

## Cálculo diferencial e integral 2/Seminario 2

---

Nombre:

---

**C1)** Si  $D_1$  es el dominio de la función  $f(x, y) = \sqrt{1 - |x| - |y|}$  y  $D_2$  es el dominio de la función  $g(x, y) = \arcsen \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2y^2}}$ , ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

- a)  $D_1 \cup D_2$  es cerrado. ☐
- b)  $D_1 \cap D_2$  es compacto. ☐
- c)  $D_1 \cup D_2$  es compacto. ☐

**C2)** Sean  $f$  y  $g$  dos funciones reales definidas en  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  tales que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ . Si llamamos  $L = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (f(x) - g(y))$ , ¿cuáles de las siguientes proposiciones son ciertas?

- a) No existe  $L$ . ☐
- b) Si  $f$  es un infinito de orden superior a  $g$ , entonces  $L = +\infty$ . ☐
- c) Para determinadas funciones  $f$  y  $g$ , el límite existe y es finito. ☐

**C3)** Sean  $f, g : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  dos funciones continuas y  $A = \{x \in \mathbb{R}^m : f(x) = g(x)\}$ . ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

- a)  $A$  es abierto. ☐
- b)  $A$  es cerrado. ☐
- c)  $A$  es compacto. ☐

**C4)** Sean  $B$  y  $\bar{B}$  las bolas unitarias abierta y cerrada de  $\mathbb{R}^2$ , respectivamente. Si  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  es continua en  $\bar{B}$ , ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

- a) No es posible que  $f(B) = [5, \infty)$ . ☐
- b) No es posible que  $f(B) = [1, 5]$ . ☐
- c) Es posible que  $f(B) = [1, 5] \setminus \{4\}$ . ☐

**C5)** Sea  $f(x, y) = \frac{(xy)^k}{y - x^2}$ , donde  $k \in \mathbb{N}$ . ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$  si y sólo si  $k \geq 2$ . ☐

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$  si y sólo si  $k \geq 3$ . ☐

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  no existe. ☐

**C6)** Sea  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua en  $\mathbb{R}$  y  $f(x, y) = \begin{cases} \varphi(xy + y) + xy^2 & \text{si } x \geq 0 \\ 2\varphi(2x + y) + x^3 - y & \text{si } x < 0. \end{cases}$  ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a)  $f$  es continua en todos los puntos del eje OY.

b)  $f$  es continua en todos los puntos del eje OY si y sólo si  $\varphi(t) = \varphi(-t)$ , para todo  $t \in \mathbb{R}$ .

c)  $f$  es continua en todos los puntos del eje OY si y sólo si  $\varphi(t) = t$ , para todo  $t \in \mathbb{R}$ .

**C7)** Sea  $f(x, y) = \frac{x^4 + y^4 + ax^2y}{2x^2 + 2y^2 - xy}$  y  $L = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ . ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) No existe  $L$  para ningún valor de  $a \in \mathbb{R}$ .

b)  $L = 0$  sólo si  $|a| < 1$ .

c)  $L = 0$  para todo  $a \in \mathbb{R}$ .