Cálculo diferencial e integral 2/Seminario 4

Nombre:

P1) *Demostrar que la función* $z = y\ln(x^2-y^2)$ *satisface la ecuación* $\dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{y}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{z}{y^2}$.

P2) *Sea* $h = f\circ g$, *donde* $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ *es una función de clase* $C^{(2)}$ *y* $g(x,y,z)=(u,v)$, *con* $u = x^2+y^2+z^2$, $v = x+y+z$.

a) Probar que $\|\nabla h\|^2 = 4u(D_1 f)^2 + 4vD_1 f\cdot D_2 f + 3(D_2 f)^2$.

b) Calcular $\dfrac{\partial}{\partial x}(\|\nabla h\|^2)$.

P3) *Hallar una función* $u = f(x,y,z)$ *tal que* $(f_x^{'}, f_y^{'}, f_z^{'}) = F$, *donde* $F(x,y,z) = (6xy\cos z, 3x^2\cos z, -3x^2y\,\mathrm{sen}\, z)$.

P4) *a) Sea* $z = f(x,y)$ *una función diferenciable tal que* $f(tx,ty) = t^m f(x,y)$ *para todo* $t>0$ *y algún* $m>0$. *Demostrar que :*

$$x\frac{\partial f}{\partial x}+y\frac{\partial f}{\partial y}=mz.$$

b) Si $z=(x+y)f(y/x)$, *siendo* f *una función arbitraria, demostrar que* $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z$.

P5) *Si* $z=\dfrac{y}{f(x^2-y^2)}$, *mostrar que* $\dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{y}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{z}{y^2}$ *cualquiera que sea la función derivable* f.

P6) *Sea* $G(x,y)=\displaystyle\int_{xy}^{x+y}\frac{\mathrm{sen}((x+y)t)}{t}\,dt$. *Hallar* $\dfrac{\partial G(x,y)}{\partial x}$.

P7) *Dada la función* f *definida por*

$$f(x,y,z)=\begin{cases} yz+\dfrac{x^2+xz}{x^2+y^2} & \text{si } x\neq 0 \text{ ó } y\neq 0,\\ z^2 & \text{si } x=0 \text{ e } y=0,\end{cases}$$

hallar $\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial z}\right)\right)(0,0,0)$.