МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра методов оптимального управления

Распределение ресурсов в условиях неполной информации

Курсовая работа

Журавлёв Георгий Алексеевич
студента 3 курса,
специальность «экономическая
кибернетика»

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук
доцент Н.М. Дмитрук

Минск, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

С.

ВВЕДЕНИЕ

Задача оптимального распределения ресурсов - это центральная для экономики задача, которая решает проблему наилучшего выбора с точки зрения некоторого критерия варианта использования ограниченных ресурсов. Это общее понятие исследования операций, теории оптимального функционирования социалистической экономики и вообще всех тех разделов экономической науки, которые связаны с материально-вещественной, производственной стороной экономики. Имеется в виду распределение наличных ресурсов по разным работам, технологическим применениям, направлениям конечного использования для получения наибольших результатов. Значение этой проблемы определяется, во-первых, ограниченностью ресурсов (дефицитность ресурсов) и во-вторых, тем, что эффективность ресурсов в разных направлениях (как в производстве, так и в потреблении) может быть различна. Последнее означает, что общая эффективность зависит не только от количества ресурсов, но и от их распределения.
Возьмем каноническую задачу линейного программирования [1, с.35]:

$$\begin{aligned} c'x &\longrightarrow max \\ Ax &= b \\ x &\geq 0, \end{aligned} \tag{0.1}$$

Существует множество методов решения такой задачи. Симплекс метод, численные методы и др. Но такая модель оказывается совершенно неадекватной в реальности, ведь множество параметров не может быть строго фиксированными, ведь на систему как изнутри, так и изве действует множество факторов. Отсюда в таких задачах появляются случайные величины, ограниченные на каком-то промежутке (исходя из условия задачи и/или здравого смысла).

В прошлой работе был рассмотрел подход при котором поставленная задача решалась в трех различных постановках (максимизация дохода, минимизация дисперсии по доходу, минимизация рисков). Использованный подход имел недостаток в виде использования случайных величин и теории вероятности в целом.

В данной работе внимание будет сосредоточенно на задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами. Данный подход даст возможность свести исходную задачу к разрешимым детерменированным задачам линейного программирования.

ГЛАВА 1

ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1.1 Постановка задачи

Предметом нашего внимания будет задача каноническая задача линейного программирования

$$\begin{array}{c} c'x \longrightarrow max \\ Ax = b \\ x \geq 0, \end{array} \tag{1.1}$$

с векторной неизвестной $x \in R^n$ и неопределенными матричными коэффициентами $A \in R^{m,n}, b \in R^m, c \in R^n$ из заданных замкнутых интервалов

$$\mid A - A_0 \mid \leq \Delta A, \quad \mid b - b_0 \mid \leq \Delta b, \quad \mid c - c_0 \mid \leq \Delta c \tag{1.2}$$

Требуется для множества задач (1.1), (1.2) определить понятие решения и разработать методы его нахождения.

1.2 Универсальные планы

Введём в рассмотрение неотрицательный m-вектор ϵ, характеризующий точность выполнения равенства $Ax = b$. Назовем вектор $x \in R^n$ ϵ-планом задачи (1.1), если $x \geq 0$ и $\mid Ax - b \mid \leq \epsilon$ для всех допустимых A, b.

Согласно теореме 1.1 [1, c.13] вектор x будет ϵ-планом тогда и только тогда, когда удовлетворяет неравенствам

$$-\underline{A}x + \overline{b} \leq \epsilon, \quad \overline{A}x - \underline{b} \leq \epsilon, \quad x \geq 0 \tag{1.3}$$

Используя (1.3) и нижнюю оценку линейной формы $c'x$ по допустимым коэффициентам, сформируем аппроксимирующую задачу ЛП

$$\begin{array}{c} c'x \longrightarrow max \\ -\underline{A}x - \epsilon \leq -\overline{b} \\ \overline{A}x - \epsilon \leq \underline{b} \\ x \geq 0 \end{array} \tag{1.4}$$

с неизвестным вектором x. В аппроксимирующей задаче присутствует неизвестная невязка ϵ. Если задать невязку достаточно большой (по норме), то теряется аппроксимативный смысл неравенств (1.4), если малой - то неравенства (1.4) станут несовместными. Поэтому необходимо ввести вспомогательную задачу ЛП для определения минимальной невязки

$$
\begin{aligned}
\epsilon_{m+1} &\longrightarrow min \\
-\underline{A}x - \epsilon &\leq -\overline{b} \\
\overline{A}x - \epsilon &\leq \underline{b} \\
e'\epsilon - \epsilon_{m+1} &\leq 0 \\
x \geq 0, \epsilon &\geq 0
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

Здесь $x, \epsilon, \epsilon_{m+1}$ - неизвестные, e - вектор из R^m с единичными координатами, $e'\epsilon$ - сумма координат (норма) невязки.

Во вспомогательной задаче форма ограничена снизу нулем и ограничения совместны, следовательно она имеет [3, с.176] хотя бы один оптимальный план $(\hat{x}, \hat{\epsilon}, \hat{\epsilon}_{m+1})$. Таким образом решение вспомогательной задачи (1.5) дает универсальный план $\hat{x}$, минимальную невязку $\hat{\epsilon}$ и ее норму $\hat{\epsilon}_{m+1}$.

1.3 Двойственные универсальные планы

1.4 Решение задачи

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Л.Т. Ащепков, Д.В. Давыдов Универсальные решения интервальных задач Институт прикладной математики ДВО-РАН. - М. Наука, 2006. - 151с.

2 Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы: Пер. с англ. - М.: Мир, 1982

3 Васильев Ф.П., Иваницкий А. Ю. Линейное программирование. М.: Факториал, 1998