МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г.ШУХОВА» (БГТУ им.В.Г.Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

Лабораторная работа №1.1

дисциплина: Дискретная математика

тема: «Операции над множествами»

Выполнил: ст. группы ПВ-201

Машуров Дмитрий Русланович

Проверил: Бондаренко Т.В.

Лабораторная работа №1.1

«Операции над множествами»

Цель работы:

изучить и научиться использовать алгебру подмножеств, изучить различные способы представления множеств в памяти ЭВМ, научиться программно реализовывать операции над множествами и выражения в алгебре подмножеств.

Задания

- 1. Вычислить значение выражения (см. Варианты заданий, п. а). Во всех вариантах считать $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Решение изобразить с помощью кругов Эйлера.
- 2. Записать выражение в алгебре подмножеств, значение которого при заданных множествах A, B и C равно множеству D (см. Варианты заданий, п. б).
- 3. Программно реализовать операции над множествами, используя следующие способы представления множества в памяти ЭВМ:
 - а) элементы множества A хранятся в массиве A. Элементы массива A неупорядочены;
 - b) элементы множества A хранятся в массиве A. Элементы массива A упорядочены по возрастанию;
 - с) элементы множества A хранятся в массиве A, элементы которого типа boolean. Если $i \in A$, то A_i = true, иначе A_i = false.
- 4. Написать программы для вычисления значений выражений (см. Задания, п.1 и п.2).
- 5. Используя программы (см. Задания, п.4), вычислить значения выражений (см. Задания, п.1 и п.2).

Задание варианта №2

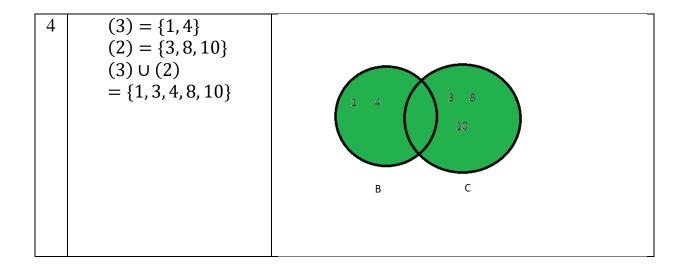
a)
$$D = B \cap (A \triangle B) \cup (C - A), A = \{2,5,6,7,9\}, B = \{1,4,5,9\}, C = \{3,7,8,10\}$$

b)
$$A = \{1,2,3,8\} B = \{3,6,7\} C = \{2,3,4,5,7\} D = \{1,3,4,5,6,8\}$$

Выполнение:

1. Выполню вычисление выражения $D = B \cap (A \triangle B) \cup (C - A)$, где $A = \{2, 5, 6, 7, 9\}, B = \{1, 4, 5, 9\}, C = \{3, 7, 8, 10\}$ по действиям:

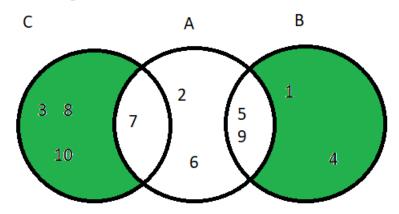
| No॒ | Действие | Графическое отображение в виде кругов Эйлера |
|-----|--|---|
| 1 | $A = \{2, 5, 6, 7, 9\}$ $B = \{1, 4, 5, 9\}$ $A \triangle B = \{1, 2, 4, 6, 7\}$ | 2 6 5 1 4 9 9 A B |
| 2 | $C = \{3,7,8,10\}$ $A = \{2,5,6,7,9\}$ $C - A = \{3,8,10\}$ | 3 8 7 2 5 6 9 C A |
| 3 | $B = \{1, 4, 5, 9\}$ $(1) = \{1, 2, 4, 6, 7\}$ $B \cap (1) = \{1, 4\}$ | 2 6 7 5 1 4 9 9 B |



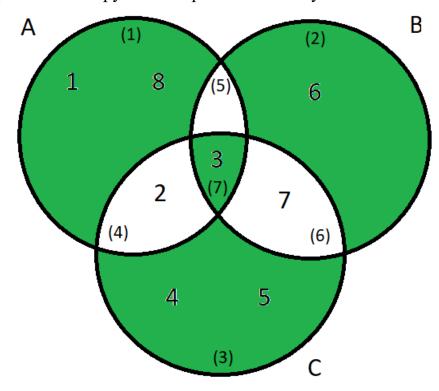
В итоге получаем:

$$D = B \cap (A \triangle B) \cup (C - A) = \{1, 4, 5, 9\} \cap \{1, 2, 4, 6, 7\} \cup \{3, 8, 10\}$$
$$= \{1, 4\} \cup \{3, 8, 10\} = \{1, 3, 4, 8, 10\}$$

В виде кругов Эйлера:



2. Поскольку в итоговом множестве должны быть элементы {1,3,4,5,6,8}, то изобразим их на кругах Эйлера и отметим нужные области:



Следовательно нам нужно из объединения всех областей вычесть область (4) и (6)

В итоге получаем выражение:

$$D = (A \cup B \cup C) - (((A \cap C) \cup (B \cap C)) - (A \cap B)) = \{1, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

- 3. Текст реализаций программных функций операций над множествами с комментариями:
 - 1) Элементы множества А хранятся в массиве А. Элементы массива А неупорядочены;

```
//начало блока вспомогательных функций
//
{сдвигает элементы массива arr размера n влево}
procedure move_elems_to_left(var arr: t_arr; n: integer);
var i,j: byte;
    key: integer;
begin
  for i := 2 to n do
    begin
      key := arr[i];
      j := i;
      while (\text{key} \leftrightarrow 0) and (j > 1) and ((\text{arr}[j-1] > \text{key}) or (\text{arr}[j-1] = 0))
do
        begin
          arr[j] := arr[j-1];
          j := j - 1;
        end;
      arr[j] := key;
    end;
end;
{возвращает "истину", если elem содержится в arr размера n, иначе - "ложь"}
function is_elem_in(arr: t_arr; n: integer; elem: integer): boolean;
var
  i: byte;
  f: boolean;
begin
  f := false;
  is_elem_in := false;
  i := 1;
  while (f = false) and (i <= n) do
  begin
    if (elem = arr[i]) then
    begin
      is_elem_in := true;
      f := true;
    end;
    i := i + 1;
  end;
end;
//конец блока вспомогательных функций
//
//
//начало блока основных функций операций над мн-вами
{возвращает "истину", если мас-в arr2 размера n2 включает в
себя мас-в arr1 размера n1, иначе - "ложь"}
```

```
function isInclude(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
boolean;
var
  i: byte;
 f: boolean;
begin
  isInclude := true;
 while (f = true) and (i <= n1) do
    if not(is_elem_in(arr2, n2, arr1[i])) then
    begin
      f := false;
      isInclude := false;
    end;
    i := i + 1;
  end;
end;
{возвращает "истину", если мас-в arr2 размера n2 строго включает в себя
мас-в arr1 размера n1, иначе - "ложь"}
function isStrictInclude(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2:
integer): boolean;
var
  i: byte;
 f: boolean;
begin
  if (isInclude(arr1, n1, arr2, n2)) then
    if (n1 <> n2) then
      isStrictInclude := true
    else
      isStrictInclude := false;
end;
{возвращает объединение мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function union(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer): t_arr;
var
  res: t_arr;
 i,k: byte;
begin
 for i := 1 to n1 do
    res[i] := arr1[i];
 k := n1;
 for i := 1 to n2 do
    if not (is_elem_in(res, n1, arr2[i])) then
      begin
        k := k + 1;
        res[k] := arr2[i];
      end;
  union := res;
end;
{возвращает пересечение мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function inters(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer): t_arr;
var
 res: t_arr;
  i,k: byte;
begin
```

```
k := 0;
 for i := 1 to n1 do
    if (is elem in(arr2, n2, arr1[i])) then
      begin
        k := k + 1;
        res[k] := arr1[i];
      end;
  inters := res;
end;
{возвращает разность мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function subtract(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
t arr;
var
 res: t_arr;
 i,k: byte;
begin
 k := 0;
 for i := 1 to n1 do
    if not (is_elem_in(arr2, n2, arr1[i])) then
     begin
        k := k + 1;
        res[k] := arr1[i];
      end;
 subtract := res;
end;
{возвращает симметричную разность мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера
function sim_subtract(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
t_arr;
var
 res: t_arr;
 i: byte;
 AsubB,BsubA: t_arr;
begin
 AsubB := subtract(arr1,n1,arr2,n2);
 BsubA := subtract(arr2,n2,arr1,n1);
 res := union(AsubB, n1+n2, BsubA, n2+n1);
 move_elems_to_left(res,50);
 sim subtract := res;
end;
//конец блока основных функций операций над мн-вами
упорядочены по возрастанию:
```

2) Элементы множества А хранятся в массиве А. Элементы массива А

```
//начало блока основных функций операций над мн-вами
{возвращает "истину", если мас-в arr2 размера n2 включает в себя мас-в arr1
размера n1, иначе - "ложь"}
```

```
function isInclude(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
boolean;
var
  i: byte = 1;
  j: byte = 1;
 f: boolean = true;
begin
  isInclude := true;
 while (f = true) and (i <= n1) do
    begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          j := j + 1
        else
          f := false;
    end;
end;
{возвращает "истину", если мас-в arr2 размера n2 строго включает в себя
мас-в arr1 размера n1, иначе - "ложь"}
function isStrictInclude(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2:
integer): boolean;
var
  i: byte;
 f: boolean;
begin
  if (isInclude(arr1, n1, arr2, n2)) then
    if (n1 <> n2) then
      isStrictInclude := true
    else
      isStrictInclude := false;
end;
{возвращает объединение мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function union(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer): t_arr;
var
 res: t_arr;
  i: byte = 1;
  j: byte = 1;
  k: byte = 0;
begin
 while (i \le n1) and (j \le n2) do
    begin
      k := k + 1;
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          res[k] := arr1[i];
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          begin
            res[k] := arr2[j];
            j := j + 1;
```

```
end
        else
          begin
            res[k] := arr1[i];
            i := i + 1;
          end;
    end;
 while (i <= n1) do
    begin
      k := k + 1;
      res[k] := arr1[i];
      i := i + 1;
    end;
 while (j \le n2) do
    begin
      k := k + 1;
      res[k] := arr2[j];
      j := j + 1;
    end;
 union := res;
end;
{возвращает пересечение мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function inters(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer): t_arr;
var
 res: t_arr;
  i: byte = 1;
  j: byte = 1;
  k: byte = 0;
begin
 while (i \le n1) and (j \le n2) do
    begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          k := k + 1;
          res[k] := arr1[i];
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          j := j + 1
        else
          i := i + 1;
    end;
  inters := res;
end;
{возвращает разность мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function subtract(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
t arr;
var
 res: t_arr;
 i: byte = 1;
  j: byte = 1;
  k: byte = 0;
begin
 while (i \le n1) and (j \le n2) do
```

```
begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          j := j + 1
        else
          begin
            k := k + 1;
            res[k] := arr1[i];
            i := i + 1;
          end;
    end;
 while (i <= n1) do
    begin
      k := k + 1;
      res[k] := arr1[i];
      i := i + 1;
    end;
  subtract := res;
end;
{возвращает симметричную разность мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера
function sim_subtract(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
t_arr;
var
 res: t_arr;
 a,b: t_arr;
 i: byte = 1;
  j: byte = 1;
 k: byte = 0;
begin
 while (i \le n1) and (j \le n2) do
    begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          begin
            k := k + 1;
            res[k] := arr2[j];
            j := j + 1;
          end
        else
          begin
            k := k + 1;
            res[k] := arr1[i];
            i := i + 1;
          end;
    end;
 while (i <= n1) do
   begin
```

```
k := k + 1;
     res[k] := arr1[i];
     i := i + 1;
   end;
   while (j \le n2) do
    begin
      k := k + 1;
      res[k] := arr2[j];
      j := j + 1;
    end;
 sim_subtract := res;
end;
//
//конец блока основных функций операций над мн-вами
type
 t_arr = array[1..50] of integer;
 t_arr_bln = array[1..50] of boolean;
```

3) Элементы множества А хранятся в массиве А, элементы которого типа boolean. Если $i \in A$, то $A_i = true$, иначе $A_i = false$

```
//
//блок процедур ввода и вывода мас-ов
procedure read_arr(var arr: t_arr; n: integer);
var
 i: byte;
begin
  for i := 1 to n do
    read(arr[i]);
end;
procedure print_arr(arr: t_arr; n: integer);
 i: byte;
begin
  for i := 1 to n do
    if (arr[i] <> 0) then
      write(arr[i], ' ');
end;
//
//конец блока процедур ввода и вывода мас-ов
//
//
//начало блока вспомогательных функций
//
{возвращает массив с элементами логического типа, где значение "истина" -
элементы массива arr размера n присутствующие в универсуме u размера un}
function to_bln_arr(arr: t_arr; n: integer; u: t_arr; un: integer):
t_arr_bln;
var i: byte;
    res: to_arr_bln;
```

```
begin
  for i := 1 to n do
    if (is_elem_in(u,un,arr[i])) then
      res[i] := true;
end;
//конец блока вспомогательных функций
//начало блока основных функций операций над мн-вами
//
{возвращает "истину", если массив arr2 размера n2 включает в
себя массив arr1 размера n1, иначе - "ложь"}
function isInclude(arr1: t_arr_bln; arr2: t_arr_bln; un: integer): boolean;
var
 i: byte = 1;
 f: boolean = true;
begin
 while (f = true) and (i <= un) do</pre>
 begin
   f := arr1[i] <= arr2[i];
    i := i + 1;
  end;
  isInclude := f;
end;
{возвращает объединение мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function union(arr1: t_arr; arr2: t_arr; un: integer): t_arr_bln;
var
 res: t arr bln;
  i: byte;
begin
  for i := 1 to un do
    res[i] := (arr1[i] or arr2[i]);
  union := res;
end;
{возвращает пересечение массивов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function inters(arr1: t_arr; arr2: t_arr; un: integer): t_arr;
var
 res: t_arr;
  i: byte;
begin
  for i := 1 to un do
    res[i] := arr1[i] and arr2[i];
  inters := res;
end;
{возвращает разность массивов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function subtract(arr1: t arr bln; arr2: t arr bln; un: integer): t arr;
 res: t_arr_bln;
  i: byte;
begin
 for i := 1 to un do
    res[i] := (arr1[i] > arr2[i]);
```

```
subtract := res;
       end;
       {возвращает симметричную разность массивов arr1 размера n1 и arr2 размера
       function sim_subtract(arr1: t_arr_bln; arr2: t_arr_bln; un: integer):
       t_arr;
       var
         res: t_arr_bln;
         i: byte;
       begin
         for i := 1 to un do
           res[i] := arr1[i] <> arr2[i];
         sim subtract := res;
       end;
       //
       //конец блока основных функций операций над мн-вами
       //
4. Текст программы:
     t_arr = array[1..50] of integer;
   //блок процедур ввода и вывода мас-ов
   procedure read_arr(var arr: t_arr; n: integer);
   var
     i: byte;
   begin
     for i := 1 to n do
       read(arr[i]);
   end;
   procedure print_arr(arr: t_arr; n: integer);
   var
     i: byte;
   begin
     for i := 1 to n do
       if (arr[i] <> 0) then
         write(arr[i], ' ');
   end;
   //
   //конец блока процедур ввода и вывода мас-ов
   //
   //
   //начало блока основных функций операций над мн-вами
   \{возвращает "истину", если мас-в arr2 размера n2 включает в себя мас-в arr1 размера n1, иначе - "ложь"<math>\}
   function isInclude(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
   boolean;
   var
     i: byte = 1;
     j: byte = 1;
```

```
f: boolean = true;
begin
 isInclude := true;
 while (f = true) and (i <= n1) do
    begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          j := j + 1
        else
          f := false;
    end;
end;
{возвращает "истину", если мас-в arr2 размера n2 строго включает в себя мас-в
arr1 размера n1, иначе - "ложь"}
function isStrictInclude(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
boolean;
var
 i: byte;
 f: boolean;
begin
 if (isInclude(arr1, n1, arr2, n2)) then
    if (n1 <> n2) then
      isStrictInclude := true
    else
      isStrictInclude := false;
end;
{возвращает объединение мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function union(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer): t_arr;
 res: t_arr;
 i: byte = 1;
 j: byte = 1;
 k: byte = 0;
begin
 while (i <= n1) and (j <= n2) do
    begin
      k := k + 1;
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          res[k] := arr1[i];
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          begin
            res[k] := arr2[j];
            j := j + 1;
          end
        else
          begin
            res[k] := arr1[i];
            i := i + 1;
```

```
end;
    end;
  while (i <= n1) do
    begin
      k := k + 1;
      res[k] := arr1[i];
      i := i + 1;
    end;
  while (j \le n2) do
    begin
      k := k + 1;
      res[k] := arr2[j];
      j := j + 1;
    end;
  union := res;
end;
{возвращает пересечение мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function inters(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer): t_arr;
var
 res: t_arr;
  i: byte = 1;
  j: byte = 1;
  k: byte = 0;
begin
  while (i <= n1) and (j <= n2) do
    begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          k := k + 1;
          res[k] := arr1[i];
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          j := j + 1
        else
          i := i + 1;
    end;
  inters := res;
end;
{возвращает разность мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function subtract(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer): t_arr;
var
 res: t_arr;
  i: byte = 1;
  j: byte = 1;
  k: byte = 0;
begin
 while (i \le n1) and (j \le n2) do
    begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
```

```
else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          j := j + 1
        else
          begin
            k := k + 1;
            res[k] := arr1[i];
            i := i + 1;
          end;
    end;
  while (i <= n1) do
    begin
      k := k + 1;
      res[k] := arr1[i];
      i := i + 1;
    end;
  subtract := res;
end;
{возвращает симметричную разность мас-вов arr1 размера n1 и arr2 размера n2}
function sim_subtract(arr1: t_arr; n1: integer; arr2: t_arr; n2: integer):
t_arr;
var
 res: t_arr;
  a,b: t arr;
  i: byte = 1;
  j: byte = 1;
  k: byte = 0;
begin
 while (i \le n1) and (j \le n2) do
    begin
      if (arr1[i] = arr2[j]) then
        begin
          i := i + 1;
          j := j + 1;
        end
      else
        if (arr1[i] > arr2[j]) then
          begin
            k := k + 1;
            res[k] := arr2[j];
            j := j + 1;
          end
        else
          begin
            k := k + 1;
            res[k] := arr1[i];
            i := i + 1;
          end;
    end;
  while (i <= n1) do
   begin
     k := k + 1;
     res[k] := arr1[i];
     i := i + 1;
   end;
   while (j \le n2) do
   begin
```

```
k := k + 1;
      res[k] := arr2[j];
      j := j + 1;
    end;
  sim_subtract := res;
end;
//конец блока основных функций операций над мн-вами
//
var
 t1, t2, t3: t_arr;
  a, b, c, d: t_arr;
 t4, t5, t6, t7, t8: t_arr;
  a1, b1, c1, d1: t_arr;
  aNb: t_arr;
begin
  //программа для задания 1
  writeln('Задание 1');
  writeln('Введите мн-во a');
  read_arr(a, 5);
  writeln('Введите мн-во b');
  read arr(b, 4);
  writeln('Введите мн-во с');
  read_arr(c, 4);
  t1 := sim_subtract(a, 5, b, 4);
  t2 := subtract(c, 4, a, 5);
  t3 := inters(b, 4, t1, 5);
  d := union(t3, 2, t2, 3);
  print_arr(d, 20);
  writeln('');
  //программа для задания 2
  writeln('Задание 2');
  writeln('Введите мн-во a');
 read_arr(a1, 4);
  writeln('Введите мн-во b');
  read_arr(b1, 3);
  writeln('Введите мн-во с');
 read_arr(c1, 5);
  //находим объединение всех областей
  t4 := union(a1, 4, b1, 3);
  d := union(c1, 5, t4, 6);
  //находим пересечение А с В
  aNb := inters(a1, 4, b1, 3);
  //находим объединение пересечений А с С и В с С
  t5 := inters(a1, 4, c1, 5);
  t6 := inters(b1, 3, c1, 5);
 t7 := union(t5, 2, t6, 2);
```

```
//вычитаем из объединения пересечений A c C и B c C область пересечения A c B t8 := subtract(t7, 4, aNb, 1);

//находим итоговое значение d := subtract(d, 12, t8, 2); print_arr(d, 50); end.
```

5. Результаты вычислений программы:

```
Задание 1
Введите мн-во а
25679
Введите мн-во b
1 4 5 9
Введите мн-во с
3 7 8 10
1 4 3 8 10
Задание 2
Введите мн-во а
1 2 3 8
Введите мн-во b
3 6 7
Введите мн-во с
2 3 4 5 7
3 4 5 1 8 6
```

Результаты вычислений, рассчитанные программой, совпадают с результатами, вычисленными ручным способом