרדיקט:

```
; Signature: lzt-filter->lzl(lzt, filterP)
; Type: [LZT(Node) * [Node -> Boolean] -> Lzl(Node)]
; Purpose: Collect filtered nodes in depth-first-order and return the
results as a lazy list.
(define lzt-filter->lzl
  (lambda (lzt filterP)
    (letrec (

      (collect ; [LZT(Node) -> LZL(Node)]
        (lambda (lzt)
          (if (filterP (lzt->root lzt))
              (make-lzl (lzt->root lzt)
                        (lambda ()
                          (collect-in-trees (lzt->branches lzt))))
              (collect-in-trees (lzt->branches lzt)))))

      (collect-in-trees ; [List(LZT(Node)) -> LZL(Node)]
        (lambda (lzts)
          (if (empty? lzts)
              empty-lzl
              (let ((first-lzl (collect (first lzts))))
                (if (empty-lzl? first-lzl)
                    (collect-in-trees (cdr lzts))
                    (append-lzl first-lzl
                                (lambda ()
                                  (collect-in-trees (cdr lzts)))))))))))

    (if (empty-lzt? lzt)
        empty-lzl
        (collect lzt)))))
```

[8 נקודות]

שאלה 4: תכנות לוגי [20 נקודות]

א.

הפּרוּצדורה הראשית של האינטרפרטר לשפה הלוגית, שהוצג בכיתה, היא answer-query. כזכור, פרוצדורה זו מקבלת שאילתא ותוכנית ומחזירה את רשימת ההצבות עבורן השאילתא היא בעלת ערך אמת ביחס לתוכנית ('הפתרונות' לשאילתא). במימוש הפרוצדורה נבנה עץ הוכחה על פי האלגוריתם, כאשר העץ מיוצג כעץ עצל (lazy tree): השורש של העץ מייצג את השאילתא הראשית, ופונקציית יצירת הבנים מייצרת את קודקודי הבנים ע"פ האלגוריתם:

- בחירת goal מהשאילתא הנוכחית על ידי הפונקציה Gsel
- מציאת החוקים הרלבנטיים ל goal הנבחר, ואת ההצבות שעל פיהן נבחרו החוקים, על ידי הפונקציה Rsel
- בניית קודקודי הבנים, כל קודקוד ע"פ אחד החוקים וההצבה הנלווית אליו, עם שאילתא פשוטה יותר ע"פ חוק זה.

הסבירו בקצרה (במשפט אחד - תשובה ארוכה תיפסל):

- א. בהינתן עץ ההוכחה העצל, כיצד נעשה שימוש בפרוצדורה lzt-filter->lzl משאלה 3 בהמשך המימוש של answer-query?
- א. באילו מקרים ניתן להסתפק ב lzt-filter?

א1: lzt-filter->lzl מופעלת על עץ ההוכחה העצל עם פרדיקט הבדוק האם זה קודקוד הצלחה, באופן זה מתקבלים הפתרונות השונים לשאילתא כרשימה עצלה.

א2: כאשר עץ ההוכחה הוא סופי נתן לאסוף את כל התשובות לרשימה אחת מיד.

[10 נקודות]

ב.

נתונים הפרדיקטים הבאים עם דוגמאות הרצה:

```
% Signature: take(List, N, Sublist)/3
% Purpose: Sublist is the first N elements from List

?- take([1, 2, 3, 4, 5], s(s(s(0))), X).
X = [1, 2, 3] ;
false.

?- take([1, 2], s(s(s(0))), X).
X = [1, 2] ;
```

```
false.
```

```
% Signature: pad(List, N, Padded)/3  
% Purpose: Padded is List padded with *s to reach length N
```

```
?- pad([i, love, ppl], s(s(s(s(s(0))))), X).  
X = [i, love, ppl, *, *] ;  
false.
```

```
?- pad([i, love, ppl], s(0), X).  
X = [i, love, ppl] ;  
false.
```

ממשו את הפרדיקט $ngrams/3$ באמצעות הפרדיקטים הנ"ל. רשימה Words, מספר צריך N ורשימה של רשימות Ngrams עומדים ביחס אם Ngrams היא רשימת כל תתי-הרשימות העוקבות באורך N ב-Words. אם תת-רשימה לא מגיעה לאורך N, צריך להוסיף לה כוכביות (הסימבול *) כדי להגיע לאורך N. לדוגמה:

```
?- ngrams([i, love, ppl, very, much], s(s(s(0))), X).  
  
X = [[i, love, ppl], [love, ppl, very], [ppl, very, much], [very,  
much, *], [much, *, *]] ;  
false.
```

```
% Signature: ngrams(Words, N, Ngrams)/3  
% Purpose: Ngrams are padded N-grams of Words  
ngrams([], _, []).  
ngrams([W|Ws], s(N), [Padded|Rest]) :-  
    take([W|Ws], s(N), Ngram),  
    pad(Ngram, s(N), Padded),  
    ngrams(Ws, s(N), Rest).
```

[5 נקודות]

ג. בצעו יוניפיקציה על הביטויים הבאים. אם היוניפיקציה מצליחה, כתבו את ההצבה המתקבלת; אחרת, כתבו מדוע היוניפיקציה נכשלת. אין צורך לפרט את שלבי האלגוריתם.

```
unify( f([p(X), Y|Z], g([[V|V], V])),  
      f([p(a), p(b), p(c), p(d)], g([[], []])) )
```

```
{ X = a,  
  Y = p(b) ,  
  Z = [p(c) , p(d)] ,  
  V = [] }
```

[5 נקודות]