

**GUÍA DOCENTE**

2019/20

**Centro** 310 - Facultad de Ciencia y Tecnología**Ciclo** Indiferente**Plan** GMATEM31 - Grado en Matemáticas**Curso** 2º curso**ASIGNATURA**

26663 - Cálculo Diferencial e Integral II

**Créditos ECTS :** 15**DESCRIPCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

La asignatura presenta de forma sistemática los conceptos, técnicas y aplicaciones básicas del cálculo diferencial e integral de varias variables reales. Es una continuación del Cálculo Diferencial e Integral I, y se imparte a la vez que el Análisis Complejo. Estas tres asignaturas componen el módulo de Análisis. Con este módulo se pretende que el estudiante adquiera una formación básica y horizontal de estas materias que le permitan comprender y aplicar tales conocimientos y habilidades en múltiples direcciones interrelacionadas, en especial en materias para las que el Análisis Matemático es una herramienta fundamental, como las Ecuaciones Diferenciales, las Ecuaciones en Derivadas Parciales y los Métodos Numéricos.

**COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA****COMPETENCIAS ESPECÍFICAS**

Comprender los conceptos métricos y topológicos básicos del espacio euclídeo  $n$ -dimensional.

Comprender los conceptos de continuidad y diferenciabilidad de funciones de varias variables.

Conocer las técnicas del cálculo de derivadas de funciones de varias variables, derivadas parciales, derivadas direccionales y regla de la cadena.

Saber aplicar los teoremas de la función implícita y función inversa en diferentes cálculos.

Conocer las técnicas del cálculo de extremos (absolutos y relativos) de funciones de varias variables.

Saber plantear y resolver integrales de Riemann de funciones de varias variables, integrales de línea y de superficie, así como conocer sus aplicaciones geométricas y físicas.

Conocer el significado geométrico y físico de los teoremas vectoriales para el cálculo de integrales de línea y superficie.

Calcular series de Fourier de funciones elementales y conocer sus propiedades y sus tipos de convergencia.

**RESULTADOS DE APRENDIZAJE**

El estudiante conocerá los conceptos de convergencia y de sucesiones y series numéricas y funcionales.

Conocerá y manejará también los conceptos básicos de las funciones: límites, continuidad, diferenciabilidad e integración de Riemann.

Será capaz de calcular integrales múltiples, de línea y de superficie y aplicará con destreza los teoremas del cálculo integral. Aplicará esas técnicas a problemas geométricos y físicos.

Será capaz de desarrollar en serie de Fourier funciones sencillas y de determinar su convergencia.

**CONTENIDOS TEORICO-PRACTICOS**

1. ESPACIOS EUCLÍDEOS: Producto escalar, norma, desigualdad de Cauchy-Schwarz. Teoremas de Cantor, de Bolzano y de Heine-Borel. Sucesiones en  $\mathbb{R}^n$ , convergencia, teorema de Bolzano-Weierstrass, sucesión de Cauchy, teorema de Cauchy.
2. FUNCIONES CONTINUAS: Funciones en  $\mathbb{R}^n$ , gráficas, curvas de nivel, límites, límites direccionales, límites iterados. Funciones continuas, propiedades elementales. Funciones lineales, caracterización matricial. Continuidad. Norma en  $L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ . Propiedades globales de la continuidad, conservación de la compacidad y la conexión, continuidad de la función inversa, continuidad uniforme.
3. DIFERENCIACIÓN: Derivadas direccionales y parciales, matriz jacobiana, condiciones de existencia de la diferencial, regla de la cadena. Teoremas del valor medio. Derivadas parciales de orden superior, hessiano, polinomio de Taylor. Teorema de la función inversa, teorema de la función implícita, teoremas de parametrización y del rango. Extremos locales y condicionados: multiplicadores de Lagrange.
4. INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS MÉTRICOS: Distancia, convergencia de sucesiones, criterio de Cauchy, espacios completos. Conjuntos abiertos y cerrados. Continuidad. Compacidad.
5. SUCESIONES Y SERIES DE FUNCIONES: Convergencia puntual y uniforme, norma uniforme, criterio de Cauchy de convergencia uniforme, criterio de Weierstrass, sucesiones de funciones continuas. Teoremas de aproximación: Bernstein, Weierstrass, Stone-Weierstrass. Teorema de Ascoli-Arzelà.
6. INTEGRACIÓN: Sumas de Riemann, definición de integral, contenido y medida cero, criterio de Cauchy, existencia de la integral, contenido e integral, teorema de valor medio.
7. TEOREMA DE FUBINI Y CAMBIO DE VARIABLE: Integrales iteradas, teorema de Fubini, transformación de conjuntos, transformación por aplicaciones lineales y no lineales, cambio de variable, coordenadas polares, esféricas y cilíndricas.
8. CÁLCULO DIFERENCIAL DE FUNCIONES VECTORIALES: Definición de campo vectorial, línea de flujo, gradiente, divergencia y rotacional. Curvas en el espacio euclídeo, tangente y longitud de arco.
9. INTEGRACIÓN DE FUNCIONES VECTORIALES: Integrales curvilíneas. Integral de trayectoria, curvas orientadas, integral de línea, cambio de parametrización. Superficies parametrizadas, área, integral de superficie de funciones

escalares y vectoriales. Superficies orientadas. Teoremas de Green, de la divergencia y de Stokes. Campos conservativos.

10. SERIES DE FOURIER: Coeficientes de Fourier, ortogonalidad de senos y cosenos. Lema de Riemann-Lebesgue. Convergencia puntual: núcleo de Dirichlet. Aplicación a funciones particulares. Convergencia uniforme. Aproximación en media cuadrática, desigualdad de Bessel e identidad de Parseval.

## METODOLOGÍA

El contenido teórico se expondrá en clases magistrales siguiendo referencias básicas que figuran en la Bibliografía y el material de uso obligatorio. Se complementarán con clases de problemas (prácticas de aula) en los que se propondrá a los alumnos resolver cuestiones en las que se aplicarán los conocimientos adquiridos en las clases teóricas. En los seminarios se desarrollarán cuestiones y ejemplos representativos del contenido de la asignatura, que generalmente habrán sido facilitados con anterioridad a los alumnos para trabajarlos y motiven la posterior reflexión y discusión en la sesión dedicada a ello.

## TIPOS DE DOCENCIA

Tipo de Docencia	M	S	GA	GL	GO	GCL	TA	TI	GCA
Horas de Docencia Presencial	90	15	45						
Horas de Actividad No Presencial del Alumno	135	22,5	67,5						

### Leyenda:

M: Maistral

S: Seminario

GA: P. de Aula

GL: P. Laboratorio

GO: P. Ordenador

GCL: P. Clínicas

TA: Taller

TI: Taller Ind.

GCA: P. de Campo

## SISTEMAS DE EVALUACIÓN

- Sistema de evaluación continua
- Sistema de evaluación final

## HERRAMIENTAS Y PORCENTAJES DE CALIFICACIÓN

- Prueba escrita a desarrollar 90%
- Exposición de trabajos, lecturas... 10%

## CONVOCATORIA ORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

Por parciales

=====

\* Dos parciales (ponderación relativa: 2/5 y 3/5)

\* Participación en seminarios, trabajos individuales, controles periódicos (no necesariamente todas las posibilidades) como máximo un 10% de la nota final

Mediante examen final

=====

\* Examen final de la asignatura: al menos el 80% de la nota final

\* Participación en seminarios, trabajos individuales, controles periódicos (no necesariamente todas las posibilidades) como máximo un 10% de la nota final

En caso de renunciar a la evaluación continua: Examen final 100%

## CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA: ORIENTACIONES Y RENUNCIA

\* Examen final de la asignatura: 100% de la nota final

## MATERIALES DE USO OBLIGATORIO

Material distribuido a través de la plataforma EGELA

- \* Problemas
- \* Seminarios
- \* Notas del curso

## BIBLIOGRAFIA

### Bibliografía básica

- T.M. APOSTOL, Análisis Matemático, 2ª edición, Ed. Reverté, Barcelona, 1977.  
R.G. BARTLE, Introducción al Análisis Matemático, E. Limusa, México, 1980.  
F. BOMBAL, L. RODRIGUEZ. G. VERA, Problemas de Análisis Matemático. V. 1,2.  
W.H. FLEMING, Funciones de varias variables, Ed. CECSA, México. 1969.  
J.E. MARSDEN y M.J. HOFFMAN, Análisis clásico elemental, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1998  
J.E. MARSDEN y A. TROMBA, Cálculo Vectorial, Ed. Addison-Wesley Iberoamericana, Buenos Aires, 1991.  
J.M. MAZON, Cálculo diferencial: teoría y problemas, McGraw-Hill, 1997.  
M. SPIVAK, Cálculo en variedades, Ed. Reverté, Barcelona, 1979.  
N. PISKUNOV, Kalkulu Diferentziala eta Integrala, UEU, 2009.

### Bibliografía de profundización

- W. RUDIN, Principios de Análisis Matemático, McGraw-Hill, 1980  
T. TAO, Analysis I, II, Hindustan Book Agency, 2006

### Revistas

### Direcciones de internet de interés

- Mathematical Tripos: Part 1A Vector Calculus: [http://www.damtp.cam.ac.uk/user/sjc1/teaching/VC\\_2000.pdf](http://www.damtp.cam.ac.uk/user/sjc1/teaching/VC_2000.pdf)  
Lectures on Integration of Several Variables: [www.physics.nus.edu.sg/~phyteoe/mm4/m252.ps](http://www.physics.nus.edu.sg/~phyteoe/mm4/m252.ps)

## OBSERVACIONES