MT09-TP5

1. Écrire une fonction Scilab

   ```
   [f] = diffdiv(y, t)
   ```

   qui, étant donnés $(t_1, t_2, ..., t_n)$, $(f(t_1) = y_1, f(t_2) = y_2, ..., f(t_n) = y_n)$, calcule les différences divisées $(f_1 = f[t_1], f_2 = f[t_1, t_2], ..., f_n = f[t_1, ..., t_n])$. On suppose que les t_i sont distincts.

   Application : $t = (1,\ 3,\ 4.5,\ 5,\ 6), y = (1,\ 5,\ 3,\ 7,\ -1)$, calculez le vecteur f.

2. (a) Écrire une fonction Scilab

   ```
   [p, pprim] = horn(a, t, θ)
   ```

   qui, étant donnés $(a_1, a_2, ..., a_n)$, $(t_1, t_2, ..., t_{n-1})$, θ, nombres réels, calcule

   $$p = P(\theta) = a_1 + a_2(\theta - t_1) + a_3(\theta - t_1)(\theta - t_2) + ... + a_n(\theta - t_1)...(\theta - t_{n-1}),\ pprim = P'(\theta)$$

   à l'aide de l'algorithme de Horner.

   Application : $a = (1,\ 3,\ 5,\ -1), t = (0,\ 0,\ 1)$, $\theta = 2$, calculez p et $pprim$.

   (b) Écrire une fonction Scilab

   ```
   [p] = hornv(a, t, θ)
   ```

   qui étant donnés les vecteurs $(a_1, a_2, ..., a_n)$, $(t_1, t_2, ..., t_{n-1})$, $(\theta_1, ..., \theta_m)$, calcule le vecteur $p = (p_1, p_2, ..., p_m)$ dont les termes sont définis par

   $$p_j = a_1 + a_2(\theta_j - t_1) + a_3(\theta_j - t_1)(\theta_j - t_2) + ... + a_n(\theta_j - t_1)...(\theta_j - t_{n-1}),\ \text{pour } j = 1, ..., m.$$

   Application : $a = (1,\ 3,\ 5,\ -1), t = (0,\ 0,\ 1)$, $\theta = (2, 4)$, calculez le vecteur p.

3. (a) Écrire une fonction Scilab

   ```
   p = interpol(y, t, θ)
   ```

   qui, étant donnés $(y_1, y_2, ..., y_n)$, $(t_1, t_2, ..., t_n)$, θ réels, calcule $p = P(\theta)$ où P est le polynôme de degré inférieur ou égal à $n - 1$ tel que $P(t_i) = y_i$.

   Application : $t = (1,\ 3,\ 4.5,\ 5,\ 6), y = (1,\ 5,\ 3,\ 7,\ -1)$, calculez p dans le cas $\theta = 3$, puis $\theta = 4$.

   (b) Écrire une fonction Scilab

   ```
   courbe(y, t, N, τ)
   ```

   qui, étant donné les vecteurs $(y_1, y_2, ..., y_n)$, $(t_1, t_2, ..., t_n)$, le réel τ trace

   - la courbe d'équation $z = P(\theta),\ t_1 \leq \theta \leq t_n$ où P est le polynôme d'interpolation,
   - les points de coordonnées $((t_i, y_i), i = 1..n)$,
   - la droite tangente à la courbe au point d'abscisse τ.

   N est le nombre de points utilisés pour tracer la courbe.

   Application : $t = (1,\ 3,\ 4.5,\ 5,\ 6), y = (1,\ 5,\ 3,\ 7,\ -1), \tau = 4$

4. On reprend le TP3 : on note g l'expression de la spline cubique qui interpole les points de coordonnées (t_i, y_i).

   (a) Reprenez la fonction $calcg$ que vous avez écrite et modifiez la pour utiliser l'algorithme de Horner que l'on vient de voir.

   (b) Tracez sur la même figure les courbes d'équation $z = P(\theta)$ et $z = g(\theta)$ ainsi que les points de coordonnées (t_i, y_i) dans les cas suivants :

      - $t = (1,\ 3,\ 4.5,\ 5,\ 6)$, $y = (1,\ 5,\ 3,\ 7,\ -1)$,
      - $t_i = (i-1)/10$, $i = 1, \ldots, 11$, $y = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 0, 0, 0, 0)$.

Rappel du TP3 :

On définit la fonction g par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} g(\theta) & = & cc_{i1} + cc_{i2}(\theta - t_i) + cc_{i3}(\theta - t_i)^2 + cc_{i4}(\theta - t_i)^2(\theta - t_{i+1}), \ \ \text{pour } t_i \leq \theta < t_{i+1} \\ g(\theta) & = & cc_{n-1,1} + cc_{n-1,2}(\theta - t_{n-1}) + cc_{n-1,3}(\theta - t_{n-1})^2 + cc_{n-1,4}(\theta - t_{n-1})^2(\theta - t_n), \ \ \text{pour } \theta = t_n \end{array}\right. \tag{1}$$

On veut tracer la courbe d'équation $z = g(\theta),\ t_1 \leq \theta \leq t_n$.
Écrire une fonction Scilab

```
[z ]= calcg(θ, t, cc)
```

qui, étant donné le nombre θ, le vecteur t et la matrice de coefficients cc, calcule $z = g(\theta)$ définie par la relation (1).