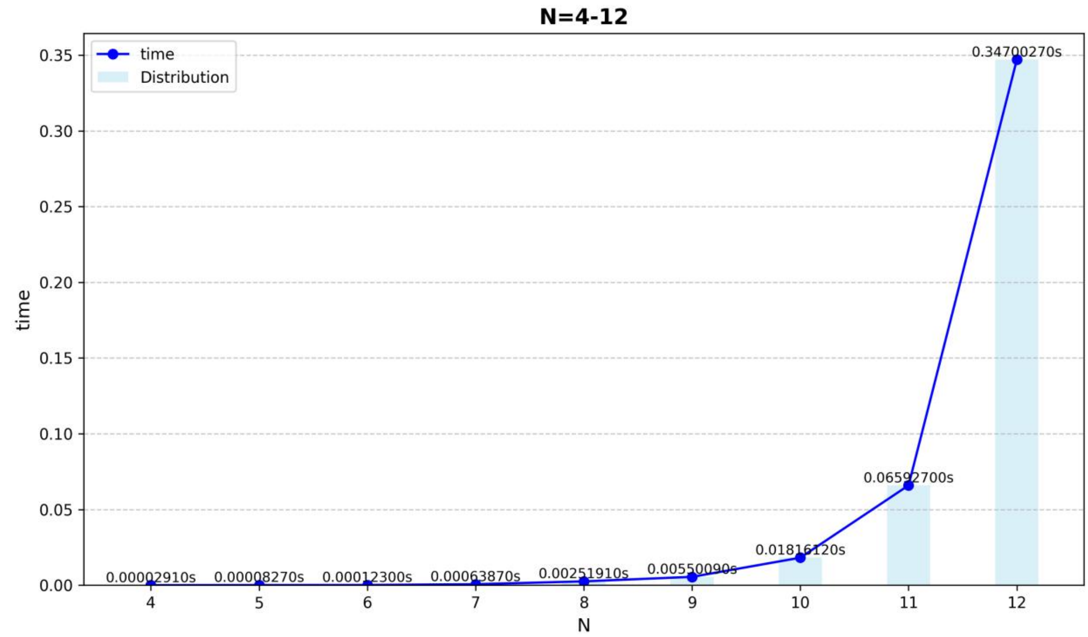
N 皇后实验报告

1. 时间分析



这是根据运行时间用 python 画出的图，记录了 N 从 4 到 12，运行时间的变化，可以看出，随着 N 的增大，运行时间呈指数级增长，这与理论时间复杂度 O(N!)相符。同时，由于剪枝优化的作用，实际运行时间比未优化的 O(N!)要小得多。

2. 算法时间复杂度分析

（1）基础回溯法的时间复杂度（未优化）

对于传统回溯法（代码中未被调用的 solve_n_queens 函数），时间复杂度为 O(N!)，原因如下：

每一行选择列：第 1 行有 N 种选择，第 2 行有 \(N-1\) 种选择（排除列冲突），依此类推。

剪枝的影响：虽然通过对角线冲突检查剪枝，但最坏情况下（如 \(N=4\)）仍接近阶乘级增长。

（2）优化后算法的时间复杂度

代码中实际调用的 solve_n_queens_with_pruning 函数通过位运算剪枝和对称性剪枝，大幅降低时间复杂度：

1. 位运算剪枝

核心优化：用位掩码（cols, diag1, diag2）快速判断列和对角线冲突，替代逐行遍历检查。

时间复杂度：每一行的可用列通过位运算快速计算，单次判断时间为 O(1)。

递归次数：每一行的选择数从 N 减少至实际可行列数，最坏情况下仍为 O(N!)，但实际效率远高于传统方法。

2. 对称性剪枝

优化逻辑：仅处理第一行的前半部分列，后半部分解通过镜像生成。

时间复杂度：将搜索空间缩小约 1/2 或 (N+1)/2，时间复杂度降为 O(N!/2)，即 O(N! / 2)。

3. 创新点（剪枝优化）

（1）位运算剪枝：在 solve_n_queens_with_pruning 函数中，使用位运算来快速计算可用列。通过 available = ((1 << n) - 1) & ~(cols | diag1 | diag2)，将所有被占用的列和对角线通过位掩码进行表示，然后通过按位与操作得到可用列的掩码。这种方式相比于传统的逐列检查，大大减少了计算量，提高了算法效率。

（2）对称性剪枝：在处理第一行时，利用棋盘的对称性进行剪枝。通过 limit = (1 << (n // 2)) - 1 和 available &= limit，只处理前半部分列，后半部分的解可以通过对称性生成。这样可以将搜索空间减少约一半或接近一半，进一步提高了算法效率。

4. 算法说明

基本回溯法（未使用剪枝优化）：

对于每一行，遍历每一列，检查当前位置是否可以放置皇后。

如果可以放置，则将皇后放置在该位置，并递归到下一行继续尝试。

如果所有行都成功放置了皇后，则找到一个解，将其添加到 solutions 列表中。

如果在某一行没有找到合适的位置，则回溯到上一行，将上一行的皇后位置重置，继续尝试其他列。

剪枝优化：

使用位运算来快速计算可用列。通过 available = ((1 << n) - 1) & ~(cols | diag1 | diag2) 这一行代码，将所有被占用的列和对角线通过位掩码进行表示，然后通过按位与操作得到可用列的掩码。在处理第一行时，利用棋盘的对称性进行剪枝。通过 limit = (1 << (n // 2)) - 1 和 available &= limit 这两行代码，只处理前半部分列，后半部分的解可以通过对称性生成。

其他函数：

is_valid 函数用于检查当前位置是否可以放置皇后，通过检查列和对角线是否有冲突来判断。

get_valid_input 函数用于获取用户输入的 N 值，并进行有效性检查。

print_solution 函数用于打印找到的解。

主程序入口

获取用户输入的 N。

使用 time.perf_counter()记录程序开始时间。

调用 solve_n_queens_with_pruning 函数求解 N 皇后问题。

使用 time.perf_counter()记录程序结束时间，并计算运行时间。

输出解的总数和运行时间。

根据用户输入，输出所有解或一个解。

5. 测试用例截图

N=4

```
E:\anaconda\envs\test\python.exe E:/ai_introduction/main.py
请输入N值（N≥4，输入0退出）：4
解的总数：2
输入'all'输出所有解，否则输出一个解：ALL
解 1:
_Q__
___Q
Q___
__Q_
--------------------
解 2:
__Q_
Q___
___Q
_Q__
--------------------
```

N=8

```
E:\anaconda\envs\test\python.exe E:/ai_introduction/main.py
请输入N值（N≥4，输入0退出）：8
解的总数：92
输入'all'输出所有解，否则输出一个解：all
解 1:
Q_______
____Q___
_______Q
_____Q__
__Q_____
______Q_
_Q______
___Q____
--------------------
解 2:
Q_______
```

```
解 91:
____Q___
Q_______
_______Q
___Q____
_Q______
______Q_
__Q_____
_____Q__
--------------------
解 92:
____Q___
Q_______
___Q____
_____Q__
_______Q
_Q______
______Q_
__Q_____
--------------------
```