제 6 장 보의 스프링 상수 (Strain Gage)

1. 목 적

보(Beam)의 탄성 계수를 여러가지 방법으로 구하여 보자. 고체 역학을 배운 사람은, 재질의 탄성 계수 E(Modulus of Elasticity)를 Table에서 찾아 보의 치수(Dimension)와 결합하면 보의 스프링 상수 K(Stiffness)를 계산할 수 있으나, 실제 Table에 나타난 탄성 계수의 값은 상당히 변동이 큰 데이타를 대체적으로 평균한 값이기 때문에 유효 자리 숫자도 적고 정확하지가 않다. 따라서 본 장에서는 계산 외에 3가지의 실험적 방법을 익히면서 스프링 상수를 중심으로 한 고체 역학의 개념들을 익히고자 한다.

2. 예습부문

(1) Mechanical Measurements(4th Ed.), T. G. Beckwith & R. D. Marangoni, pp.393-397, 405-426
(2) Mechanics of Materials, Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr.
(3) Experimental Stress Analysis, J. W. Dally, W. F. Riley

3. 실험장치

(1) Oscilloscope, FG, DMM, Power Supply, Frequency Counter
(2) PC/AT, Printer
(3) A/D Converter Board(DT2814)
(4) Aluminum Beam, Beam Jig, 질량추
(5) Strain Amp, Strain Gage및 부착용 도구, Bridge Box

4. 이 론

4.1 계산에 의한 방법

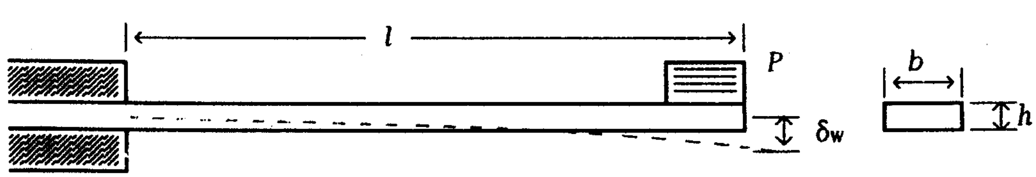


Fig.6.1

Fig.6.1에서와 같은 Beam에서 스프링상수(Stiffness) K는 위치에 따라 변할 것이다. 이를테면 Beam의 끝으로 갈수록 K가 작아질 것이 틀림없다. 흔히들 Beam의 스프링 상수라하면 Beam의 끝에서의 값을 의미하며, 이것은 Beam의 끝에 가해진 하중 P와 이에 상응하는 변위 δ_w로써 정의할 수 있다. 즉

$$K = \frac{P}{\delta_w} \tag{1}$$

라 할 수 있다.

고체 역학에서는 Beam의 끝에 하중 P가 가하여지면 변위 δ_w는 다음과 같이 됨을 보여 주고 있다.

$$\delta_w = \frac{l^3 P}{3EI} \tag{2}$$

여기서 I는 직사각형단면의 Moment of Inertia이므로

$$I = \frac{1}{12} bh^3 \tag{3}$$

이다. 따라서 (1)에 (2), (3)을 대입하면 다음과 같이 K를 계산으로 구할 수 있다.

$$K = \frac{bh^3 E}{4l^3} \tag{4}$$

4.2 Static Force-Strain method

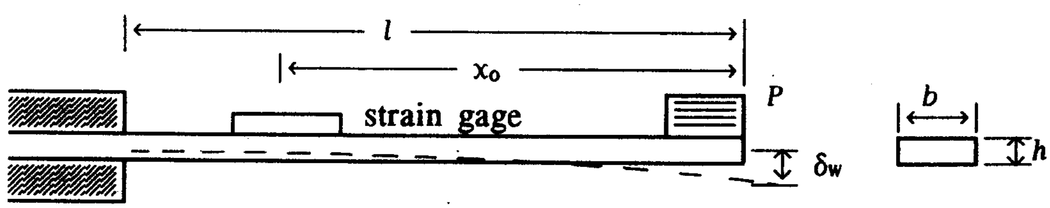


Fig.6.2

Beam의 끝에 P의 하중이 가하여질때, x_o의 위치에서 표면의 Strain는 다음과 같이 주어진다. (고체 역학 참조)

$$\varepsilon_g = \frac{x_o h P}{2EI} \tag{5}$$

그러므로 ε_g를 측정하여 EI항을 구할 수 있다. 이것을 (2)와 (1)에 대입하면 K를 구할 수 있다. Fig.6.3을 참조하면 Full-Bridge Case 1의 경우

$$\mathrm{V_{out}} = \frac{F_g \varepsilon_g}{4} \mathrm{V_{in}} \tag{6}$$

이다. 여기서 F_g는 Gase Factor로서 보통 2.1정도이나, 각자 사용한 Strain Gage에 대한 Table을 참조하여야 한다. Table 6.1는 Strain Gage 각각의 고유 Data중 하나이다. (5)과 (6)을 결합하면 다음과 같이 된다.

$$EI = \left(\frac{x_o hP}{2}\right) \frac{F_g}{4} \frac{\mathrm{V_{in}}}{\mathrm{V_{out}}} \tag{7}$$

그러나 실제로는 Strain Amp. 자체에서 Calibration을 수행하여 F_g를 바로 측정할 수가 있어서

$$EI = \frac{x_o hP}{2\varepsilon_g} \tag{8}$$

를 쓰면 된다. 이 식을 (1)과 (2)에 대입하면

$$\delta_w = \frac{1}{3} l^3 P \frac{2\varepsilon_g}{x_o hP} = \frac{2}{3} \frac{l^3 \varepsilon_g}{x_o h}$$

$$K = \frac{3}{2} \frac{x_o hP}{l^3 \varepsilon_g} \tag{9}$$

가 된다.

Table 6.1

STRAIN GAGES

TYPE	KFG-5-120-C1-11	GAGE FACTOR (24℃,50%RH)	2.10 ±1 %
TEMPERATURE COMPENSATION FOR	STEEL	ADOPTABLE THERMAL EXPANSION	11.7 PPM/℃
GAGE LENGTH	5 mm	TRANSVERSE SENSITIVITY (24℃,50%RH)	0.40 %
GAGE RESISTANCE (24℃,50%RH)	119.8 ±0.2 Ω	TEMPERATURE COEFFICIENT OF GAGE FACTOR	— %/℃
LOT No.	Y2048 BATCH 004	APPLICABLE GAGE CEMENT	CC-33A, PC-6
		QUANTITY	10

4.3 Bridge Box 와 Strain Amp.

Fig.6.3은 Bridge Box의 구조 및 결선도를 나타낸 것이다. Bridge Box 내부에는 120Ω 저항이 3개 들어 있고 이들의 연결상태가 Bridge Box 표면에 그려져 있다. 그림을 보면서 우리의 경우에는 어떻게 연결하면 될 것인지 생각해 보라. 3-Wire 결선법은 Strain Gage의 lead-wire의 길이가 길 때, lead-wire의 저항을 보상해 주는 방법이다.

Wiring

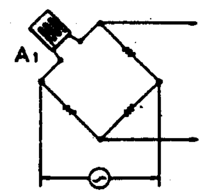
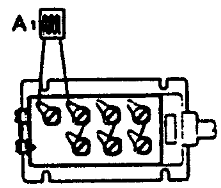
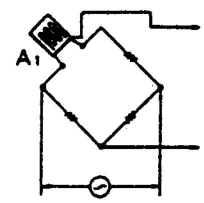
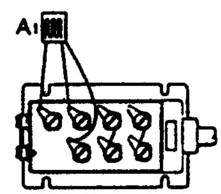
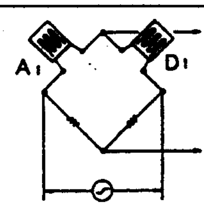
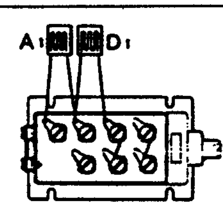
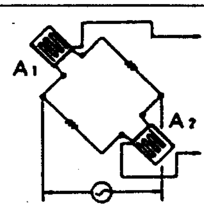
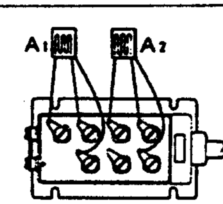
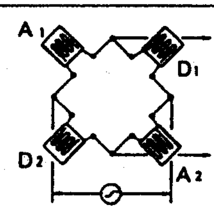
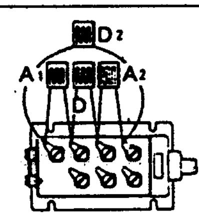
Measuring Method	Bridge Circuit	Writing to bridge box
1-gage (2-wire)		
1-gage (3-wire)		
2-gage		
2-gage 3-wire active-active		
4-gage		

Fig.6.3 Bridge Box의 구조및 결선도

Fig.6.4는 KYOWA 제품의 Dynamic Strain Amplifier DPM-601B 1개 Channel을 나타낸 것이다. Strain Amp.는 지금까지 우리가 배운 Amp.와는

달리, 증폭의 기능외에 Excitation Power Source의 기능이 있다. 즉, Bridge 회로에 일정 전압을 가하는 것이다. 기타 자체적인 Calibration의 기능도 일반 Amp.와 다른 점이다. Strain Amp.의 사용법은 본 교과 과정의 범위에 들지 않으므로 실험 진행자의 도움을 받도록 한다.

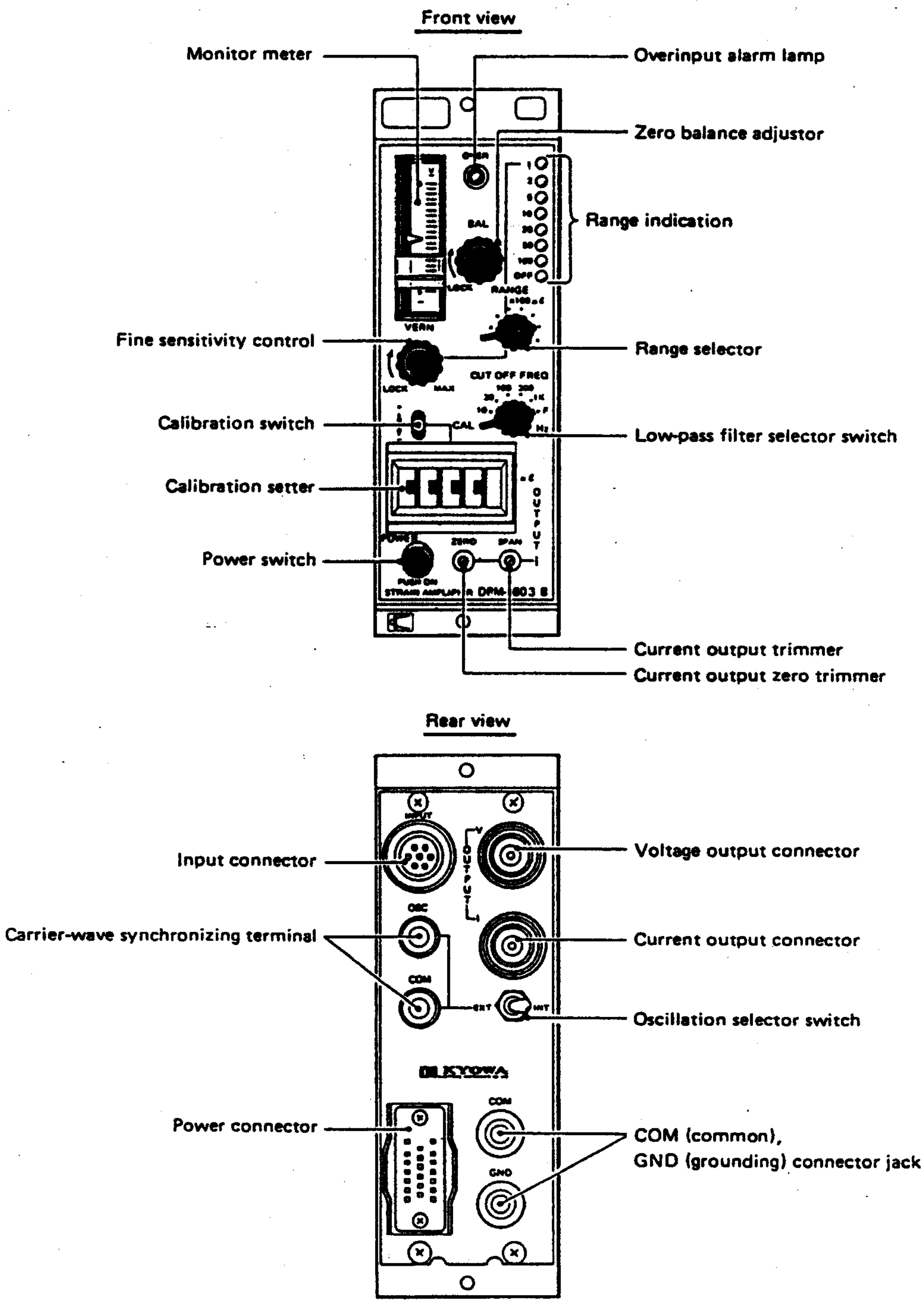


Fig.6.4 Dynamic Strain Amplifier DPM-601B ,603B, 603B
(Manual Balance Type)

4.4 Dynamic Method (Beam의 Natural Frequency)

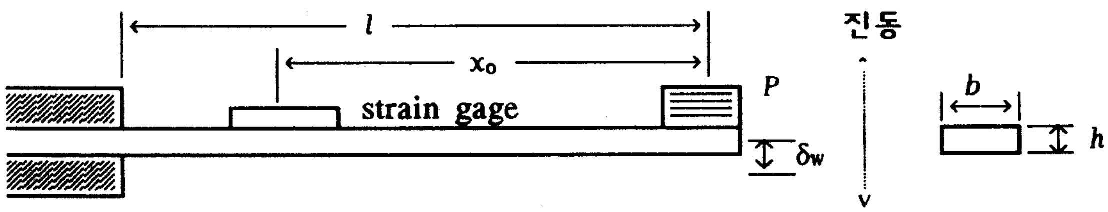


Fig. 6.5

Fig.6.5와 같이 Beam의 끝에 질량추를 달아서 약간 눌렀다가 놓으면, System의 고유 진동수에 따라 진동하게 될 것이다. 이 때의 고유 진동수는

$$f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M + m_e}} \tag{10}$$

가 된다. 여기서 m_e는 Beam의 Effective Mass이다. (10)을 실험 Data 처리에 용이하도록 변형하면 ,

$$M = K\left(\frac{1}{4\pi^2 f_o{}^2}\right) - m_e \tag{11}$$

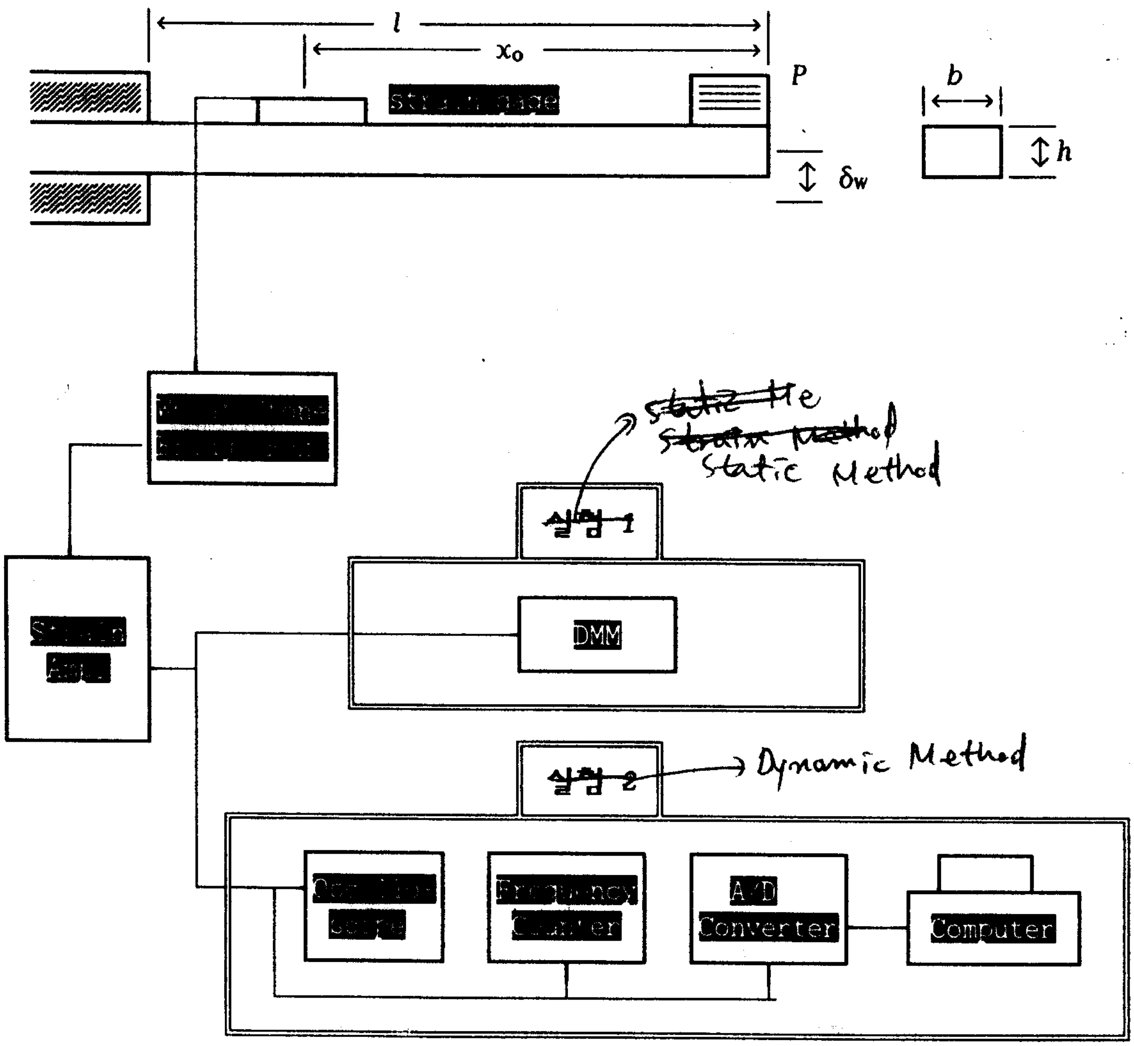
가 된다. 따라서 비록 m_e를 모르더라도 질량에 따른 고유 진동수를 측정하여 그 그래프의 기울기를 구하면 K가 구하여진다. 또 이 그래프의 절편이 Beam의 Effective Mass m_e가 되는데, 계산에 의하면 $(33/140)m_b$ (여기서 m_b는 Beam의 질량)가 되는데 이 값과 비교해 보라.

고유 진동수를 측정하기 위해서, 적당한 위치에 Strain Gage를 부착하고 진동 신호를 앞에서 배운 A/D Converter를 이용한 Data 처리와 FFT Program을 이용해 Dominant Frequency를 찾아 낸다.

실 험 6 : 보의 스프링 상수(Strain Gage)

1. Experimental Setup (실험 1, 실험 2)

(1) 다음과 같이 장치를 꾸민다.



(2) Strain Gage 설치

1a) sand paper로 Strain gage를 설치할 부분을 닦아낸다.
2b) aceton으로 닦는다.
3c) x_o를 정확히 측정하여 십자선을 긋는다.
4d) 순간 접착제를 한 방울 떨어뜨리고 Strain gage를 붙인다.
5e) 비닐로 살짝 눌러 덮었다가 잠시후 떼어낸다.

2. 실험 (6-1) : Static force - Strain method

(1) 『P = 0』에서 DMM에 표시되는 Voltage가 Zero가 되게 beam을 조정한다. (beam을 상·하로 약간씩 움직이면서)

(2) Strain Amp.를 Calibration한다. 그러면 ε_g/Volt를 알 수 있을 것이다.

(3) P를 변화시키면서 DMM으로부터 Vout을 측정하고 ε_g와 K를 계산한다.

下첨자.

$$K = \frac{3}{2}\,\frac{x_o h P}{l^3 \varepsilon_g}$$

M(g)	P(N)	V_{out}(V)	$\varepsilon_g(\mu)$	K(N/m)

3. 실험 (6-2). Dynamic method (Natural Frequency)

(1) 『M = 0』인 경우 beam을 진동시켜서 f_o를 측정한다.

(2) M을 변화시키면서 f_o를 측정한다.

* f_o를 측정할때 Frequency Counter를 써서 측정해 보고 또한 A/D Converter 와 Computer의 FFT Program을 이용해서 측정해 본다. (실험4 참고)

(3) 위에서 얻은 결과를 이용하여 M과 $1/(4\pi^2 f_o^2)$의 graph를 그린다. 위의 graph 에서 K와 m_e를 구한다.

* ADC-DATA.BAS를 Run시킬때 beam의 Vibration이 scope상에서 나타난 wave가 정상 상태일 때 Run시킨다.

M (g)	f_o(F.-Counter) (Hz)	f_o (FFT) (Hz)	$1/(4\pi^2 f_o^2)$