# 目次

第1章	序論	1
1	背景	1
2	目的	1
3	構成.....................................	1
第2章	従来手法	2
1	はじめに	2
2	定義	2
3	eFCM	2
4	sFCM	2
5	qFCM	2
6	アルゴリズム	2
7	おわりに	2
第3章	提案手法	3
4		_
1	はじめに	3
$\frac{1}{2}$		3 3
_	定義	
2	定義	3
2	定義	3
2 3 4	定義 eFCMA sFCMA qFCMA	3 3
2 3 4 5	定義. eFCMA sFCMA qFCMA アルゴリズム	3 3 3
2 3 4 5 6	定義. eFCMA sFCMA qFCMA アルゴリズム おわりに	3 3 3 3
2 3 4 5 6 7	定義. eFCMA sFCMA qFCMA  7ルゴリズム おわりに 人工データによる実験	3 3 3 3
2 3 4 5 6 7 第4章	定義. eFCMA sFCMA.  qFCMA.  7ルゴリズム. おわりに  人工データによる実験 はじめに	3 3 3 3 4

目次		ii
4	おわりに	4
第 5 章	実データによる実験	5
1	はじめに	5
2	実データについて	5
3	ARI による精度比較	5
4	おわりに	5
第6章	結論	6
参考文献		7
感想		8
謝辞		9
付録 A	プログラムソース	10
vector	h	10
vector	.cxx	11
matrix	.h	17
matrix		18

# 図目次

# 表目次

# 第1章

## 序論

#### 第1節 背景

第1小節 ファジィクラスタリング

第2小節 クラスタサイズ調整変数

#### 第2節 目的

#### 第3節 構成

本文書の構成を次に示す.第 2章では,従来手法について説明する.第 3章では,提案手法について説明する.第 4章では,人工データ実験による各手法の特性比較を行う.第 5章では,実データ実験による各手法の精度比較を行う.最後に第 6章では,本文書の結論を述べる.また,付録では,プログラムソースを掲載している.

## 第2章

# 従来手法

#### 第 1節 はじめに

本章では,従来のファジィクラスタリング手法について説明する.まず第 2 節で定義を示し,次に第 3 節から 5 節で各手法の最適化問題と,その導出について述べる.最後に第 6 節でアルゴリズムについて述べる.

#### 第2節 定義

第3節 eFCM

第 4節 sFCM

第5節 qFCM

第6節 アルゴリズム

#### 第7節 おわりに

本章では,従来のファジィクラスタリング手法について説明した.まず第2節で定義を示し,次に第3節から5節で各手法の最適化問題と,その導出について述べた.最後に第6節でアルゴリズムについて述べた.

## 第3章

# 提案手法

#### 第 1節 はじめに

本章では,本研究で提案するファジィクラスタリング手法について説明する.まず第2節で 定義を示し,次に第3節から5節で各手法の最適化問題と,その導出について述べる.最後 に第6節でアルゴリズムについて述べる.

#### 第2節 定義

第3節 eFCMA

第 4節 sFCMA

第5節 qFCMA

第6節 アルゴリズム

#### 第7節 おわりに

本章では,本研究で提案するファジィクラスタリング手法について説明した.まず第2節で 定義を示し,次に第3節から5節で各手法の最適化問題と,その導出について述べた.最後 に第6節でアルゴリズムについて述べた.

## 第4章

# 人工データによる実験

#### 第 1節 はじめに

本章では,人工データを用いた実験について述べる.まず第2節で本実験で用いる人工データについて説明する.次に第3節で実験により得られた分類関数を用いて各手法の特性比較を行う.

#### 第2節 人工データについて

#### 第3節 分類関数による特性比較

#### 第4節 おわりに

本章では,人工データを用いた実験について述べた.まず第2節で本実験で用いる人工データについて説明した.次に第3節で実験により得られた分類関数を用いて各手法の特性比較を行った.

## 第5章

# 実データによる実験

#### 第 1節 はじめに

本章では,実データを用いた実験について述べる.まず第2節で本実験で用いる実データについて説明する.次に第3節で実験により得られた評価指標を用いて各手法の精度比較を行う.

#### 第2節 実データについて

#### 第3節 ARIによる精度比較

#### 第4節 おわりに

本章では,実データを用いた実験について述べた.まず第2節で本実験で用いる人工データについて説明した.次に第3節で実験により得られた評価指標を用いて各手法の精度比較を行った.

# 第6章 結論

本文書では,第2章では,従来手法について説明した.第3章では,提案手法について説明 した.第4章では,人工データ実験により各手法の特性比較を行った.第5章では,実データ 実験により各手法の精度比較を行った.最後に第6章では,本文書の結論を述べた.また,付 録では、プログラムソースを掲載した、

### 参考文献

- [1] Ichihashi, H., Honda, K., Tani, N.: "Gaussian Mixture PDF Approximation and Fuzzy c-means Clustering with Entropy Regularization", Proc. 4th Asian Fuzzy System Symposium, pp. 217–221, (2000).
- [2] Miyamoto, S., Kurosawa, N.: "Controlling Cluster Volume Sizes in Fuzzy c-means Clustering", Proc. SCIS&ISIS2004, pp. 1–4, (2004).
- [3] Miyamoto, S., Ichihashi, H., and Honda, K.: Algorithms for Fuzzy Clustering, Springer (2008).
- [4] 宮本 定明, 馬屋原 一孝, 向殿 政男:"ファジイ c-平均法とエントロピー正則化法におけるファジィ分類関数," 日本ファジィ学会誌 Vol. 10, No. 3 pp. 548-557, (1998).
- [5] Hubert, L., and Arabie, P.: "Comparing Partitions," Journal of Classification, Vol. 2, No. 1, pp. 193–218, (1985).

### 感想

おいしかった.

# 謝辞

ありがとう.

# 付録 A プログラムソース

#### vector.h

```
#include<iostream>
 2
     #include<cstring>
 3
 4
     #ifndef __VECTOR__
5
     #define __VECTOR__
 6
7
     class Matrix;
8
9
10
     class Vector{
11
     private:
12
       int Size;
13
       double *Element;
14
      public:
15
       Vector(int size=0);
16
       ~Vector(void);
       explicit Vector(int dim, double arg, const char *s);
17
18
       Vector(const Vector &arg);
19
       Vector &operator=(const Vector &arg);
20
       Vector(Vector &&arg);
21
       Vector &operator=(Vector &&arg);
22
       int size(void) const;
23
       double operator[](int index) const;
24
       double &operator[](int index);
25
       Vector operator+(void) const;
26
       Vector operator-(void) const;
27
       Vector &operator+=(const Vector &rhs);
28
       Vector &operator == (const Vector &rhs);
29
       Vector &operator*=(double rhs);
30
       Vector &operator/=(double rhs);
31
       Vector operator+(const Vector &rhs) const;
       Vector operator-(const Vector &rhs) const;
32
```

```
33
       double operator*(const Vector &rhs) const;
34
       bool operator==(const Vector &rhs) const;
35
       bool operator!=(const Vector &rhs) const;
36
       Vector sub(int begin, int end) const;
37
       void set_sub(int begin, int end, const Vector &arg);
38
     };
39
     Vector operator*(double lhs, const Vector &rhs);
40
41
     Vector operator/(const Vector &lhs, double rhs);
42
     std::ostream &operator<<(std::ostream &os, const Vector &rhs);</pre>
43
     double max_norm(const Vector &arg);
44
     double squared_norm(const Vector &arg);
45
     double norm_square(const Vector &arg);
46
     double L1norm_square(const Vector &arg);
47
     Vector fraction(const Vector &arg);
48
49
     #endif
```

#### vector.cxx

```
1
     #include<iostream>
 2
     #include<cstdlib>
 3
     #include<cmath>
     #include"vector.h"
 4
 5
 6
 7
     Vector::Vector(int size) try :
 8
       Size(size), Element(new double[Size]){
9
10
     catch(std::bad_alloc){
11
       std::cerr << "Vector::Vector(int size): Out of Memory!" << std::endl;</pre>
12
       throw;
13
14
15
     Vector::~Vector(void){
16
       delete []Element;
17
18
19
     Vector::Vector(const Vector &arg) try :
20
       Size(arg.Size), Element(new double[Size]){
21
       for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
22
         Element[i] = arg.Element[i];
23
       }
     }
24
25
     catch(std::bad_alloc){
       std::cerr << "Vector::Vector(int size): Out of Memory!" << std::endl;</pre>
26
27
       throw;
28
```

```
29
30
     Vector::Vector(Vector &&arg)
31
       : Size(arg.Size), Element(arg.Element){
32
       arg.Size=0;
33
       arg.Element=nullptr;
34
35
     Vector::Vector(int dim, double arg, const char *s) try :
36
37
       Size(dim), Element(new double[Size]){
38
       if(strcmp(s, "all")!=0){
39
         std::cerr << "Invalid string parameter" << std::endl;</pre>
40
         exit(1);
       }
41
42
       for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
43
         Element[i] = arg;
44
       }
45
46
     catch(std::bad_alloc){
47
       std::cerr << "Vector::Vector(int size): Out of Memory!" << std::endl;</pre>
48
       throw;
49
      }
50
51
     Vector &Vector::operator=(const Vector &arg){
52
       if(this==&arg)
                              return *this;
       if(this->Size != arg.Size){
53
54
         Size=arg.Size;
55
         delete []Element;
56
         try{
57
           Element=new double[Size];
58
59
         catch(std::bad_alloc){
60
           std::cerr << "Out of Memory" << std::endl;</pre>
61
           throw;
         }
62
63
       }
64
       for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
65
         Element[i] = arg.Element[i];
66
       }
67
       return *this;
68
69
70
     Vector &Vector::operator=(Vector &&arg){
71
       if(this!=&arg){
72
         Size=arg.Size;
73
         Element=arg.Element;
74
         arg.Size=0;
75
         arg.Element=nullptr;
       }
76
77
       return *this;
     }
78
```

```
79
 80
      int Vector::size(void) const{
 81
        return Size;
 82
      }
 83
 84
      double Vector::operator[](int index) const{
 85
        return Element[index];
 86
 87
 88
      double &Vector::operator[](int index){
 89
        return Element[index];
 90
 91
 92
      Vector Vector::operator+(void) const{
 93
        return *this;
 94
      }
 95
      Vector Vector::operator-(void) const{
96
97
        Vector result=*this;
        for(int i=0;i<result.Size;i++){</pre>
98
99
          result[i]*=-1.0;
100
        }
101
        return result;
      }
102
103
104
      Vector &Vector::operator+=(const Vector &rhs){
105
        if(rhs.Size==0){
106
          std::cout << "Vector::operator+=:Size 0" << std::endl;</pre>
107
          exit(1);
108
109
        else if(Size!=rhs.Size){
110
          std::cout << "Vector::operator+=:Size Unmatched" << std::endl;</pre>
111
          exit(1);
112
        }
113
        else{
114
          for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
115
            Element[i]+=rhs[i];
116
117
        }
118
        return *this;
119
120
121
      Vector &Vector::operator*=(double rhs){
        for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
122
123
          Element[i]*=rhs;
124
125
        return *this;
      }
126
127
128
      Vector &Vector::operator/=(double rhs){
```

```
for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
130
          Element[i]/=rhs;
131
132
        return *this;
133
134
135
136
      Vector &Vector::operator==(const Vector &rhs){
137
        if(rhs.Size==0){
138
          std::cout << "Vector::operator-=:Size 0" << std::endl;</pre>
139
          exit(1);
140
        }
141
        else if(Size!=rhs.Size){
142
          std::cout << "Vector::operator-=:Size Unmatched" << std::endl;</pre>
          exit(1);
143
144
        }
145
        else{
          for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
146
147
            Element[i] -=rhs[i];
148
149
        }
150
        return *this;
151
152
153
      Vector Vector::operator+(const Vector &rhs) const{
154
        Vector result=*this;
155
        return result+=rhs;
156
157
158
      Vector Vector::operator-(const Vector &rhs) const{
159
        Vector result=*this;
160
        return result-=rhs;
161
162
163
      Vector operator*(double lhs, const Vector &rhs){
164
        if(rhs.size()==0){
165
          std::cout << "Vector operator*:Size 0" << std::endl;</pre>
166
          exit(1);
167
        }
168
        Vector result=rhs;
        for(int i=0;i<result.size();i++){</pre>
169
170
          result[i]*=lhs;
171
172
        return result;
173
174
175
      Vector operator/(const Vector &lhs, double rhs){
176
        if(lhs.size()==0){
177
          std::cout << "Vector operator/:Size 0" << std::endl;</pre>
178
          exit(1);
```

```
179
180
        Vector result=lhs;
181
        return (result/=rhs);
182
183
184
185
      std::ostream &operator<<(std::ostream &os, const Vector &rhs){</pre>
        os << "(";
186
187
        if(rhs.size()>0){
188
          for(int i=0;;i++){
189
            os << rhs[i];
190
            if(i>=rhs.size()-1) break;
            os << ", ";
191
192
193
        }
194
        os << ')';
195
        return os;
196
197
198
      bool Vector::operator==(const Vector &rhs) const{
199
        if(Size!=rhs.size()) return false;
200
        for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
          if(Element[i]!=rhs[i])
201
                                        return false;
202
        }
203
        return true;
204
      }
205
206
      double max_norm(const Vector &arg){
207
        if(arg.size()<1){</pre>
208
          std::cout << "Can't calculate norm for 0-sized vector" << std::endl;</pre>
209
          exit(1);
210
211
        double result=fabs(arg[0]);
212
        for(int i=1;i<arg.size();i++){</pre>
213
          double tmp=fabs(arg[i]);
214
          if(result<tmp)</pre>
                              result=tmp;
215
        }
216
        return result;
217
      }
218
219
      double squared_norm(const Vector &arg){
220
        return sqrt(norm_square(arg));
221
      }
222
223
      double norm_square(const Vector &arg){
224
        double result=0.0;
225
        for(int i=0;i<arg.size();i++){</pre>
226
          result+=arg[i]*arg[i];
227
228
        return result;
```

```
229
      }
230
231
      double L1norm_square(const Vector &arg){
232
        double result=0.0;
233
        for(int i=0;i<arg.size();i++){</pre>
234
          result+=fabs(arg[i]);
235
        }
236
        return result;
237
      }
238
239
      double Vector::operator*(const Vector &rhs) const{
240
        if(Size<1 || rhs.size()<1 || Size!=rhs.size()){</pre>
241
          std::cout << "Can't calculate innerproduct";</pre>
242
          std::cout << "for 0-sized vector";</pre>
243
          std::cout << "or for different sized vector";</pre>
244
          std::cout << std::endl;</pre>
245
          exit(1);
        }
246
247
        double result=Element[0]*rhs[0];
        for(int i=1;i<Size;i++){</pre>
248
249
          result+=Element[i]*rhs[i];
250
        }
251
        return result;
      }
252
253
      bool Vector::operator!=(const Vector &rhs) const{
254
255
        if(Size!=rhs.size()) return true;
256
        for(int i=0;i<Size;i++){</pre>
257
          if(Element[i]!=rhs[i])
                                       return true;
258
        }
259
        return false;
260
261
262
      Vector Vector::sub(int begin, int end) const{
263
        if(end<begin){
264
          std::cerr << "Vector::sub:invalid parameter" << std::endl;</pre>
265
           exit(1);
266
267
        Vector result(end-begin+1);
268
        for(int i=0;i<result.size();i++){</pre>
269
          result[i]=Element[begin+i];
270
        }
271
        return result;
      }
272
273
274
      void Vector::set_sub(int begin, int end, const Vector &arg){
275
        if(end<begin){
276
          std::cerr << "Vector::sub:invalid parameter" << std::endl;</pre>
277
          exit(1);
        }
278
```

```
279
        if(end-begin+1!=arg.size()){
280
           std::cerr << "Vector::sub:invalid parameter" << std::endl;</pre>
281
           exit(1);
282
        }
283
        for(int i=0;i<arg.size();i++){</pre>
284
          Element[begin+i] = arg[i];
285
        }
286
        return;
287
      }
288
289
      Vector fraction(const Vector &arg){
290
        Vector result(arg.size());
291
        for(int i=0;i<result.size();i++){</pre>
292
           result[i]=1.0/arg[i];
293
        }
294
        return result;
295
```

#### matrix.h

```
1
     #include<iostream>
 2
     #include<cstring>
 3
     #include"vector.h"
 4
 5
     #ifndef __MATRIX__
 6
     #define __MATRIX__
 7
8
     class Matrix{
9
      private:
10
       int Rows;
11
       Vector *Element;
12
      public:
13
       //Matrix(int rows=0);
14
       Matrix(int rows=0, int cols=0);
15
       explicit Matrix(int dim, const char *s);
16
       explicit Matrix(const Vector &arg, const char *s);
17
       ~Matrix(void);
18
       Matrix(const Matrix & arg);
19
       Matrix &operator=(const Matrix &arg);
20
       Matrix(Matrix &&arg);
21
       Matrix &operator=(Matrix &&arg);
22
       int rows(void) const;
23
       int cols(void) const;
24
       Vector operator[](int index) const;
25
       Vector &operator[](int index);
26
       Matrix operator+(void) const;
27
       Matrix operator-(void) const;
28
       Matrix &operator+=(const Matrix &rhs);
```

```
29
       Matrix &operator = (const Matrix &rhs);
30
       Matrix &operator*=(double rhs);
31
       Matrix &operator/=(double rhs);
32
       Matrix sub(int row_begin,
33
                        int row_end,
34
                        int col_begin,
35
                        int col_end) const;
36
       void set_sub(int row_begin,
37
                    int row_end,
38
                    int col_begin,
39
                    int col_end,
40
                    const Matrix &arg);
41
     };
42
43
     Matrix operator+(const Matrix &lhs, const Matrix &rhs);
44
     Matrix operator-(const Matrix &lhs, const Matrix &rhs);
45
     Matrix operator*(double lhs, const Matrix &rhs);
     Vector operator*(const Matrix &lhs, const Vector &rhs);
46
47
     Matrix operator*(const Matrix &lhs, const Matrix &rhs);
     Matrix operator*(const Matrix &lhs, double rhs);
48
49
    Matrix operator/(const Matrix &lhs, double rhs);
50
     std::ostream &operator<<(std::ostream &os, const Matrix &rhs);</pre>
     bool operator==(const Matrix &lhs, const Matrix &rhs);
51
52
     double max_norm(const Matrix & arg);
53
     double frobenius_norm(const Matrix &arg);
54
     Matrix transpose(const Matrix & arg);
55
     Vector diag(const Matrix &arg);
56
     Matrix pow(const Matrix &arg, double power);
57
     Matrix transpose(const Vector &arg);
58
     Matrix operator*(const Vector &lhs, const Matrix &rhs);
59
60
     #endif
```

#### matrix.cxx

```
#include<iostream>
 2
     #include<cstdlib>
 3
     #include<cmath>
     #include"vector.h"
 4
 5
     #include"matrix.h"
 6
 7
     Matrix::Matrix(int rows, int cols) try :
 8
       Rows(rows), Element(new Vector[Rows]){
 9
       for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
10
         Element[i] = Vector(cols);
11
       }
12
     }
13
     catch(std::bad_alloc){
```

```
14
          std::cerr << "Out of Memory" << std::endl;</pre>
15
         throw;
16
      }
17
18
     Matrix::Matrix(int dim, const char *s) try :
19
       Rows(dim), Element(new Vector[Rows]){
20
       if(strcmp(s, "I")!=0){
21
         std::cerr << "Invalid string parameter" << std::endl;</pre>
22
         exit(1);
23
24
       }
25
       for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
26
         Element[i] = Vector(dim);
27
28
       for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
29
         for(int j=0;j<Rows;j++){</pre>
30
            Element[i][j]=0.0;
31
         }
32
         Element[i][i]=1.0;
33
34
     }
35
     catch(std::bad_alloc){
36
         std::cerr << "Out of Memory" << std::endl;</pre>
37
         throw;
38
      }
39
40
     Matrix::Matrix(const Vector &arg, const char *s) try :
       Rows(arg.size()), Element(new Vector[Rows]){
41
42
       if(strcmp(s, "diag")!=0){
43
         std::cerr << "Invalid string parameter" << std::endl;</pre>
44
          exit(1);
45
46
       }
47
       for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
48
         Element[i] = Vector(Rows);
49
50
       for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
51
         for(int j=0;j<Rows;j++){</pre>
52
            Element[i][j]=0.0;
53
54
         Element[i][i]=arg[i];
55
       }
56
57
     catch(std::bad_alloc){
58
         std::cerr << "Out of Memory" << std::endl;</pre>
59
         throw;
60
      }
61
62
     Matrix::~Matrix(void){
63
       delete []Element;
```

```
64
      }
 65
 66
      Matrix::Matrix(const Matrix &arg) try :
 67
        Rows(arg.Rows), Element(new Vector[Rows]){
 68
        for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
 69
          Element[i] = arg.Element[i];
 70
        }
 71
 72
      catch(std::bad_alloc){
 73
          std::cerr << "Out of Memory" << std::endl;</pre>
 74
          throw;
       }
 75
 76
 77
      Matrix::Matrix(Matrix &&arg)
 78
        : Rows(arg.Rows), Element(arg.Element){
 79
        arg.Rows=0;
 80
        arg.Element=nullptr;
 81
 82
 83
      Matrix &Matrix::operator=(Matrix &&arg){
 84
        if(this==&arg){
 85
          return *this;
 86
 87
        else{
 88
          Rows=arg.Rows;
 89
          Element=arg.Element;
 90
          arg.Rows=0;
 91
          arg.Element=nullptr;
 92
          return *this;
 93
        }
      }
 94
 95
 96
      Matrix &Matrix::operator=(const Matrix &arg){
97
        if(this==&arg)
                               return *this;
98
        //Rows=arg.Rows; ここでは Rows を更新してはいけない
99
        if(this->Rows != arg.Rows || this->cols() != arg.cols()){
100
          Rows=arg.Rows;
101
          delete []Element;
102
          try{
103
            Element=new Vector[Rows];
104
105
          catch(std::bad_alloc){
            std::cerr << "Out of Memory" << std::endl;</pre>
106
107
            throw;
108
          }
109
110
        for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
111
          Element[i] = arg.Element[i];
112
113
        return *this;
```

```
114
115
116
      int Matrix::rows(void) const{
117
       return Rows;
118
119
      int Matrix::cols(void) const{
120
121
       return Element[0].size();
      }
122
123
124
      Vector Matrix::operator[](int index) const{
125
        return Element[index];
126
127
128
      Vector &Matrix::operator[](int index){
129
        return Element[index];
130
131
132
      Matrix Matrix::operator+(void) const{
133
        return *this;
134
      }
135
136
      Matrix Matrix::operator-(void) const{
137
        Matrix result=*this;
138
        for(int i=0;i<result.Rows;i++){</pre>
139
          result[i]=-1.0*result[i];
140
141
        return result;
142
      }
143
144
      Matrix &Matrix::operator+=(const Matrix &rhs){
145
        if(rhs.Rows==0){
146
          std::cout << "Rows 0" << std::endl;</pre>
147
          exit(1);
148
149
        else if(Rows!=rhs.Rows){
150
          std::cout << "Rows Unmatched" << std::endl;</pre>
151
          exit(1);
152
        }
153
        else{
154
          for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
155
            Element[i]+=rhs[i];
156
        }
157
158
        return *this;
159
160
161
      Matrix &Matrix::operator-=(const Matrix &rhs){
162
        if(rhs.Rows==0){
          std::cout << "Rows 0" << std::endl;</pre>
163
```

```
164
          exit(1);
        }
165
166
        else if(Rows!=rhs.Rows){
          std::cout << "Rows Unmatched" << std::endl;</pre>
167
168
          exit(1);
169
        }
170
        else{
171
          for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
172
            Element[i] -=rhs[i];
173
          }
        }
174
175
        return *this;
      }
176
177
178
      Matrix operator+(const Matrix &lhs, const Matrix &rhs){
179
        Matrix result=lhs;
180
        return result+=rhs;
181
182
183
      Matrix operator-(const Matrix &lhs, const Matrix &rhs){
184
        Matrix result=lhs;
185
        return result-=rhs;
186
187
188
      Matrix operator*(double lhs, const Matrix &rhs){
        if(rhs.rows()==0){
189
190
          std::cout << "Rows 0" << std::endl;</pre>
191
          exit(1);
192
        }
193
        Matrix result=rhs;
194
        for(int i=0;i<result.rows();i++){</pre>
195
          result[i]=lhs*result[i];
196
        }
197
        return result;
198
199
200
      Matrix &Matrix::operator/=(double rhs){
201
        for(int i=0;i<Rows;i++){</pre>
202
          Element[i]/=rhs;
203
204
        return *this;
      }
205
206
      Matrix operator/(const Matrix &lhs, double rhs){
207
208
        Matrix result(lhs);
209
        return result/=rhs;
210
211
212
      std::ostream &operator<<(std::ostream &os, const Matrix &rhs){
        os << "(";
213
```

```
214
        if(rhs.rows()>0){
215
          for(int i=0;;i++){
216
             os << rhs[i];
217
             if(i>=rhs.rows()-1) break;
218
             os << "\n";
219
          }
220
        }
221
        os << ')';
222
        return os;
223
224
225
      bool operator == (const Matrix &lhs, const Matrix &rhs) {
226
        if(lhs.rows()!=rhs.rows())
                                        return false;
227
        for(int i=0;i<lhs.rows();i++){</pre>
228
          if(lhs[i]!=rhs[i]) return false;
229
        }
230
        return true;
      }
231
232
233
      double abssum(const Vector &arg){
234
        double result=fabs(arg[0]);
235
        for(int i=1;i<arg.size();i++){</pre>
236
          result+=fabs(arg[i]);
237
        }
238
        return result;
239
      }
240
241
      double max_norm(const Matrix &arg){
242
        if(arg.rows()<1){</pre>
243
          std::cout << "Can't calculate norm for 0-sized vector" << std::endl;</pre>
244
          exit(1);
245
246
        double result=abssum(arg[0]);
247
        for(int i=1;i<arg.rows();i++){</pre>
248
          double tmp=abssum(arg[i]);
249
          if(result<tmp)</pre>
                                result=tmp;
250
        }
251
        return result;
252
253
254
      double frobenius_norm(const Matrix &arg){
255
        double result=0.0;
256
        for(int i=0;i<arg.rows();i++){</pre>
257
          for(int j=0;j<arg.cols();j++){</pre>
258
             result+=arg[i][j]*arg[i][j];
259
260
        return sqrt(result);
      }
261
262
263
      Vector operator*(const Matrix &lhs, const Vector &rhs){
```

```
264
        if(lhs.rows()<1 || lhs.cols()<1 || rhs.size()<1 || lhs.cols()!=rhs.size()){
265
          std::cout << "operator*(const Matrix &, const Vector &):";</pre>
266
          std::cout << "Can't calculate innerproduct ";</pre>
267
          std::cout << "for 0-sized vector ";</pre>
268
          std::cout << "or for different sized vector:";</pre>
          std::cout << "lhs.Cols=" << lhs.cols() << ", ";
269
270
          std::cout << "lhs.Rows=" << lhs.rows() << ", ";
271
          std::cout << "rhs.Size=" << rhs.size();</pre>
272
          std::cout << std::endl;</pre>
273
          exit(1);
274
275
        Vector result(lhs.rows());
276
        for(int i=0;i<lhs.rows();i++){</pre>
277
          result[i]=lhs[i]*rhs;
278
279
        return result;
280
281
282
      Matrix operator*(const Matrix &lhs, const Matrix &rhs){
283
        if(lhs.rows()<1 || rhs.cols()<1 || lhs.cols()!=rhs.rows()){
284
          std::cout << "Can't calculate innerproduct";</pre>
285
          std::cout << "for 0-sized vector";</pre>
286
          std::cout << "or for different sized vector";</pre>
287
          std::cout << std::endl;</pre>
288
           exit(1);
289
        }
290
        Matrix result(lhs.rows(), rhs.cols());
291
        for(int i=0;i<result.rows();i++){</pre>
292
          for(int j=0;j<result.cols();j++){</pre>
293
             result[i][j]=0.0;
294
             for(int k=0;k<lhs.cols();k++){</pre>
295
               result[i][j]+=lhs[i][k]*rhs[k][j];
296
             }
297
          }}
298
        return result;
299
300
301
      Matrix Matrix::sub(int row_begin, int row_end,
302
                                  int col_begin, int col_end) const{
303
304
        if(row_end<row_begin || col_end<col_begin){</pre>
305
          std::cerr << "Matrix::sub:invalid parameter" << std::endl;</pre>
306
           std::cerr << "row_begin:" << row_begin << std::endl;
           std::cerr << "row_end:" << row_end << std::endl;
307
308
          std::cerr << "col_begin:" << col_begin << std::endl;</pre>
309
           std::cerr << "col_end:" << col_end << std::endl;</pre>
310
           exit(1);
        }
311
312
        if(row_end>=this->rows() || col_end>=this->cols()){
313
           std::cerr << "Matrix::sub:invalid parameter" << std::endl;</pre>
```

```
314
           std::cerr << "row_end:" << row_end << std::endl;
315
           std::cerr << "Rows:" << this->rows() << std::endl;</pre>
316
           std::cerr << "col_end:" << col_end << std::endl;
317
          std::cerr << "Cols:" << this->cols() << std::endl;</pre>
318
           exit(1);
        }
319
320
        if(row_begin<0 || col_begin<0){</pre>
321
          std::cerr << "Matrix::sub:invalid parameter" << std::endl;</pre>
322
           std::cerr << "row_begin:" << row_begin << std::endl;</pre>
323
          std::cerr << "col_begin:" << col_begin << std::endl;</pre>
324
           exit(1);
325
        }
326
        Matrix result(row_end-row_begin+1, col_end-col_begin+1);
327
        for(int i=0;i<result.rows();i++){</pre>
328
           for(int j=0;j<result.cols();j++){</pre>
329
             result[i][j]=Element[i+row_begin][j+col_begin];
330
          }}
331
        return result;
332
333
334
      void Matrix::set_sub(int row_begin, int row_end,
335
                             int col_begin, int col_end,
336
                             const Matrix &arg){
337
338
        if(row_end<row_begin || col_end<col_begin){</pre>
339
           std::cerr << "Matrix::sub:invalid parameter" << std::endl;</pre>
340
           exit(1);
341
        }
342
        for(int i=row_begin;i<=row_end;i++){</pre>
343
          for(int j=col_begin; j<=col_end; j++){</pre>
344
             Element[i][j]=arg[i-row_begin][j-col_begin];
345
          }}
346
        return;
347
348
349
      Matrix transpose(const Matrix & arg){
350
        Matrix result(arg.cols(), arg.rows());
351
        for(int i=0;i<result.rows();i++){</pre>
352
          for(int j=0;j<result.cols();j++){</pre>
353
             result[i][j]=arg[j][i];
354
          }}
355
        return result;
356
357
358
      Vector diag(const Matrix &arg){
359
        if(arg.rows()!=arg.cols()){
360
          std::cerr << "No Diag" << std::endl;</pre>
361
           exit(1);
362
363
        Vector result(arg.rows());
```

```
364
        for(int i=0;i<result.size();i++){</pre>
365
          result[i]=arg[i][i];
366
367
        return result;
368
369
370
      Matrix pow(const Matrix &arg, double power){
371
        Matrix result(arg);
372
        for(int i=0;i<result.rows();i++){</pre>
373
          for(int j=0;j<result.cols();j++){</pre>
374
            result[i][j]=pow(result[i][j],power);
375
          }}
376
        return result;
377
378
379
      Matrix transpose(const Vector &arg){
380
        Matrix result(1, arg.size());
381
        for(int j=0;j<result.cols();j++){</pre>
382
          result[0][j]=arg[j];
383
384
        return result;
385
      }
386
      Matrix operator*(const Vector &lhs, const Matrix &rhs){
387
388
        if(rhs.rows()!=1){
389
          std::cerr << "Size unmatched for Vector*Matrix:" << rhs.rows() << ":" << rhs.cols
390
          exit(1);
        }
391
392
        Matrix result(lhs.size(), rhs.cols());
393
        for(int i=0;i<result.rows();i++){</pre>
394
          for(int j=0;j<result.cols();j++){</pre>
395
            result[i][j]=lhs[i]*rhs[0][j];
396
          }}
397
        return result;
398
```