DISEÑO DE LA ZONA DE CURVAS EN UNA PISTA DE FÓRMULA UNO

Tecnológico de Monterrey

Modelación computacional aplicando leyes de conservación

Simulación computacional de energía perdida en un circuito de Fórmula Uno

Fecha: 01/12/2021

VIVAS RODRÍGUEZ EMILIANO - A01424732
CASILLAS SANTOYO SERGIO ALFONSO A01424863
CORONA IBARRA AXEL DANIEL A01425010
ESPINOZA SEBASTIÁN AXEL A01425004
LÓPEZ VARGAS CÉSAR ANTONIO – A01424978

Profesor de la materia: Jesús Eduardo Simental Martínez

Resumen: Tenemos el trabajo de modelar y simular con un programa una pista de carreras de fórmula 1 para ello usaremos nuestros conocimientos sobre las leyes de conservación y energías cinéticas (las cuales se presentan en los autos) y posibles zonas de derrape, choques, variaciones o cualquier otra circunstancia que se puedan presentar con el fin de salvaguardar la integridad del público.

Lista de contenidos:

Introducción:

En las carreras de fórmula 1 se compiten con automóviles monoplaza ligeros y con muy baja altura, con diseños que les permitan tener poca resistencia al viento, lo que les permite desarrollar altas velocidades en las rectas y un mejor agarre en las curvas, ya que el principal objetivo de las escuderías es que los diseños de los automóviles tengan una excelente aerodinámica, suspensión y una extraordinaria potencia del motor que les privilegie el desarrollo de una gran velocidad a su vehículo. De esta manera, las carreras de fórmula 1 se vuelven muy interesantes y atractivas para todas las generaciones, no sólo por los acelerones en las rectas, la pericia al manejar en las curvas y los accidentes que ocasionalmente ocurren, sino también porque los pilotos deben adaptarse a los diferentes diseños de las pistas de diferentes países, climas y altitudes, además de que deben tener una gran condición física dado la gran tensión y las fuerzas "g" a las que se ven sometidos, y una gran resistencia por el kilometraje que debe recorrer en cada carrera.

Pensando que el reto del equipo es crear el diseño que complete la zona de curvas en una nueva pista de Fórmula Uno para la Ciudad de México, garantizado la ubicación de gradas que permita disfrutar de forma segura el espectáculo, observar la visibilidad desde gradas en los lugares de mayor costo y estimando la cantidad de energía mecánica que se convirtió en Calor durante el recorrido (en Joules) por la fricción de las llantas al estar en la zona de curvas.

Acceder a nuestra Grafica: https://www.geogebra.org/classic/t8jnhnha

Planteamiento y metodología de solución:

Las matemáticas nos permitirán conocer y plantear una ecuación que nos genere una gráfica la cual estará posicionada entre ciertos puntos de la carrera, en nuestro caso se nos otorgaron dos puntos y nosotros pensamos que la manera más fácil será que los consideremos como los puntos críticos de un función (de tal modo que ahí se encontrarán las curvas de la carrera), con ayuda de las leyes de la física como son la conservación de energía y las diferentes fuerzas que influyen en un cuerpo determinaremos la potencia con la que deberían llegar los autos para estimar el punto ideal de las gradas en caso de que ocurra un choque dentro del circuito.

Con ayuda de un programa, posiblemente Geogebra, simularemos el paso de los vehículos y las diferentes variaciones que se puedan presentar para colocar de manera acertada las gradas donde se posicionaran los clientes.

Modelación:

Forma de ecuación a encontrar:

$$f(x) = a_x^{\,3} + b_x^{\,2} + c_x + d$$

Datos tipo asignados:
Inicial = (300, 2300)
Final = (2800, 200)

Tratamiento de estos datos como puntos críticos:
Máximo = (300, 2300)
Mínimo = (2800, 200)

$$f(x) = a_x^{\,3} + b_x^{\,2} + c_x^{\,1} + d$$

$$f'(x) = 3a_x^{\,2} + 2b_x^{\,1} + c$$

$f'(300) = 0 \qquad 3a\,(300)^2 + 2\,b\,(300) + c = 0$

$f'(2800) = 0 \qquad 3a\,(2800)^2 + 2\,b\,(2800) + c = 0$

$$\boxed{\begin{aligned} &3a\,(300)^2 + 600b + c = 0 \\ &3a\,(2300)^2 + 5600b + c = 0 \end{aligned}}$$

Para los valores de “x” de los puntos críticos sustituimos en la primera derivada de la función, se obtiene 0, puesto que la pendiente de la tangente a la curva es 0.

$f(300) = 2300$

$f(2800) = 200$

$$\boxed{\begin{aligned} &a(300)^3 + b(300)^2 + c(300) + d - 2300 = 0 \\ &a(2800)^3 + b(2800)^2 + c(2800) + d - 200 = 0 \end{aligned}}$$

Resolución de este sistema de ecuaciones por el método de Gauss-Jordan.

Entrega valores de a, b, c, d:

Al culminar el sistema de ecuaciones de obtiene:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= -2.688 * 10^{-7} \\ b &= 1.24992 * 10^{-3} \\ c &= -0.677376 \\ d &= -2202.0224 \end{aligned}}$$

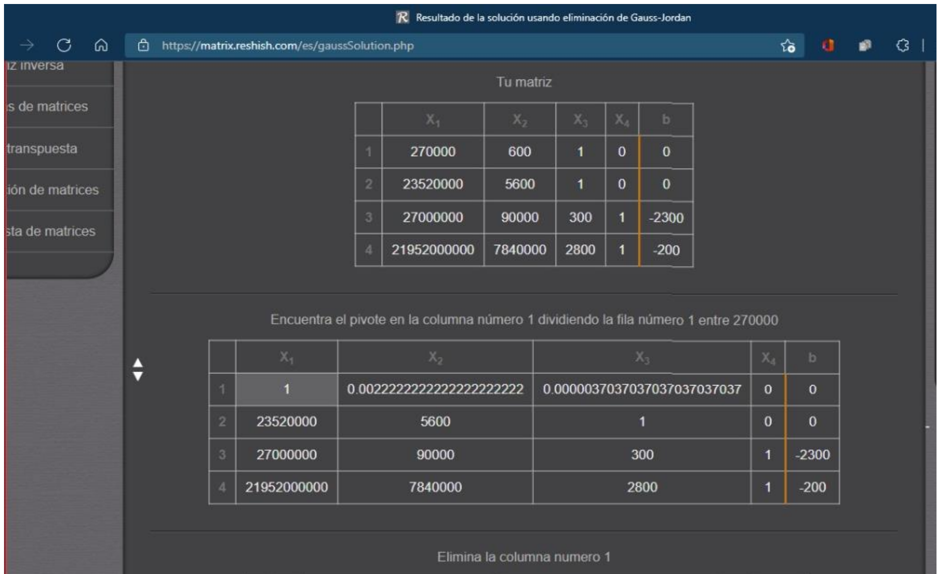
$$f(x) = -(2.688 * 10^{-7})\,x^3 + (1.24992 * 10^{-3})x^2 - 0.677376x - 2202.0224$$

$$\boxed{f(x) = 2.688 * 10^{-7}\,x^3 - 1.24992 * 10^{-3}\,x^2 + 0.677376\,x + 2202.0224}$$

Es necesario cambiar el signo de cada miembro para coincidir con la gráfica de la función esperada

x = { -615.06; 1550; 3715.06}

coordenada “x” del punto de inflexión



Resultado de la solución usando eliminación de Gauss-Jordan

https://matrix.reshish.com/es/gaussSolution.php

iz inversa

s de matrices

transpuesta

ión de matrices

sta de matrices

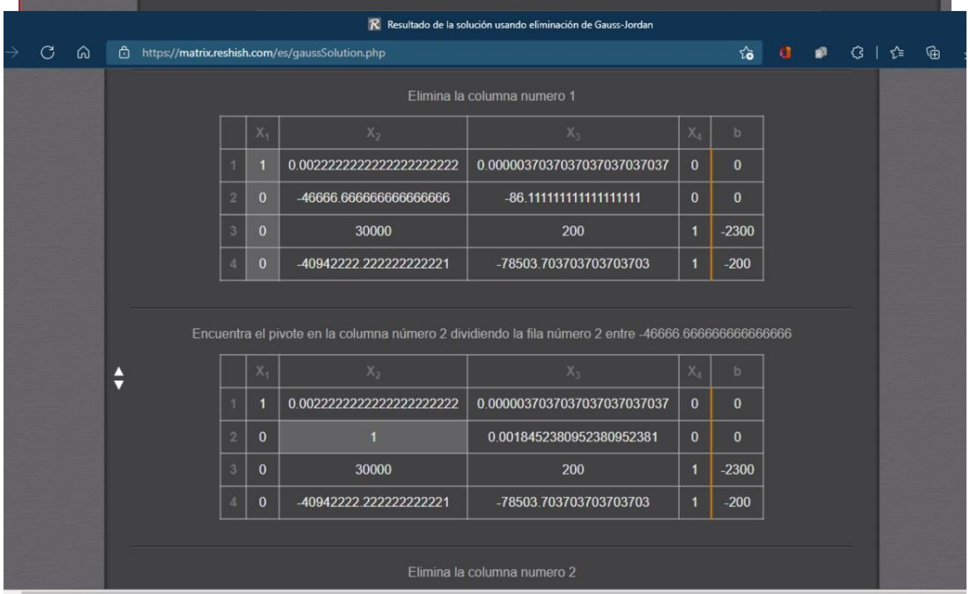
Tu matriz

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	270000	600	1	0	0
2	23520000	5600	1	0	0
3	27000000	90000	300	1	-2300
4	21952000000	7840000	2800	1	-200

Encuentra el pivote en la columna número 1 dividiendo la fila número 1 entre 270000

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0.0022222222222222222222	0.0000037037037037037037037	0	0
2	23520000	5600	1	0	0
3	27000000	90000	300	1	-2300
4	21952000000	7840000	2800	1	-200

Elimina la columna numero 1



Resultado de la solución usando eliminación de Gauss-Jordan

https://matrix.reshish.com/es/gaussSolution.php

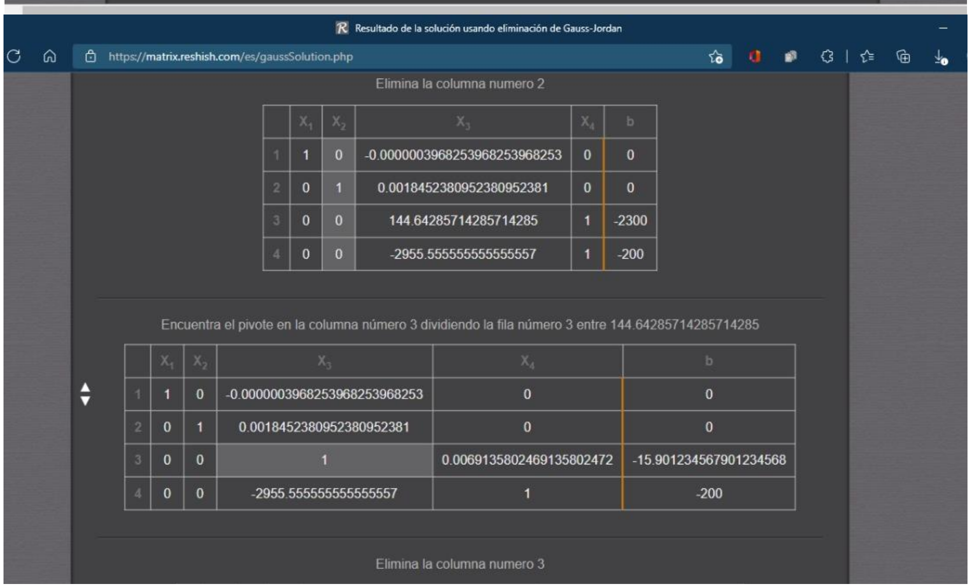
Elimina la columna numero 1

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0.0022222222222222222222	0.0000037037037037037037037	0	0
2	0	-46666.666666666666666	-86.111111111111111111	0	0
3	0	30000	200	1	-2300
4	0	-40942222.222222222221	-78503.703703703703703	1	-200

Encuentra el pivote en la columna número 2 dividiendo la fila número 2 entre -46666.666666666666666

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0.0022222222222222222222	0.0000037037037037037037037	0	0
2	0	1	0.0018452380952380952381	0	0
3	0	30000	200	1	-2300
4	0	-40942222.222222222221	-78503.703703703703703	1	-200

Elimina la columna numero 2



Resultado de la solución usando eliminación de Gauss-Jordan

https://matrix.reshish.com/es/gaussSolution.php

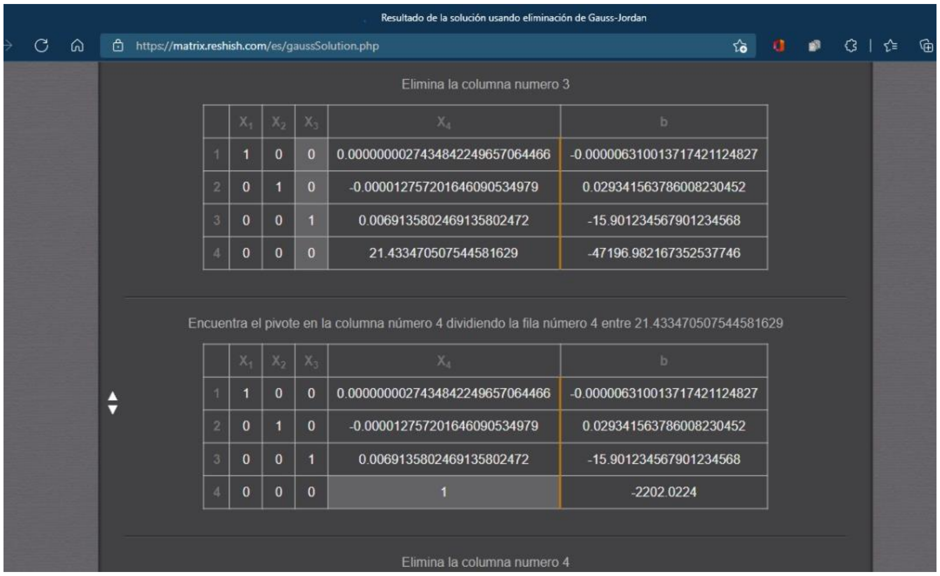
Elimina la columna numero 2

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0	-0.0000003968253968253968253	0	0
2	0	1	0.0018452380952380952381	0	0
3	0	0	144.64285714285714285	1	-2300
4	0	0	-2955.555555555555557	1	-200

Encuentra el pivote en la columna número 3 dividiendo la fila número 3 entre 144.64285714285714285

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0	-0.0000003968253968253968253	0	0
2	0	1	0.0018452380952380952381	0	0
3	0	0	1	0.0069135802469135802472	-15.901234567901234568
4	0	0	-2955.555555555555557	1	-200

Elimina la columna numero 3



Resultado de la solución usando eliminación de Gauss-Jordan

https://matrix.reshish.com/es/gaussSolution.php

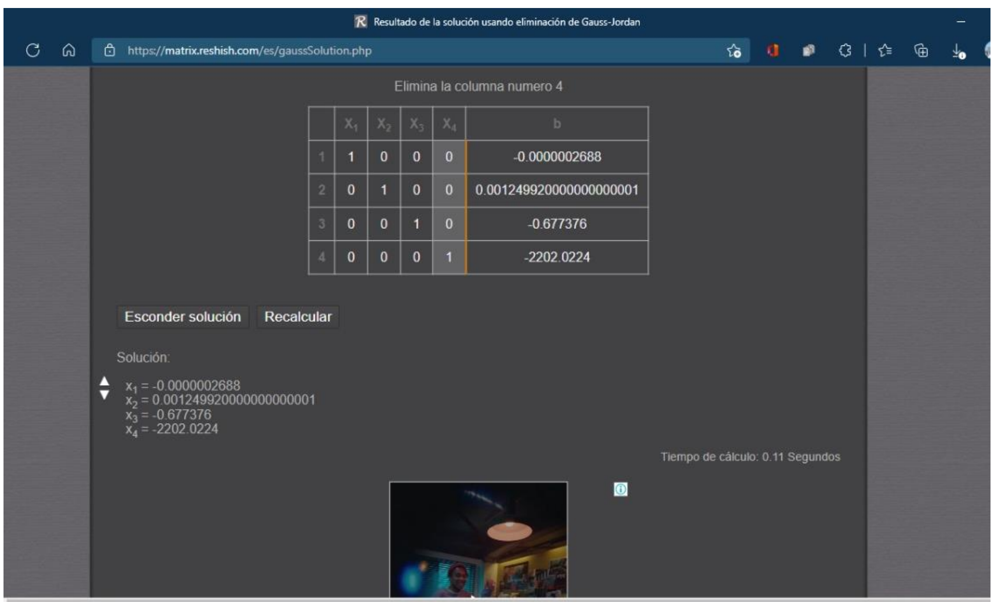
Elimina la columna numero 3

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0	0	0.0000000027434842249657064466	-0.0000063100137174211248 27
2	0	1	0	-0.000012757201646090534979	0.029341563786008230452
3	0	0	1	0.0069135802469135802472	-15.901234567901234568
4	0	0	0	21.433470507544581629	-47196.982167352537746

Encuentra el pivote en la columna número 4 dividiendo la fila número 4 entre 21.433470507544581629

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0	0	0.0000000027434842249657064466	-0.000006310013717421124827
2	0	1	0	-0.000012757201646090534979	0.029341563786008230452
3	0	0	1	0.0069135802469135802472	-15.901234567901234568
4	0	0	0	1	-2202.0224

Elimina la columna numero 4



Resultado de la solución usando eliminación de Gauss-Jordan

https://matrix.reshish.com/es/gaussSolution.php

Elimina la columna numero 4

	X_1	X_2	X_3	X_4	b
1	1	0	0	0	-0.0000002688
2	0	1	0	0	0.001249920000000000001
3	0	0	1	0	-0.677376
4	0	0	0	1	-2202.0224

Esconder solución Recalcular

Solución:

x_1 = -0.0000002688
x_2 = 0.001249920000000000001
x_3 = -0.677376
x_4 = -2202.0224

Tiempo de cálculo: 0.11 Segundos

Punto de inflexión:

$$f'(x) = -8.064*10^{-7} x^2 + 2.49984*10^{-3} x - 0.677376$$

$$f''(x) = -1.6128*10^{-6} x + 2.49984*10^{-3}$$

$$f(1550) = 1250$$

$$\boxed{\text{Punto de inflexión} = (1500, 1250)}$$

$$-1.6128*10^{-6} x + 2.49984*10^{-3} = 0$$

$$\boxed{x = \frac{-2.49984*10^{-3}}{-1.6128*10^{-6}} = 1500}$$

$g(x)$ como recta constante a la coordenada y punto de inflexión

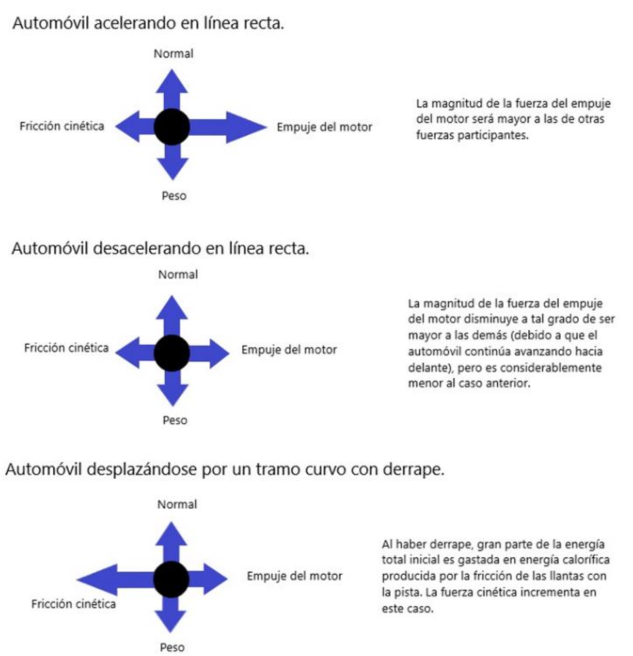
$g(x) = f(1550)$

$g(x) = 1250$

Determinación de los puntos de corte a la recta g(x)

$2.688*10^{-7} x^3 - 1.24992*10^{-3} x^2 + 0.677376 x + 2202.0224 = 1250$

Al encontrar las raíces de la "v" en la ecuación.



Un sencillo cálculo nos proporciona la velocidad máxima de paso por curva y por lo tanto, la velocidad mínima a la que circulaba el vehículo. Partiremos de la expresión genérica:

$$v_{\text{lim}} = 3{,}6\sqrt{g \cdot R \cdot \left(\frac{\cos\alpha \cdot (\mu + \tan\beta)}{1 - \mu \tan\beta}\right)}$$

Donde:

R es el radio de la trayectoria curva del vehículo.

μ es el coeficiente de rozamiento de las ruedas y el asfalto

g es la constante gravitatoria 9,81 m/s2

α es la pendiente de la vía en grados

β es el peralte de la vía en grados

Para obtener un resultado inicial aproximado, si la vía no presenta una pendiente y peralte considerables, podemos considerar la vía plana, el resultado no variará en exceso. La expresión se simplifica considerablemente:

$$v_{\text{lim}} = 3{,}6\sqrt{g \cdot \mu \cdot R}$$

Del mismo modo, para simplificar el cálculo, si agrupamos el términco gμ, tenemos la aceleración lateral máxima del vehículo:

$$a_{\max} = g \cdot \mu$$

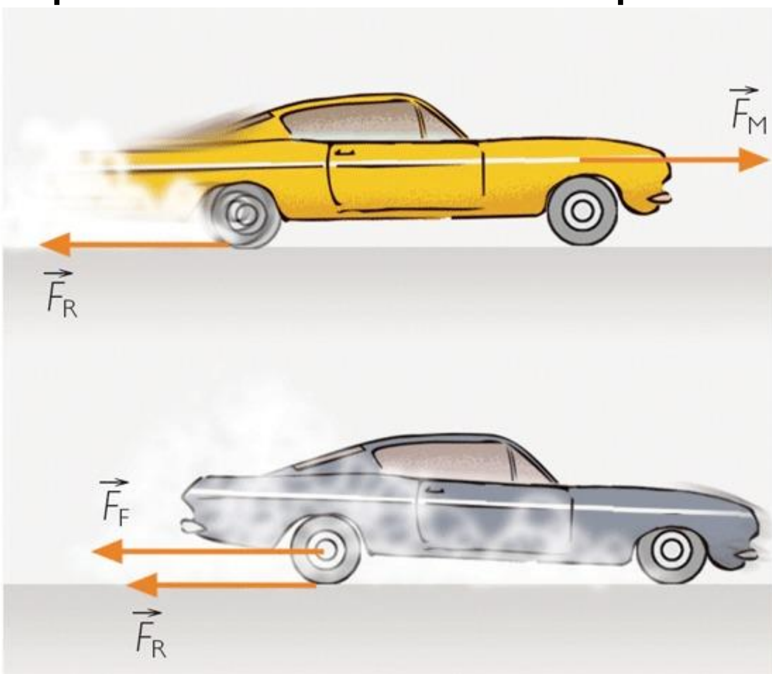
La expresión final queda:

$$\boxed{v_{\text{lim}} = 3{,}6\sqrt{a_{\max} R}}$$

Determinación de la energía perdida por derrape y/o por colisiones.
Wtotal = K + Wperdido

1/2*m*vi^2 = 1/2*m*vf^2 + (μ*N) *d
Se puede conocer la energía pérdida por fricción conociendo la energía total inicial al instante de comenzar el recorrido. Asimismo, se desprecia la energía potencial. Finalmente, la energía perdida por fricción sería equivalente a la diferencia entre la energía total inicial y el trabajo perdido por fricción

- **Cuando se presenta una situación de derrape**



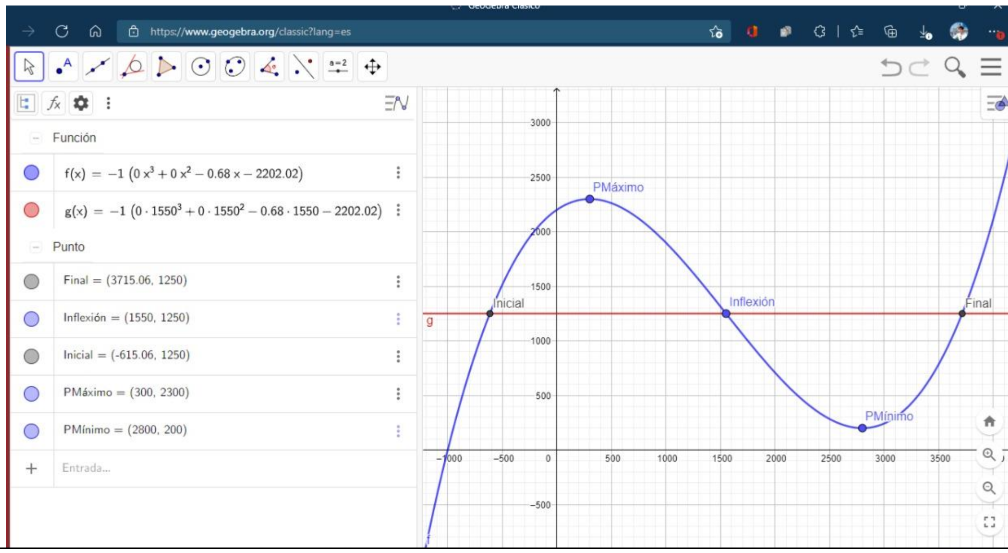
- **Cuando se presenta una colisión entre dos automóviles.**

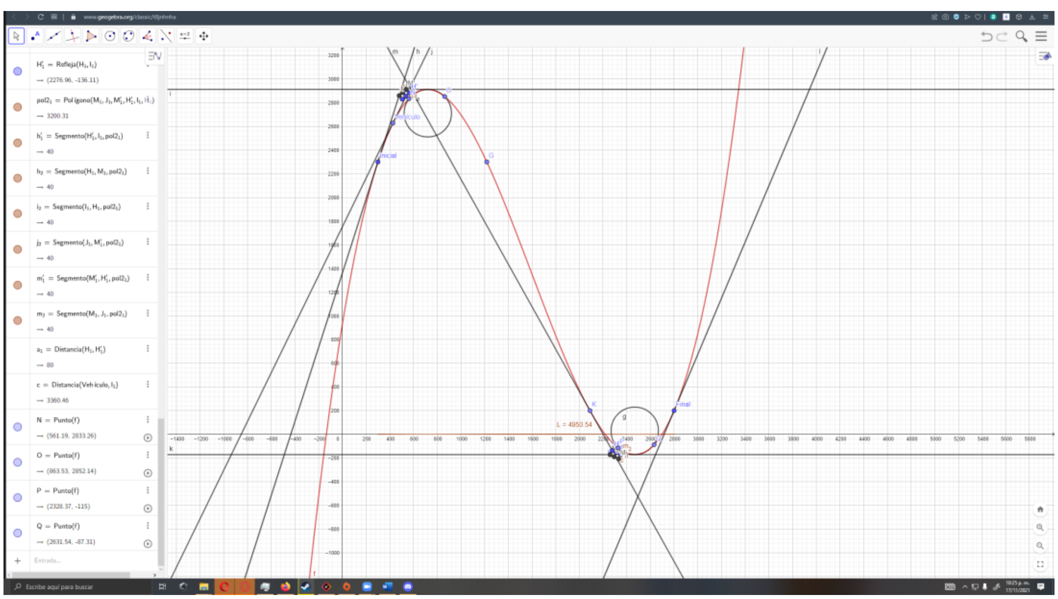
  Al momento de haber una colisión entre dos automóviles, pueden pasar diferentes situaciones, se puede generar una colisión perfectamente inelástica o una inelástica, esto va a depender de la velocidad a la que se encuentra cada auto y el ángulo de choque. Ambos coches sufrirán deformaciones y su velocidad irá reduciendo hasta llegar a 0 después de la colisión. Al ser una colisión inelástica, se perdería parte de la energía cinética.

- **Cuando se presenta una colisión de un automóvil con una barrera.**

  El automóvil, si choca contra la pared y se detiene de inmediato, sería una colisión perfectamente inelástica. Dado que la pared no se rompe ni se mueve en absoluto, toda la fuerza del automóvil contra la pared tiene que ir a alguna parte. O la pared es tan masiva que se acelera, o se mueve imperceptiblemente, o no se mueve en absoluto, en cuyo caso la fuerza de la colisión actúa sobre el coche y sobre todo el planeta, el último de los cuales es, obviamente, tan masivo que los efectos son insignificantes.

Validación:


https://www.geogebra.org/classic?lang=es
Función
f(x) = −1 (0 x³ + 0 x² − 0.68 x − 2202.02)
g(x) = −1 (0 · 1550³ + 0 · 1550² − 0.68 · 1550 − 2202.02)
Punto
Final = (3715.06, 1250)
Inflexión = (1550, 1250)
Inicial = (-615.06, 1250)
PMáximo = (300, 2300)
PMínimo = (2800, 200)
Entrada...
PMáximo
Inicial
Inflexión
Final
PMínimo
g



Demostración:

$$L = \text{IntegralN}\left(\sqrt{1 + (\text{Derivada}(f))^2}, 300, 2800\right)$$

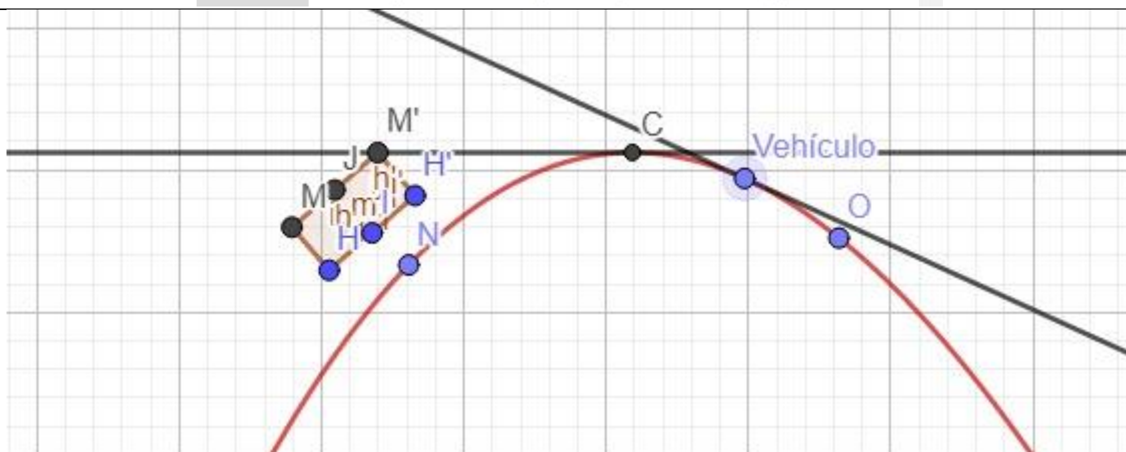
$$\rightarrow 4950.54$$

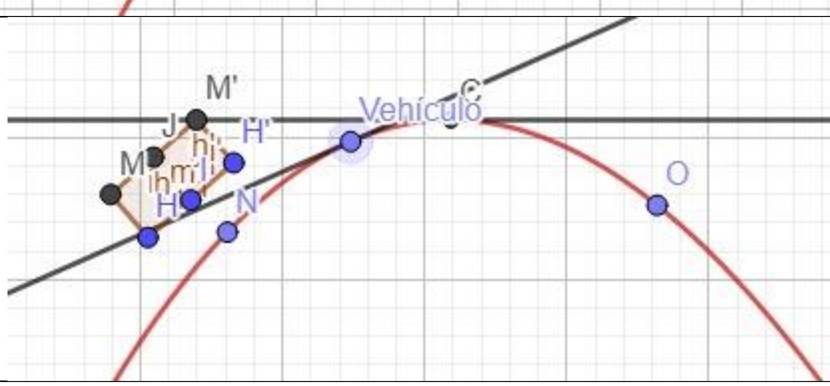
La longitud averiguada con razón del intervalo de 3 a 5km esto es importante debido al ser una porción de la pista en donde hay curvas se planea que las curvas no sean demasiado estrechas ni tan abiertas. La formula utilizada para calcular la longitud de la curva en el punto inicial y el punto final corresponde a la sumatoria de este intervalo de las hipotenusas de los triángulos rectángulos en donde sus catetos son diferencial de x, y cuando estos tienen a 0.

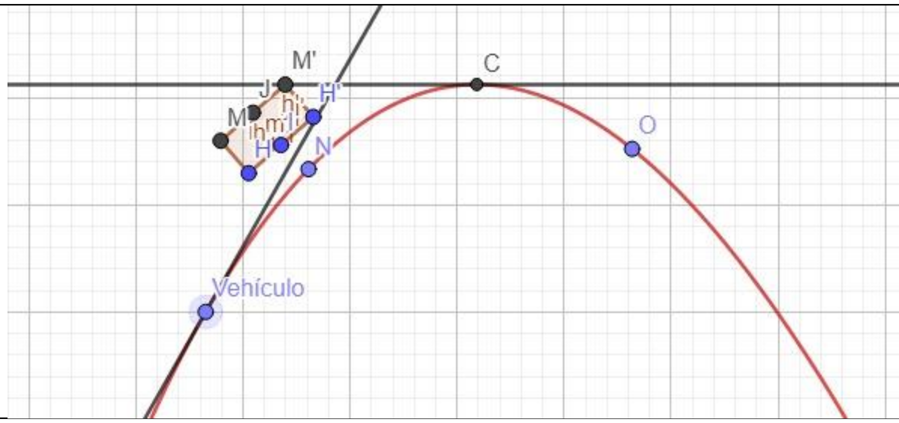
Zona crítica:

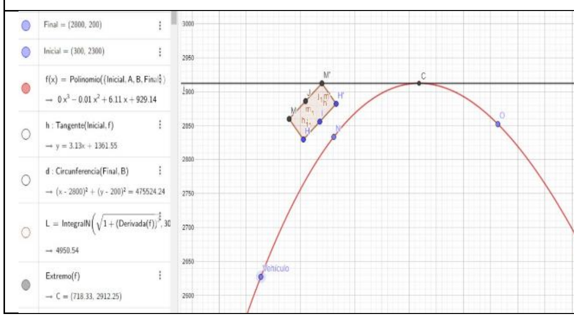
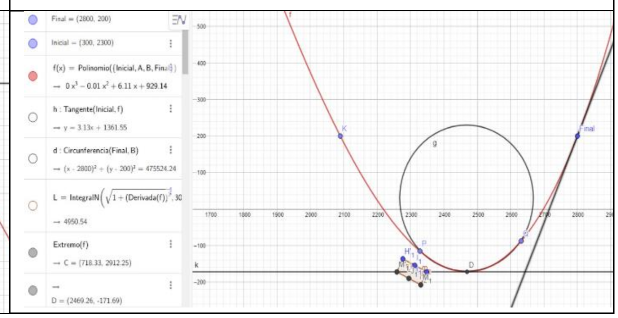
$$e : \text{Circunferencia}(E, 200)$$

$$\rightarrow (x - 720.83)^2 + (y - 2710.73)^2 = 40000$$

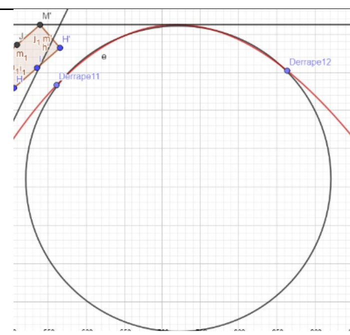
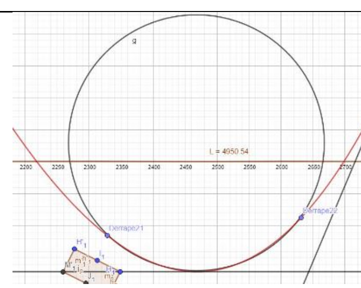




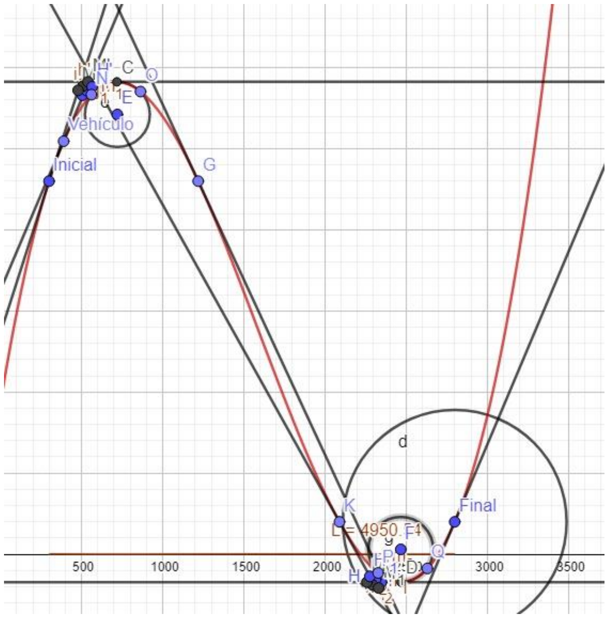


Máximos	Mínimos
	

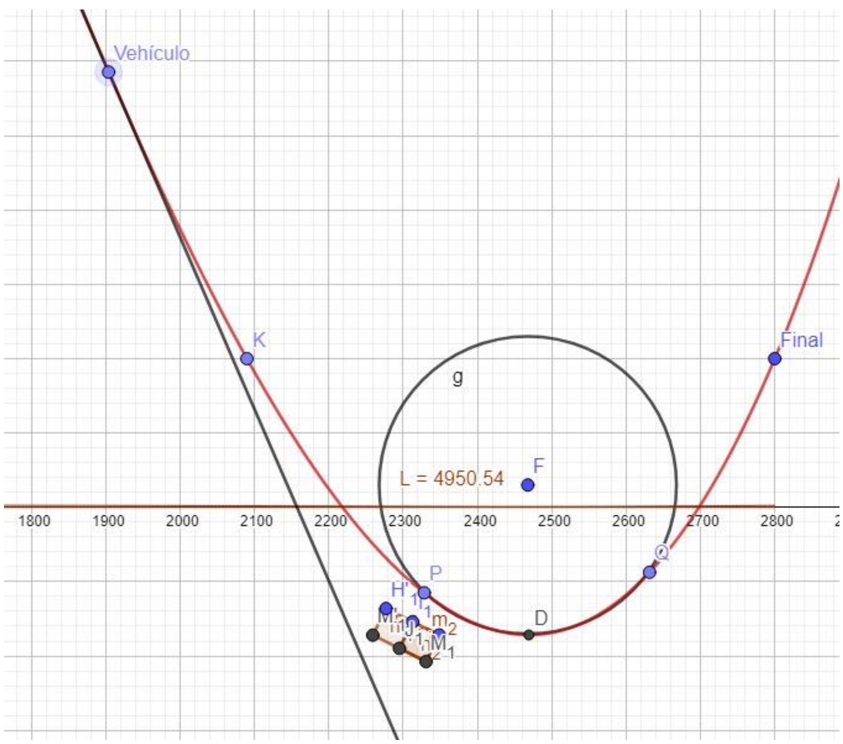
Punto de derrape:

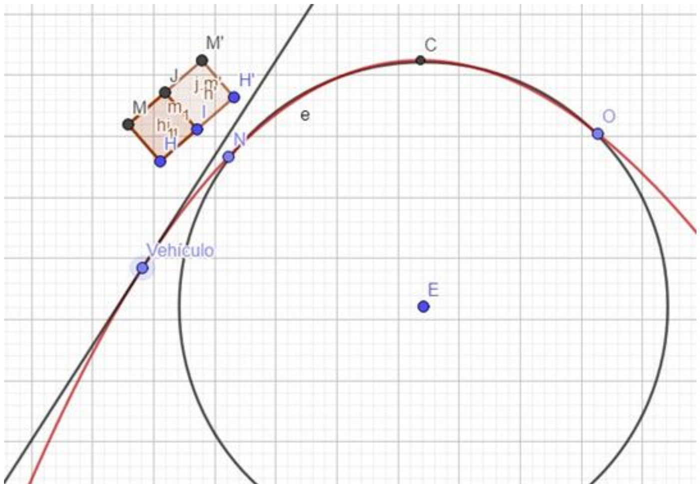
Derrape11 = Punto(f) → (561.19, 2833.26) Derrape12 = Punto(f) → (863.53, 2852.14)	
Derrape21 = Punto(f) → (2328.37, -115) Derrape22 = Punto(f) → (2631.54, -87.31)	

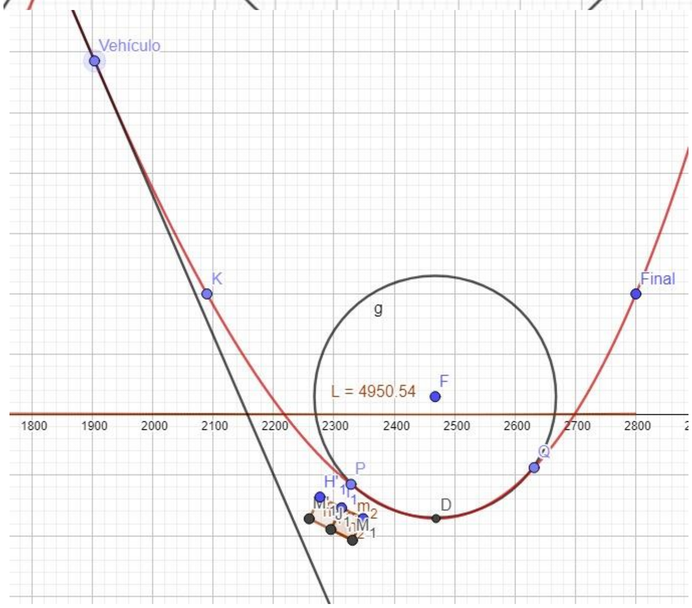
Rectas tangentes:



Las gradas:







Para determinar una posición en las gradas colocamos una tangente en el vehículo y calculamos la dirección para que no converja en caso de una posible colisión con el muro.

Referencias:

6.1.4 MÃ©todo de Gauss-Jordan. (s. f.). Método de Gauss-Jordan. Recuperado 17 de noviembre de 2021, de https://www.uv.es/%7Ediaz/mn/node30.html

Acceder a nuestra Grafica: https://www.geogebra.org/classic/t8jnhnha

Calculadora de eliminación de Gauss-Jordan. (s. f.). Calculadora de eliminación. Recuperado 17 de noviembre de 2021, de https://matrix.reshish.com/es/gauss-jordanElimination.php