

# N皇后问题分析报告

## 1. 算法设计

### 1.1 核心算法：回溯法 (Backtracking)

本程序采用经典的回溯算法来解决N皇后问题：

- 基本思路**：逐行放置皇后，每行只放一个皇后
- 冲突检测**：检查列冲突和对角线冲突
- 回溯机制**：当无法在当前行找到合适位置时，回退到上一行重新选择

### 1.2 优化策略

#### 快速冲突检测

- 使用集合 (set) 存储已占用的列和对角线
- 时间复杂度从  $O(n)$  降低到  $O(1)$
- 三个集合分别记录：
  - `cols`：已占用的列
  - `diag1`：主对角线 (row - col 值相同)
  - `diag2`：副对角线 (row + col 值相同)

#### 数据结构优化

- 用一维数组 `board[i] = j` 表示第i行皇后在第j列
- 避免使用二维数组，减少空间复杂度

## 2. 代码结构

### 2.1 模块化设计

程序采用面向对象设计，主要包含以下模块：

- NQueensSolver类**：核心求解器
  - `is_safe()`：冲突检测
  - `backtrack()`：回溯算法核心
  - `solve()`：求解入口
  - `print_board()`：结果显示
- 输入处理模块**：
  - `get_valid_input()`：处理用户输入和异常情况
  - 输入验证：确保  $N \geq 4$
- 性能分析模块**：
  - `performance_analysis()`：批量测试不同N值
  - 绘制时间增长曲线和解数量增长曲线

## 2.2 异常处理

- 处理非法输入 ( $N < 4$ )
- 处理非数字输入
- 支持用户中断 (Ctrl+C)

## 3. 算法复杂度分析

---

### 3.1 时间复杂度

- **理论最坏情况**:  $O(N!)$
- **实际复杂度**: 由于剪枝优化, 实际运行时间远小于理论值
- **空间复杂度**:  $O(N)$  用于递归调用栈和存储解

### 3.2 优化效果

传统的冲突检测需要  $O(N)$  时间, 我们的优化将其降低到  $O(1)$ :

```
# 传统方法:  $O(N)$  时间检测冲突
def is_safe_traditional(board, row, col):
    for i in range(row):
        if board[i] == col or abs(board[i] - col) == abs(i - row):
            return False
    return True

# 优化方法:  $O(1)$  时间检测冲突
def is_safe_optimized(self, row, col):
    return (col not in self.cols and
            (row - col) not in self.diag1 and
            (row + col) not in self.diag2)
```

## 4. 实验结果分析

---

### 4.1 测试范围

- 测试  $N = 4$  到  $N = 12$  的运行时间和解的数量
- 记录精确的执行时间 (使用 `time.perf_counter()`)

### 4.2 预期结果

根据已知的N皇后问题解的数量:

- $N=4$ : 2个解
- $N=5$ : 10个解
- $N=6$ : 4个解
- $N=7$ : 40个解
- $N=8$ : 92个解
- $N=9$ : 352个解
- $N=10$ : 724个解

- N=11: 2680个解
- N=12: 14200个解

## 4.3 性能特点

- 时间复杂度呈指数增长
- 但由于有效的剪枝策略，实际增长率低于理论值  $N!$
- 使用对数坐标更好地展示增长趋势

## 5. 功能特性

### 5.1 用户交互

- 菜单驱动的用户界面
- 支持选择求解模式（全部解 or 单个解）
- 智能显示：解数量过多时提供选择性显示

### 5.2 结果展示

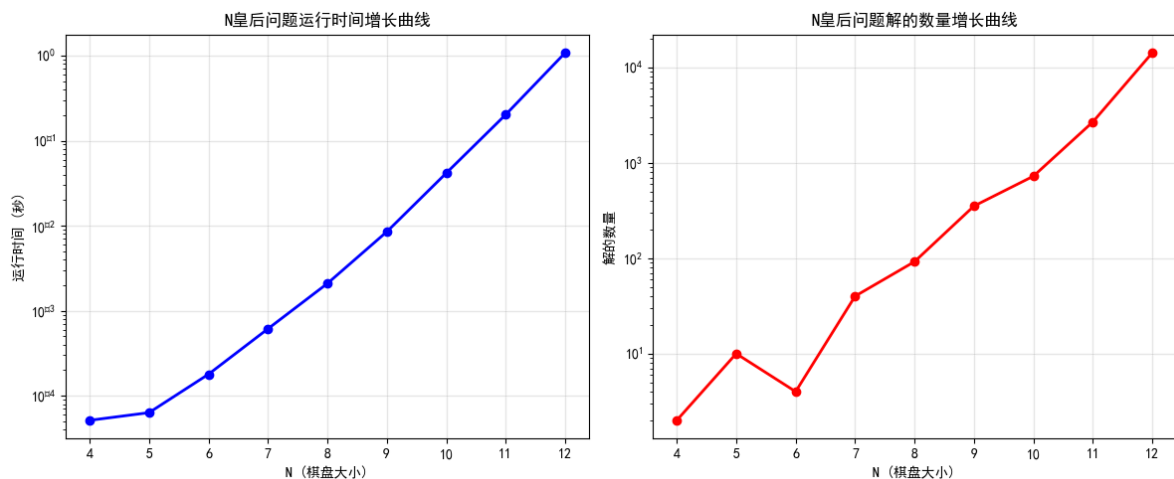
- 直观的棋盘显示（使用Unicode棋子符号 ♔ ♚）
- 坐标标注便于理解
- 统计信息（解的数量、运行时间）

### 5.3 性能分析

- 自动化批量测试
- 可视化图表展示（需要matplotlib）
- 详细的数据表格输出

## 6. 图形化展示

### 6.1 性能分析



6.2 实例展示

	0	1	2	3	4	5	6	7		0	1	2	3	4	5	6	7
0	♔	.	.	.	.	.	.	.	0	♔	.	.	.	.	.	.	.
1	.	.	.	.	♔	.	.	.	1	.	.	.	.	.	♔	.	.
2	.	.	.	.	.	.	♔	.	2	.	.	.	♔	.	.	.	.
3	.	.	.	.	.	♔	.	.	3	.	.	.	.	.	.	♔	.
4	.	♔	.	.	.	.	.	.	4	.	.	.	.	.	.	.	♔
5	.	.	.	♔	.	.	.	.	5	.	♔	.	.	.	.	.	.
6	.	.	.	.	.	.	.	♔	6	.	.	♔	.	.	.	.	.
7	.	.	♔	.	.	.	.	.	7	.	.	.	.	♔	.	.	.

	0	1	2	3	4	5	6	7		0	1	2	3	4	5	6	7
0	♔	.	.	.	.	.	.	.	0	♔	.	.	.	.	.	.	.
1	.	.	.	.	.	.	♔	.	1	.	.	.	.	.	.	♔	.
2	.	.	.	♔	.	.	.	.	2	.	.	.	.	♔	.	.	.
3	.	.	.	.	.	♔	.	.	3	.	.	.	.	.	.	.	♔
4	.	.	.	.	.	.	.	♔	4	.	♔	.	.	.	.	.	.
5	.	.	♔	.	.	.	.	.	5	.	.	.	♔	.	.	.	.
6	.	♔	.	.	.	.	.	.	6	.	.	.	.	.	♔	.	.
7	.	.	.	.	♔	.	.	.	7	.	.	♔	.	.	.	.	.