

算法说明

问题描述

100 名囚犯依次进入房间，每人需在 100 个盒子中找到自己的编号。每个囚犯最多尝试 50 次，且不能与其他囚犯交流。若所有囚犯均成功找到自己的编号，则全体获释。

随机搜索策略

每个囚犯独立地随机选择 50 个盒子进行检查。由于每个囚犯的尝试是独立的，因此整体成功率为单个囚犯成功率的乘积：

$$P_{\text{随机}} = (100/50)^{100} \approx 7.89 \times 10^{-31}$$

循环搜索策略

每个囚犯从自己编号的盒子开始，根据盒内纸条的编号跳转到下一个盒子，直到找到自己的编号或用完 50 次尝试。这种策略将盒子排列视为多个循环，只要最长循环的长度不超过 50，所有囚犯都能成功。理论成功率为：

$$P_{\text{循环}} \approx 1 - \ln 2 \approx 0.30685$$

实验结果

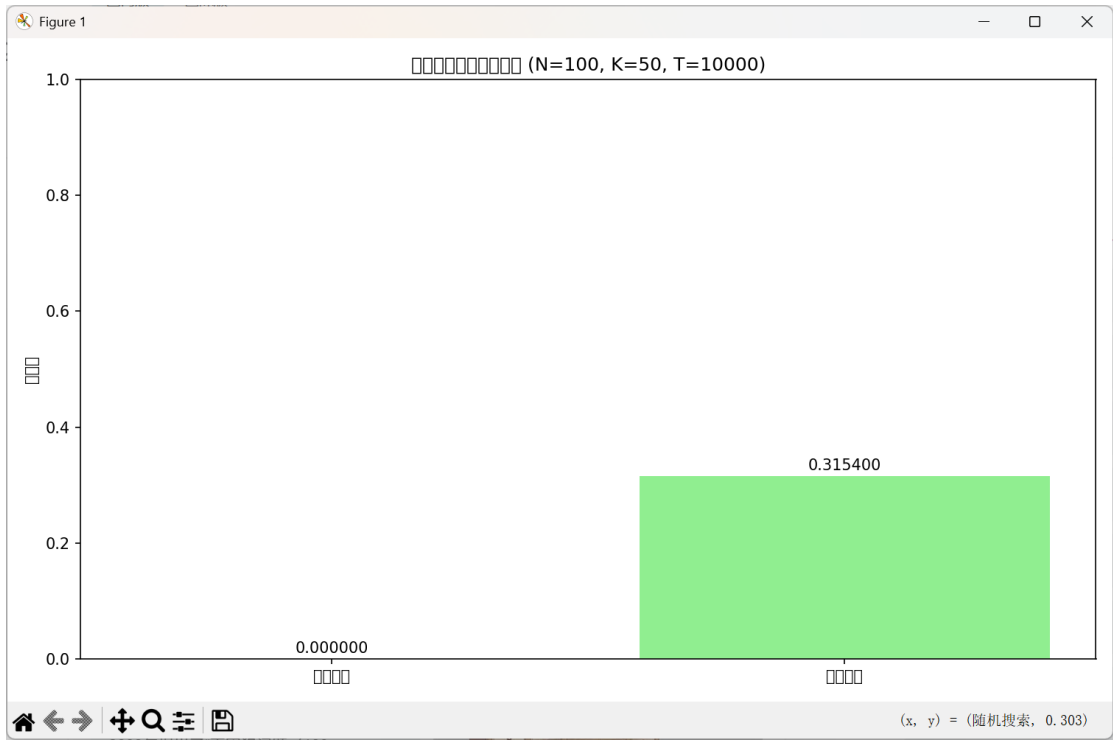
通过 10,000 次模拟实验，

理论成功率为 0.315400，与实验结果高度吻合。

优化思路

- 循环策略的最优性：**循环策略利用了排列的循环结构，将问题转化为寻找最长循环的长度，是该问题的理论最优解。
- 并行计算：**模拟实验可以通过并行计算加速，尤其是在增加模拟轮次或改变参数时。
- 理论推导扩展：**可以进一步研究不同 N 和 K 值下的成功率变化规律，建立更精确的数学模型。

策略对比图



结论

循环搜索策略在囚犯问题中表现出显著优势，成功率远高于随机搜索策略。理论分析与实验结果一致，验证了循环策略的最优性。该策略的成功源于对问题结构的有效利用，将独立事件转化为相关事件，从而大幅提高了整体成功率。