

Cálculo diferencial e integral 2/Seminario 2

Nombre:

C1) Si D_1 es el dominio de la función $f(x, y) = \sqrt{1 - |x| - |y|}$ y D_2 es el dominio de la función $g(x, y) = \arcsen \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2y^2}}$, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

- a) $D_1 \cup D_2$ es cerrado. ☐
- b) $D_1 \cap D_2$ es compacto. ☐
- c) $D_1 \cup D_2$ es compacto. ☐

C2) Sean f y g dos funciones reales definidas en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ tales que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$. Si llamamos $L = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (f(x) - g(y))$, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son ciertas?

- a) No existe L . ☐
- b) Si f es un infinito de orden superior a g , entonces $L = +\infty$. ☐
- c) Para determinadas funciones f y g , el límite existe y es finito. ☐

C3) Sean $f, g : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ dos funciones continuas y $A = \{x \in \mathbb{R}^m : f(x) = g(x)\}$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

- a) A es abierto. ☐
- b) A es cerrado. ☐
- c) A es compacto. ☐

C4) Sean B y \bar{B} las bolas unitarias abierta y cerrada de \mathbb{R}^2 , respectivamente. Si $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es continua en \bar{B} , ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

- a) No es posible que $f(B) = [5, \infty)$. ☐
- b) No es posible que $f(B) = [1, 5]$. ☐
- c) Es posible que $f(B) = [1, 5] \setminus \{4\}$. ☐

C5) Sea $f(x, y) = \frac{(xy)^k}{y - x^2}$, donde $k \in \mathbb{N}$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$ si y sólo si $k \geq 2$. ☐

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$ si y sólo si $k \geq 3$. ☐

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ no existe. ☐

C6) Sea $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua en \mathbb{R} y $f(x, y) = \begin{cases} \varphi(xy + y) + xy^2 & \text{si } x \geq 0 \\ 2\varphi(2x + y) + x^3 - y & \text{si } x < 0. \end{cases}$ ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) f es continua en todos los puntos del eje OY.

b) f es continua en todos los puntos del eje OY si y sólo si $\varphi(t) = \varphi(-t)$, para todo $t \in \mathbb{R}$.

c) f es continua en todos los puntos del eje OY si y sólo si $\varphi(t) = t$, para todo $t \in \mathbb{R}$.

C7) Sea $f(x, y) = \frac{x^4 + y^4 + ax^2y}{2x^2 + 2y^2 - xy}$ y $L = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?

a) No existe L para ningún valor de $a \in \mathbb{R}$.

b) $L = 0$ sólo si $|a| < 1$.

c) $L = 0$ para todo $a \in \mathbb{R}$.