Jean-Eudes BORNERT
Tom CHAUVEL

Introduction

Un AOP, ou Amplificateur Opérationnel, est un amplificateur à grand gain réalisé à l'aide d'amplificateur différentiel. Il possède 2 entrées V^+ et V^- et une unique sortie V_s. Dans une première partie, nous avions vu l'influence de l'AOP sur différents types de signaux analogiques. A présent nous allons nous appuyer sur cette fonctionnalité de l'AOP pour réaliser des filtres analogiques. C'est la raison pour laquelle nous étudierons un filtre passe bas, ainsi qu'un filtre passe bande composé d'un filtre passe bas et d'un filtre passe haut. Ce travail se déroulera en trois étapes : le calcul de la fonction de transfert de chaque filtre étudié, la simulation du fonctionnement de ces filtres à l'aide du logiciel PSPICE et la réalisation de mesures à partir d'une maquette. Les données obtenues par ces trois méthodes seront comparées.

1. Etude d'un filtre passe bas

On considère le montage suivant :

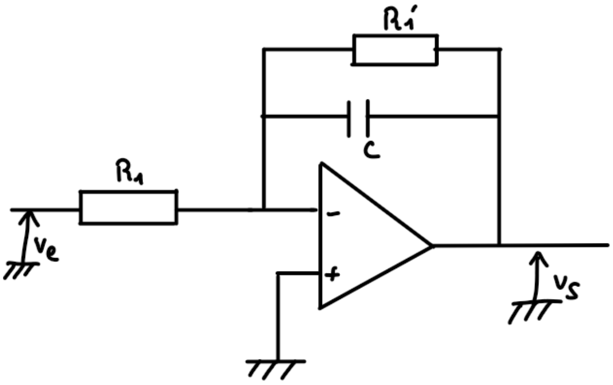

Figure 1 : Montage 1 réalisant un filtre passe bas

a. Calculs théoriques

On commence par simplifier le montage (loi d'Ohm généralisée) en calculant l'impédance Z_1 de l'ensemble formé par le condensateur C et la résistance R'_1. On obtient le montage suivant :

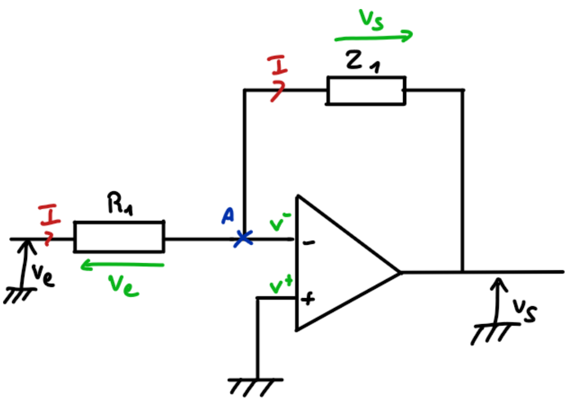

Figure 2 : Montage 1 simplifié

Avec : $\frac{1}{z_1} = \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{\frac{1}{jC\omega}} \Leftrightarrow \frac{1}{z_1} = \frac{1}{R^4} + jC\omega$

Donc : $z_1 = \frac{R'_1}{1+R'_1 jC\omega}$

$V^- = V^+ = 0V$ car l'AOP est idéal, on a donc :

$V_e = R_1 I$ et $V_s = -z_1 I$

On peut donc calculer le quotient de Vs par Ve :

$$\frac{V_s}{v_e} = \frac{-z_1}{R_1} = \frac{\frac{-R_1}{1+jC\omega R'_1}}{R_1} = \frac{-R'_1}{R_1} \times \frac{1}{1+jC\omega R'_1}$$

On a donc :

$$\boxed{\frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_1'}{R_1} \times \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \; avec \; \omega_0 = \frac{1}{R_1' C}}$$

Application numérique / 1er cas : R_1' = 1kΩ (avec R_1 = 1kΩ ; C = 1nF).

Le quotient de Vs par Ve devient :

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_1'}{R_1} \times \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} \; avec \; f_0 = \frac{1}{2\pi R_1' C} = \frac{1}{2\pi \times 10^3 \times 10^{-9}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-6}} = 159\,154 \; Hz$$

Module du quotient de Vs par Ve :

$$\left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{dB} = 20 \log\left(\frac{R_1'}{R_1}\right) - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

Quand f grand c'est-à-dire que f=10f_0 :

$$-20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{10 \, f_0}{f_0}\right)^2} = -20 \log \sqrt{101} = -20 \; dB$$

Quand f est petit c'est-à-dire que f=f_0/10 :

$$-20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{10 \, f_0}\right)^2} = -20 \log \sqrt{1{,}01} = 0 \; dB$$

Enfin***, le gain du montage*** est de 0 dB car $G = 20 log \frac{R_1'}{R_1} = 0$

On peut donc tracer le diagramme de Bode asymptotique du montage :

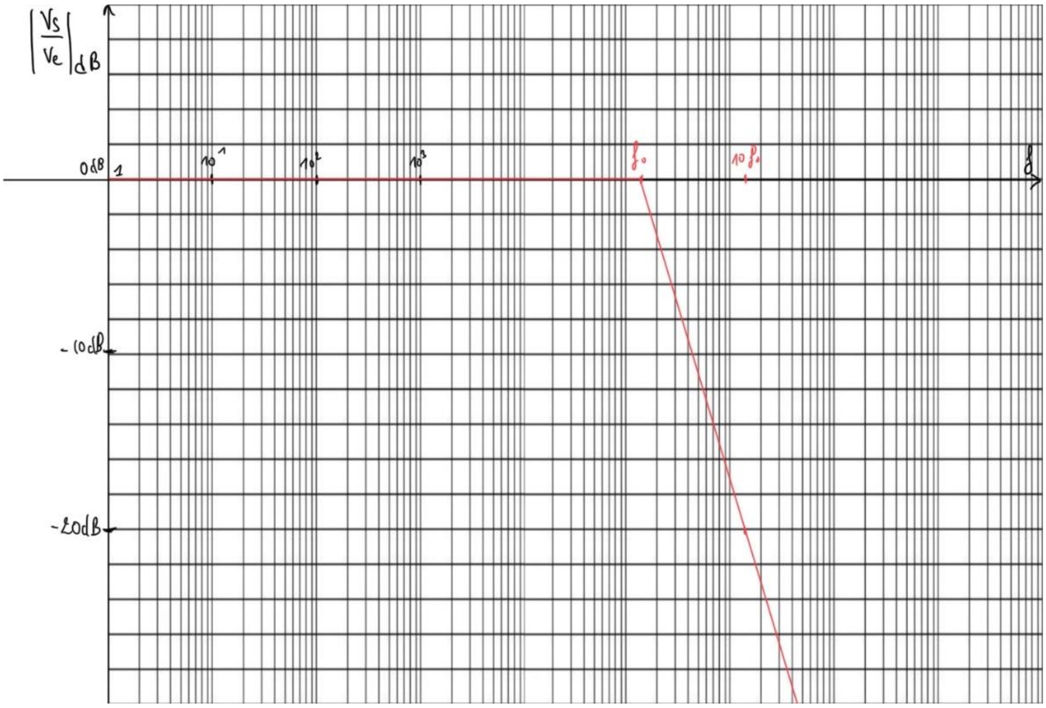

Figure 3 : Diagramme asymptotique en amplitude d'un filtre passe bas
Avec : R'1 = 1kΩ ; R1 = 1kΩ ; C = 1nF.

Application numérique / 2[nd] cas : R_1' = 10kΩ (avec R_1 = 1kΩ ; C = 1nF).

Le quotient de Vs par Ve devient :

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_1'}{R_1} \times \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} \; avec \; f_0 = \frac{1}{2\pi R_1' C} = \frac{1}{2\pi \times 10^4 \times 10^{-9}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-5}} = 15\,915\; Hz$$

Module du quotient de Vs par Ve :

$$\left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{dB} = 20\log\left(\frac{R_1'}{R_1}\right) - 20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

Quand f grand c'est-à-dire que f=10f_0 :

$$-20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{1 + \left(\frac{10\,f_0}{f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{101} = -20\; dB$$

Quand f est petit c'est-à-dire que f=f_0/10 :

$$-20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{10\,f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{1{,}01} = 0\; dB$$

Enfin, le **gain du montage** est de 20 dB car $G = 20log\frac{R_1'}{R_1} = 20$

Application numérique / 3[e] cas : R_1' = 10kΩ (avec R_1 = 10kΩ ; C = 1nF).

Le quotient de Vs par Ve devient :

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_1'}{R_1} \times \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}} \; avec \; f_0 = \frac{1}{2\pi R_1' C} = \frac{1}{2\pi \times 10^4 \times 10^{-9}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-5}} = 15915\; Hz$$

Module du quotient de Vs par Ve :

$$\left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{dB} = 20\log\left(\frac{R_1'}{R_1}\right) - 20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

Quand f grand c'est-à-dire que f=10f_0 :

$$-20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{1 + \left(\frac{10\,f_0}{f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{101} = -20\; dB$$

Quand f est petit c'est-à-dire que f=f0/10 :

$$-20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{10\,f_0}\right)^2} = -20\log\sqrt{1{,}01} = 0\; dB$$

Enfin, le **gain du montage** est de 0 dB car $G = 20log\frac{R_1'}{R_1} = 0$

On peut donc réaliser le tableau suivant, répertoriant les différents cas :

R_1 en kΩ	**R_1'** en kΩ	**Fréquence de coupure** en Hz	**Gain** en dB
1	**1**	159 154	0
1	**10**	15 915	20
10	**1**	159 154	-20
10	**10**	15 915	0

2. Filtre passe bande

On considère le montage suivant, créant un filtre passe bande et composé d'un filtre passe bas et d'un filtre passe haut. Le cahier des charges fixe les fréquences de coupure et le gain souhaités.

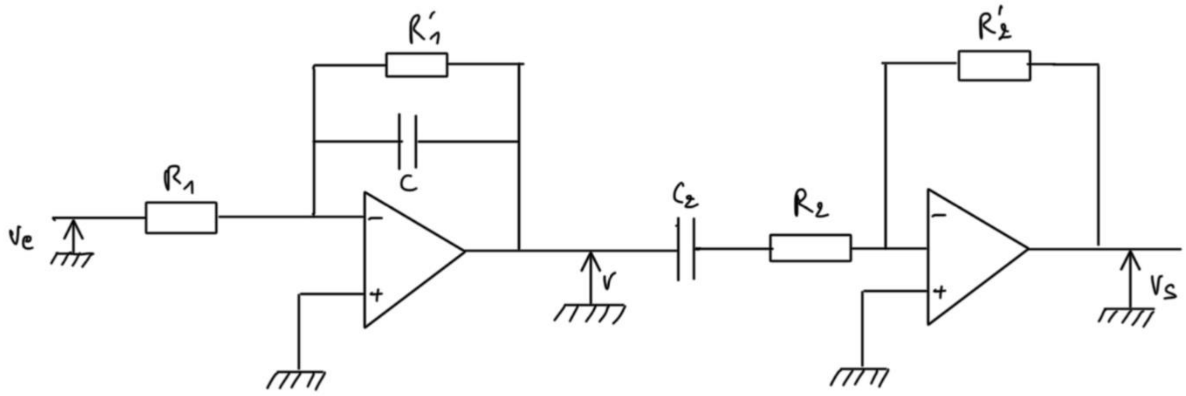

Figure 4 : Filtre passe bande composé d'un filtre passe bas (à gauche de V) et d'un filtre passe haut (à droite de V).

a. Calculs théoriques pour un filtre passe haut

On étudie le filtre passe haut suivant :

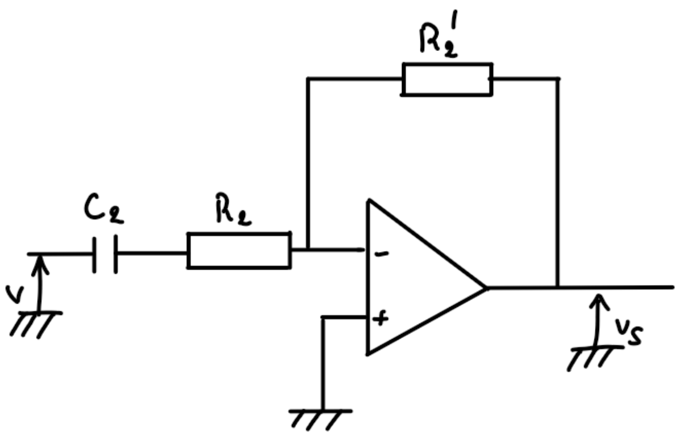

Figure 5 : Montage 2 réalisant un filtre passe haut

On commence par simplifier le montage (loi d'Ohm généralisée) en calculant l'impédance Z_2 de l'ensemble formé par le condensateur C_2 et la résistance R_2. On obtient le montage suivant :

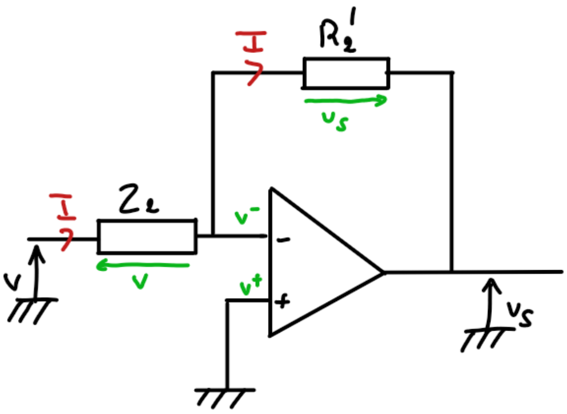

Figure 6 : Montage 2 simplifié

Avec : $Z_2 = \frac{1}{jC_2\omega} + R_2 = \frac{1+jC_2R_2\omega}{jC_2\omega}$

$V^- = V^+ = 0V$ car l'AOP est idéal, on a donc :

$V = Z_2 I$ et $V_s = -R'_2 I$

On peut donc calculer le quotient de Vs par V :

$$\frac{V_s}{V} = \frac{-R'_2}{z_2} \times \frac{-R'_2}{\frac{1+jR_2C_2\omega}{jR_2C_2\omega}} = \frac{-R'_2 \times jC_2\omega}{1+jR_2C_2\omega}$$

$$\frac{V_s}{V} = \frac{R_2}{R_2} \times \frac{-jR'_2C_2\omega}{1+jR_2C_2\omega} = \frac{-R'_2}{R_2} \times \frac{jR_2C_2\omega}{1+jR_2C_2\omega}$$

On a donc :

$$\boxed{\frac{V_s}{V} = -\frac{R'_2}{R_2} \times \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}} \; avec \; \omega_0 = \frac{1}{R_2C_2}}$$

b. Diagramme asymptotique en amplitude pour un filtre passe bande

Calcul de la fonction de transfert :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{V_s}{V} \times \frac{V}{V_e} \, avec :$$

$$\frac{V_s}{V} = -\frac{R'_2}{R_2} \times \frac{j\frac{\omega}{\omega_2}}{1+j\frac{\omega}{\omega_2}} \, avec : \omega_2 = \frac{1}{R_2C_2} \;\; et \;\; \frac{V}{V_e} = -\frac{R'_1}{R_1} \times \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_1}} \, avec : \omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}$$

Cf. paragraphes précédents.

Le quotient de V_s par V_e devient :

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R'_2}{R_2} \times \frac{j\frac{\omega}{\omega_2}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}} \times \left(-\frac{R'_1}{R_1} \times \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \right)$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R'_2 R'_1}{R_2 R_1} \times j\frac{\omega}{\omega_2} \times \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}} \times \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

$$\frac{V_s}{V_e}_{dB} = \frac{R'_2 R'_1}{R_2 R_1} \times j\frac{f}{f_2} \times \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_2}} \times \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_1}} \; avec \; f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \;\; et \; f_2 = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

$$Module : \left|\frac{V_s}{V_e}\right|_{dB} = 20\log\left(\frac{R'_2 R'_1}{R_2 R_1}\right) + 20log\left(\frac{f}{f_2}\right) - 20log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2} - 20log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_1}\right)^2}$$

Le module est donc composé de 4 termes, le gain (en vert), une équation de droite affine (en bleu) et deux équations de passe bas (jaune et gris).

$f_1 = \frac{1}{2\pi R'_1 C} = 15{,}9\ kHz$. Donc si l'on se fie au tableau dressé plus haut (voir 1.a), cela veut dire que :

- R_1' = 10 kΩ ;
- R_1 = 1 kΩ ;
- C = 1 nF.

$f_2 = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = 1{,}59\ kHz$. Ici, on a 2 inconnues. Il est donc nécessaire d'utiliser une autre donnée pour trouver R_2 et C_2.

On sait que G = 0 dB :

$$20\log\left(\frac{R'_1 R'_2}{R_1 R_2}\right) = 0 \Leftrightarrow \log\left(\frac{R'_1 R'_2}{R_1 R_2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{10 R'_2}{R_2} = 1 \Leftrightarrow 10R'_2 = R_2$$

On peut donc prendre R_2 = 10 kΩ et R_2' = 1 kΩ

Vérification :

$$G = 20\log\left(\frac{10 \times 1}{1 \times 10}\right) = 20\log(1) = 0\,dB$$

Maintenant que l'on sait que R_2 = 10 kΩ, on peut calculer C_2 :

$$\frac{1}{2\pi R_2 C_2} = f_2 \Leftrightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi R_2 f2}$$

<u>Application numérique :</u>

$$\frac{1}{2\pi \cdot 10^{-4} \times 1{,}59.10^3} = 1.10^8 = 10.10^{-9}F$$

<u>Bilan des composantes utilisées :</u>

R_1 = 1 kΩ	R_2 = 10 kΩ
R_1' = 10 kΩ	R_2' = 1kΩ
C = 1 nF	C_2 = 10 nF

On peut donc maintenant tracer le diagramme asymptotique en amplitude du filtre passe bande obtenu :

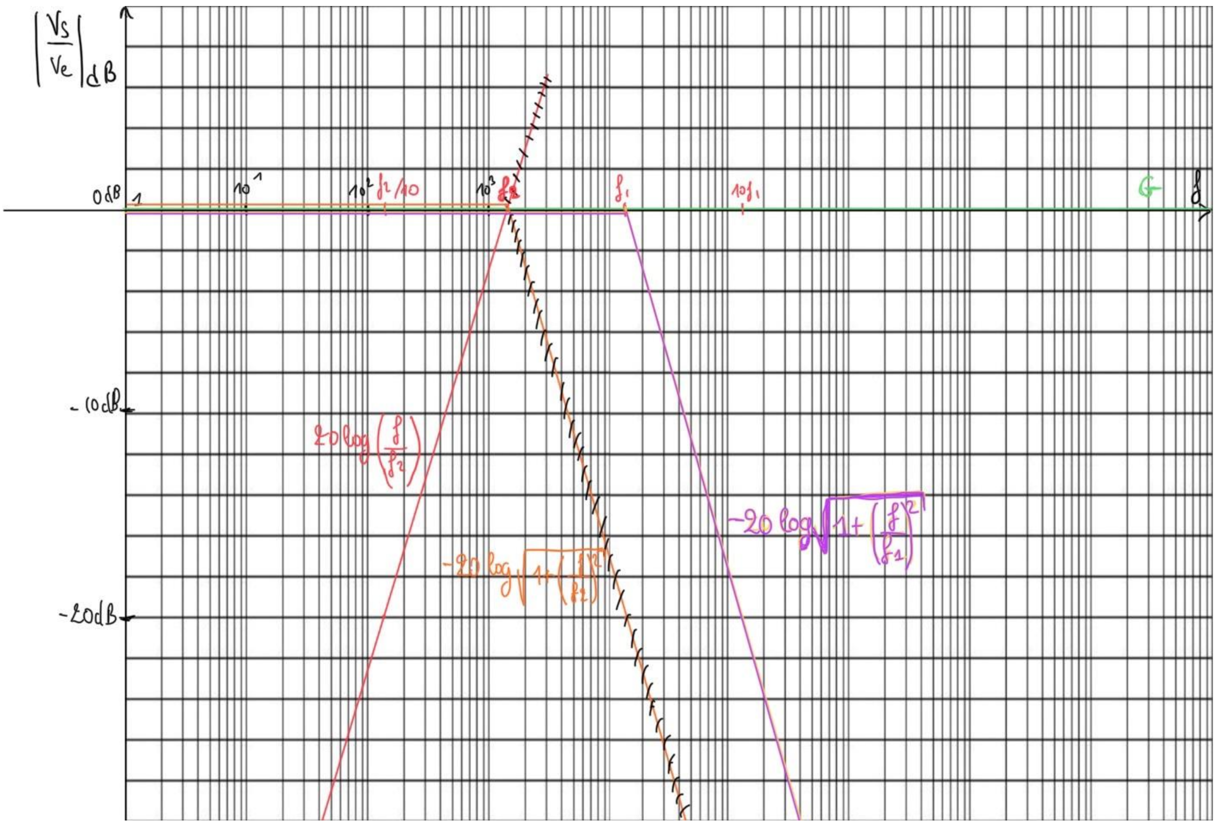

Figure 7 : Diagramme asymptotique en amplitude d'un filtre passe bande
Avec : R'$_1$ = 10kΩ ; avec R_1 = 1kΩ ; C = 1nF
Et : R'$_2$ = 1kΩ ; avec R_2 = 10kΩ ; C = 10nF