06 Réseaux de Petri

jeudi 13 octobre 2022

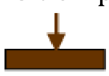
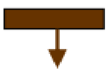
1. Réseaux de Petri est un graphe biparti des places et transitions
   - -1- L'intérêt et des réseaux de Petri est de pouvoir construire une vision abstraite d'un système complexe (un modèle de type système à événements discrets) afin de pouvoir analyser son comportement de façon prévisionnelle. Cette analyse peut se faire en réalisant des simulations, mais l'apport principal des réseaux de Petri est qu'il est possible de prouver formellement, ou de vérifier formellement, certaines propriétés de son comportement.
2. Définition $(P, T, F, Pre, Post, M_0, W, K)$
   - -1- P des places (cercles)
   - -2- T des transitions (droite horizontale)
     - 1- $M(s_2) \geq v(s_2, t_2)$
   - -3- Pre : incidence avant
     - 1- $Pre[p,t] = \begin{cases} v(p,t), (p,t) \in P \times T \\ 0, sinon \end{cases}$
   - -4- Post : incidence arrière
     - 1- $Post[p,t] = \begin{cases} v(t,p), (t,p) \in P \times T \\ 0, sinon \end{cases}$
     - 2- À chaque application d'incidence est associée une matrice
   - -5- F définit un ou plusieurs arcs (flèches), $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$
     - 1- En cas de Petri ordinaire, les valeurs $v(s_i, t_j)$ des arcs sont égales 1
   - -6- $M_0 = \begin{pmatrix} M(p_1) \\ \vdots \\ M(p_n) \end{pmatrix}$ marquage initial (vecter de jeton), $M(p)$ le marquage de la place P
   - -7- $W : F \rightarrow \mathbb{N}^+$ appelé ensemble d'arcs primaires
   - -8- K : S → $\mathbb{N}^+$appelé limite de capacité
3. Matrice d'incidence avant
   - -1- Pré matrix
     - 1-

	T1	T2
P1	*	*
P2	*	*

4. Matrice d'incidence arrière
   - -1- Post
5. Matrice d'incidence
   - -1- Complète : $\mathrm{W} = \mathrm{W}^+_{\mathrm{output}} - \mathrm{W}^-_{\mathrm{input}}$
   - -2- $M_j = M_i + W \cdot S, M{:}\,marquage, S : transition$
     - 1-

M2= M0 + W*S

$$M2 = \begin{array}{c} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \\ P5 \end{array}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{array}{c|cccc} & T1 & T2 & T3 & T4 \\ \hline P1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ P2 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ P3 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ P4 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ P5 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} * \begin{array}{c} T1 \\ T2 \\ T3 \\ T4 \end{array}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

   - -3- Une transition-puit
     - 1- 
   - -4- Une transition-source
     - 1- 
6. Composantes conservatives : si et seulement si il existe un vecteur de pondération平衡 q tel que $P(q) = B \ et \ q^* W = 0$

-1- $q^T W s = 0$

-2- Place bornée

1- $\exists i \in N, M(P_i) \leq k$

-3- RdP bornée

1- $\forall i \in N, M(P_i) \leq k$

-4- RdP sauf/binaire

1- $\forall i \in N, M(P_i) \leq k = 1$

7. Vivacité
8. Précondition et postcondition d'un événement

-1-

événements	préconditions	postconditions
a_1	état 11 actif	état 12 actif
a_2	état 21 actif	état 22 actif
b_1	état 12 ET état 31 actifs	état 13 ET état 32 actifs
b_2	état 22 ET état 31 actifs	état 23 ET état 32 actifs
d_1	état 13 ET état 32 actifs	état 11 ET état 31 actifs
d_2	état 23 ET état 32 actifs	état 21 ET état 31 actifs

-2-

événements	préconditions	postconditions
a_1	$n_1 < N_1$	$n_1 = n_1 + 1$ ET F1 : nbe. places libres - 1
a_2	$n_2 < N_2$	$n_2 = n_2 + 1$ ET F2 : nbe. places libres - 1
d_1	(S est L)ET($n_1 \geq 1$)	($n_1 = n_1 - 1$)ET(S est O)
d_2	(S est L)ET($n_2 \geq 1$)	($n_2 = n_2 - 1$)ET(S est O)
f	S est O	S est L

9. Séquence de franchissement répétitive

-1- Répétitive stationnaire

-2- Répétitive croissante

10. Propriétés dépendant non seulement de la structure du réseau de Petri

-1- Modélisation

1- Soit un réseau de Petri marqué $< R, M_0 >$ et soit $A(R; M_0)$ l'ensemble de ses marquages accessibles. Soit k un entier strictement positif.

-2- k-borné

1- Une place p de ce réseau est k-bornée si et seulement si :

1> $\forall M \in A(R; M_0), max\left(M(p)\right) = k$

2> Si k=1, la place est binaire (réseau de Petri sauf)

-3- Vivant

-4- Quasi-vivant

-5- Ré-inutilisable (avec un état d'accueil)

1- Chaque marquage accessible on peut revenir au marquage initial

2- "Ré-initialisablé" et "borné" sont indépendantes

11. Possibilité de décomposer un réseau de Petri

-1- Décomposition

-2- Invariant