

06 Réseaux de Petri

jeudi 13 octobre 2022

1. Réseaux de Petri est un graphe biparti des places et transitions

- 1- L'intérêt et des réseaux de Petri est de pouvoir construire une vision abstraite d'un système complexe (un modèle de type système à événements discrets) afin de pouvoir analyser son comportement de façon prévisionnelle. Cette analyse peut se faire en réalisant des simulations, mais l'apport principal des réseaux de Petri est qu'il est possible de prouver formellement, ou de vérifier formellement, certaines propriétés de son comportement.

2. Définition $(P, T, F, Pre, Post, M_0, W, K)$

- 1- P des places (cercles)

- 2- T des transitions (droite horizontale)

$$1- M(s_2) \geq v(s_2, t_2)$$

- 3- Pre : incidence avant

$$1- Pre[p, t] = \begin{cases} v(p, t), & (p, t) \in P \times T \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

- 4- $Post$: incidence arrière

$$1- Post[p, t] = \begin{cases} v(t, p), & (t, p) \in P \times T \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

- 2- À chaque application d'incidence est associée une matrice

- 5- F définit un ou plusieurs arcs (flèches), $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$

- 1- En cas de Petri ordinaire, les valeurs $v(s_i, t_j)$ des arcs sont égales 1

- 6- $M_0 = \begin{pmatrix} M(p_1) \\ \vdots \\ M(p_n) \end{pmatrix}$ marquage initial (vecteur de jeton), $M(p)$ le marquage de la place P

- 7- $W : F \rightarrow \mathbb{N}^+$ appelé ensemble d'arcs primaires

- 8- $K : S \rightarrow \mathbb{N}^+$ appelé limite de capacité

3. Matrice d'incidence avant

- 1- Pré matrix

1-

	T1	T2
P1	*	*
P2	*	*

4. Matrice d'incidence arrière

- 1- $Post$

5. Matrice d'incidence

- 1- Complète : $W = W_{\text{output}}^+ - W_{\text{input}}^-$

-2- $M_j = M_i + W \cdot S, M: \text{marquage}, S: \text{transition}$

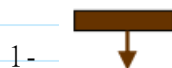
$$M2 = M0 + W \cdot S$$

$$1- \quad M2 = \begin{matrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \\ P5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{matrix} P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 \\ P5 \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{matrix} T1 \\ T2 \\ T3 \\ T4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

-3- Une transition-puit



-4- Une transition-source



6. Composantes conservatives : si et seulement si il existe un vecteur de pondération 平衡 q tel que $P(q) = B$ et $q^*W = 0$

-1- $q^T W s = 0$

-2- Place bornée

1- $\exists i \in N, M(P_i) \leq k$

-3- RdP bornée

1- $\forall i \in N, M(P_i) \leq k$

-4- RdP sauf/binaire

1- $\forall i \in N, M(P_i) \leq k = 1$

7. Vivacité

8. Précondition et postcondition d'un événement

-1-

événements	préconditions	postconditions
a_1	état 11 actif	état 12 actif
a_2	état 21 actif	état 22 actif
b_1	état 12 ET état 31 actifs	état 13 ET état 32 actifs
b_2	état 22 ET état 31 actifs	état 23 ET état 32 actifs
d_1	état 13 ET état 32 actifs	état 11 ET état 31 actifs
d_2	état 23 ET état 32 actifs	état 21 ET état 31 actifs

-2-

événements	préconditions	postconditions
a_1	$n_1 < N_1$	$n_1 = n_1 + 1$ ET F1 : nbe. places libres - 1
a_2	$n_2 < N_2$	$n_2 = n_2 + 1$ ET F2 : nbe. places libres - 1
d_1	(S est L) ET ($n_1 \geq 1$)	$(n_1 = n_1 - 1)$ ET (S est O)
d_2	(S est L) ET ($n_2 \geq 1$)	$(n_2 = n_2 - 1)$ ET (S est O)
f	S est O	S est L

9. Séquence de franchissement répétitive

-1- Répétitive stationnaire

-2- Répétitive croissante

10. Propriétés dépendant non seulement de la structure du réseau de Petri

-1- Modélisation

- 1- Soit un réseau de Petri marqué $\langle R, M_0 \rangle$ et soit $A(R; M_0)$ l'ensemble de ses marquages accessibles. Soit k un entier strictement positif.

-2- RdP pur

- 1- Ne contient pas de boucles

-3- k -borné (conservatif 保守的, place bornée et RdP bornée)

- 1- Une place p de ce réseau est k -bornée si et seulement si :

$$1> \forall M \in A(R; M_0), \max(M(p)) = k$$

- 2> Si $k=1$, la place est binaire (réseau de Petri sauf)

2- Structurellement borné

$$1> \forall M_0, \forall M \in A(R; M_0), \max(M(p)) = k$$

-4- Vivant

- 1- Conforme = vivant + sauf

-5- Quasi-vivant

-6- Ré-initialisable (avec un état d'accueil)

- 1- Chaque marquage accessible on peut revenir au marquage initial
- 2- "Ré-initialisable" et "borné" sont indépendantes

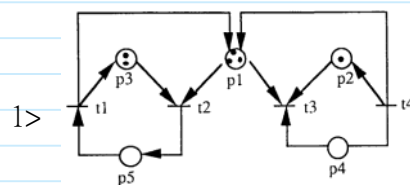
-7- Blocage

-8- Conflits

- 1- Un conflit effectif est l'existence d'un conflit structurel K , et d'un marquage M , tel que le nombre de jetons dans P_i est inférieur au nombre de transitions de sortie de P_i qui sont validées par M .

-9- Persistance 持久

- 1- Pour tous les marquage M_i accessible de M_0 , si et T_j est T_k validées par le marquage M_i , alors $T_j T_k$ est une séquence de franchissement à partir de M_i
- 2- 对于给定的marquage, 任何一个传输的结果都不会改变另一个传的可传输性。



- 2> 如果 $M(p_1) = 1$, 则 t_2, t_3 不能同时进行

11. Possibilité de décomposer un réseau de Petri

-1- Décomposition

-2- Invariant

$$1 - \sum_{p_i \in \{P | P^T M = 0\}} M(p_i) = c$$

12. Graphe de couverture

-1- Cette procédure fournit soit, une représentation de tous les marquages accessibles d'un RdP borné, soit une représentation de la "couverture" des marquages accessibles d'un RdP non borné, sous la forme d'une arborescence.

13. Méthodes de recherche des propriétés

-1- Algèbre linéaire

-2- Graph des marquages

-3- Réductions

1- Substitution avec un arc

1> 3 conditions

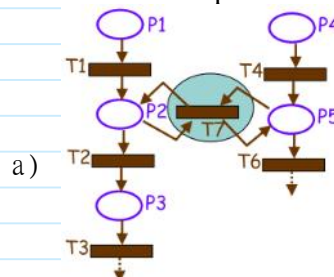
- a) Les transitions de sortie de P_i n'ont pas d'autres places d'entrée
- b) Il n'existe pas de T_j qui soit à la fois
- c) Au moins une transition de sortie de P_i n'est pas une transition puits

2- Place implicite

1> La supprimer

3- Transition neutre

1> Si et seulement si l'ensemble de ses places d'entrées est identique à l'ensemble de ses places de sorties.



4- Transition identique

1> Si deux transitions T_j et T_k ont le même ensemble de places d'entrées et le même ensemble de places de sorties.

