

云南大学 2020 年秋季学期理工类本科 2019 级

《概率论与数理统计》期末考试（闭卷）试卷 B

满分： 100 分 考试时间： 120 分钟 任课教师：

学院： \_\_\_\_\_ 专业： \_\_\_\_\_ 学号： \_\_\_\_\_ 姓名： \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

得分

一、填空题 （本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. 设  $A, B, C$  为相互独立的三个事件,且  $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{1}{4}$ 。则  $A, B, C$  至少有一个发生的概率为\_\_\_\_\_。
2. 对  $A, B$  两事件,设  $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$ ,则:  $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_。
3. 若  $X_i \sim N(0,1), (i=1,2)$  则  $Z = 2X_1 - 3X_2 \sim$  \_\_\_\_\_。
4. 对于  $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ ,  $X$  和  $Y$  相互独立的充要条件是 \_\_\_\_\_。
5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则  $\bar{X} \sim$  \_\_\_\_\_。
6. 设随机变量  $X$  在  $(1,6)$  上服从均匀分布,则方程  $t^2 + Xt + 1 = 0$  有实根的概率为\_\_\_\_\_。
7. 设两个相互独立的事件  $A$  和  $B$  都不发生的概率为  $\frac{1}{9}$ ,  $A$  发生  $B$  不发生的概率与  $B$  发生  $A$  不发生的概率相等, 则:  $P(A) =$  \_\_\_\_\_。
8. 若  $X \sim N(0,1)$ , 则  $Y = X^2 \sim$  \_\_\_\_\_。

9. 若:  $\chi^2 \sim \chi^2(5)$ , 则:  $D(\chi^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 设随机变量  $X$  的方差为:  $D(X) = 9$ , 则对于任意常数  $c$ ,  
 $D(2X + c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分

二、单项选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设两相互独立的随机变量:  $X \sim N(0,1)$ ;  $Y \sim N(1,1)$ , 则下述事件的概率值正确的是 ( )。

- (A)  $P\{X + Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$                       (B)  $P\{X + Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$   
(C)  $P\{X - Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$                       (D)  $P\{X - Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$

2. 设总体:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu$ 、 $\sigma^2$  已知而  $a, b, c$  未知;  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的一个样本, 则下列表达式中不是统计量的为 ( )。

- (A)  $aX_1 + bX_2 + cX_3$                       (B)  $\min(X_1, X_2, X_3)$   
(C)  $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$                                       (D)  $X_1 + 2\mu$

3. 设  $A, B$  为任意两事件, 若  $P(AB) = 0$ , 则下列正确的命题是 ( )。

- (A)  $A$  和  $B$  互不相容(互斥)                      (B)  $AB$  是不可能事件  
(C)  $AB$  不一定是不可能事件                      (D)  $P(A) = 0$  或  $P(B) = 0$

4. 设  $A, B$  为两事件, 则  $P(A - B) = ( \quad )$

- (A)  $P(A) - P(B)$                       (B)  $P(A) - P(B) + P(AB)$   
(C)  $P(A) - P(AB)$                       (D)  $P(A) + P(\overline{B}) + P(\overline{AB})$



5. 随机变量  $X$  在区间( )取值时, 函数:  $f(x) = \sin x$  可成为  $X$  的概率密度函数。

- (A)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  (B)  $[0, \pi]$  (C)  $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$  (D)  $[0, 2\pi]$

6. 设两相互独立的随机变量  $X$  和  $Y$  的方差分别为 4 和 2, 则  $3X + 2Y + 10$  的方差为( )。

- (A) 8 (B) 26 (C) 38 (D) 44

7. 若随机变量  $X$ 、 $Y$  相互独立, 则正确结论为( )。

- (A)  $Cov(X, Y) = 0$   
 (B)  $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$   
 (C)  $D(XY) = D(X)D(Y)$   
 (D) 以上结论均不正确

8. 设随机变量  $X$  的概率密度为:  $f(x) = k \cos 2x$  ( $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ ), 则  $k$  的值为( )。

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D)  $\frac{1}{4}$

9. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立且分布相同, 令  $U = X - Y, V = X + Y$  则  $U$  与  $V$  间必有( )。

- (A) 不相互独立 (B)  $\rho_{UV} \neq 0$   
 (C) 相互独立 (D)  $\rho_{UV} = 0$

10. 设随机变量  $X, Y$  的概率密度函数为:  $f_x(x) = \begin{cases} \exp(-x) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ,  $f_y(y) = \begin{cases} \exp(-y) & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$ ,

则  $(X, Y)$  的联合概率密度函数为( )。

- (A)  $f(x, y) = \begin{cases} 2 \exp[-(x+y)] & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$  (B)  $f(x, y) = \begin{cases} \exp[-(x+y)] & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$   
 (C)  $f(x, y) = \begin{cases} \exp(-x) + \exp(-y) & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$  (D) 以上结论均不正确.



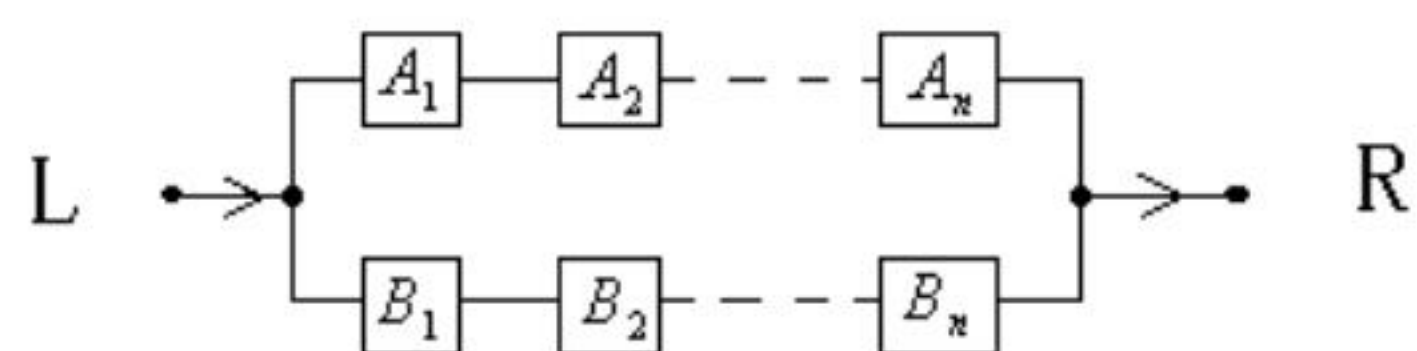
### 三、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

设  $(X, Y)$  的联合概率密度为:  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$  证明: (1)  $X$  和  $Y$  不相互独立; (2)  $X$  和  $Y$  不相关。

得分

### 四、计算题 (本大题共 1 小题, 每小题 10 分, 共 10 分)

对于一个元件, 其正常工作的概率  $p$  称为该元件的可靠性, 而若干元件组成的系统, 它能正常工作的概率称为该系统的可靠性。今设有  $2n$  个元件组成图示的系统, 每个元件的可靠性均为  $r$  ( $0 < r < 1$ ), 且各元件工作状况相互独立, 求该系统的可靠性。



< 四题图 >

得分

### 五、计算题（本大题共 2 小题，每小题 5 分,共 10 分）

设随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为：
$$f(x, y) = \begin{cases} A \exp[-(2x+y)] & x>0, y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1) 系数  $A$  ;      (2)  $P\{Y \leq X\}$



得分

六、计算题（本大题共 1 小题，每小题 10 分,共 10 分）

求总体  $N(20,3)$  的容量分别为 10, 15 的两独立样本： $x_i$  ( $i=1,2,\dots,10$ )； $y_j$  ( $j=1,2,\dots,15$ ) 的样本均值  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  之差的绝对值小于 0.3 的概率.

得分

七、计算题（本大题共 1 小题，每小题 10 分,共 10 分）

设总体  $X \sim U[a, b]$ ,

$a, b$  未知。  $X_1, X_2, \dots, X_n$   
是来自总体  $X$  的

一个样本。试求  $a, b$  的矩估计量

得分

八、计算题（本大题共 1 小题，每小题 10 分,共 10 分）

设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，已知：

$E(X) = \frac{1}{2}, D(X) = \frac{3}{20}$ 。试求系数  $a, b, c$ 。

