

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского»
Физико-технический институт
Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

Лабораторная работа №7
по курсу «Алгоритмы и методы вычислений»
на тему: «Многомерная дискретная оптимизация»

Выполнил:
студент 2 курса
группы ИВТ-202(1)
Шор К.А

Проверила:
старший преподаватель
кафедры компьютерной
инженерии и моделирования
Горская И.Ю.

Симферополь, 2022

Лабораторная работа № 7

Цель работы:

1. Изучить и научиться использовать на практике наиболее эффективные прямые и итерационные алгоритмы решения СЛАУ.
2. Написать программу, реализующую два метода численного решения СЛАУ в следующих комбинациях: метод исключения Гаусса с выборкой ведущего элемента, (или Гаусса-Жордана) и Гаусса-Зайделя, или метод группы градиентного (наискорейшего) спуска.

Перед выполнением лабораторной работы:

1. Изучил теоретические сведения в описании данной лабораторной работе
2. Ознакомился с книгами, которые рекомендованы в методичке

Ход работы

Вариант 12

12

$$F = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1; \\ 5x_1 + 3x_2 + 10x_3 \leq 10; \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 3; \\ x_1, x_2 \geq 0; \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z}. \end{array} \right.$$

1. Коммивояжёр

Задача заключается в нахождение маршрута, который проходит через каждый из N данных городов в точности один за другим и при этом имеет наименьшую стоимость

Перейдём к разбору программной реализации данных методов

В качестве языка разработки приложений использовался Excel

Использовался следующий интерфейс

№	Город	Координаты	
		Y(Широта)	X(Долгота)
0	Симферополь	44,95	34,11
1	Москва	55,75	37,62
2	Астрахань	46,35	48,04
3	Барнаул	53,36	83,76
4	Брянск	53,25	34,37
5	Владивосток	43,11	131,87
6	Волгоград	48,72	44,5
7	Воронеж	51,67	39,18
8	Екатеренбург	56,85	60,61
9	Иваново	57	40,97
10	Ижевск	56,85	53,2
11	Иркутск	52,3	104,3
12	Казань	55,79	49,12
13	Калининград	54,71	20,51
14	Кемерово	55,33	86,08
15	Киров	58,6	49,66
16	Краснодар	45,04	38,98
17	Красноярск	56,02	92,87
18	Липецк	52,6	39,57
19	Новгород	56,33	44
20	Новокузнецк	53,76	87,11
21	Новосибирск	55,04	82,93
22	Омск	54,99	73,37
23	Оренбург	51,77	55,1
24	Пенза	53,2	45
25	Пермь	58,01	56,25
26	Ростов	47,23	39,72
27	Рязань	54,63	39,69
28	Питер	59,94	30,31
29	Тула	54,74	37,62
30	Ярославль	57,63	39,87
0	Симферополь	44,95	34,11

На нём можно выбрать количество городов который должен посетить торговец. Каждому городу присваивается свой индивидуальный номер и координаты широты и долготы.

Затем рассчитывается условное расстояние до городов по координатам с помощью теоремы пифагора

=ЕСЛИ(Н\$2=\$F3;0;((ИНДЕКС(\$C\$3:\$D\$34;\$F3+1;1)-ИНДЕКС(\$C\$3:\$D\$34;Н\$2+1;1))^2+(ИНДЕКС(\$C\$3:\$D\$34;\$F3+1;2)-ИНДЕКС(\$C\$3:\$D\$34;Н\$2+1;2))^2)^0,5)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	0
0	0	11	14	50	8	98	11	8	29	14	22	71	19	17	53	21	5	60	9	15	54	50	41	22	14	26	6	11	15	10	14	0
1	11	0	14	46	4	95	10	4	23	4	16	67	12	17	48	12	11	55	4	6	50	45	36	18	8	19	9	2	8	1	3	11
2	14	14	0	36	15	84	4	10	16	13	12	57	10	29	39	12	9	46	11	11	40	36	27	9	7	14	8	12	22	13	14	14
3	50	46	36	0	49	49	40	45	23	43	31	21	35	63	3	35	46	9	44	40	3	2	11	29	39	28	44	44	54	46	44	50
4	8	4	15	49	0	98	11	5	26	8	19	70	15	14	52	16	9	59	5	10	53	49	39	21	11	22	8	5	8	4	7	8
5	98	95	84	49	98	0	88	93	73	92	80	29	84	112	47	84	93	41	93	89	46	50	60	77	87	77	92	93	103	95	93	98
6	11	10	4	40	11	88	0	6	18	9	12	60	8	25	42	11	7	49	6	8	43	39	30	11	5	15	5	8	18	9	10	11
7	8	4	10	45	5	93	6	0	22	6	15	65	11	19	47	13	7	54	1	7	48	44	34	16	6	18	4	3	12	3	6	8
8	29	23	16	23	26	73	18	22	0	20	7	44	12	40	26	11	25	32	21	17	27	22	13	7	16	5	23	21	30	23	21	29
9	14	4	13	43	8	92	9	6	20	0	12	64	8	21	45	9	12	52	5	3	46	42	32	15	6	15	10	3	11	4	1	14
10	22	16	12	31	19	80	12	15	7	12	0	51	4	33	33	4	18	40	14	9	34	30	20	5	9	3	17	14	23	16	13	22
11	71	67	57	21	70	29	60	65	44	64	51	0	55	84	18	55	66	12	65	60	17	22	31	49	59	48	65	65	74	67	65	71
12	19	12	10	35	15	84	8	11	12	8	4	55	0	29	37	3	15	44	10	5	38	34	24	7	5	7	13	10	19	12	9	19
13	17	17	29	63	14	112	25	19	40	21	33	84	29	0	66	29	21	72	19	24	67	62	53	35	25	36	21	19	11	17	20	17
14	53	48	39	3	52	47	42	47	26	45	33	18	37	66	0	37	48	7	47	42	2	3	13	31	41	30	47	46	56	48	46	53
15	21	12	12	35	16	84	11	13	11	9	4	55	3	29	37	0	17	43	12	6	38	33	24	9	7	7	15	11	19	13	10	21
16	5	11	9	46	9	93	7	7	25	12	18	66	15	21	48	17	0	55	8	12	49	45	36	17	10	22	2	10	17	10	13	5
17	60	55	46	9	59	41	49	54	32	52	40	12	44	72	7	43	55	0	53	49	6	10	20	38	48	37	54	53	63	55	53	60
18	9	4	11	44	5	93	6	1	21	5	14	65	10	19	47	12	8	53	0	6	48	43	34	16	5	18	5	2	12	3	5	9
19	15	6	11	40	10	89	8	7	17	3	9	60	5	24	42	6	12	49	6	0	43	39	29	12	3	12	10	5	14	7	4	15
20	54	50	40	3	53	46	43	48	27	46	34	17	38	67	2	38	49	6	48	43	0	4	14	32	42	31	48	47	57	49	47	54
21	50	45	36	2	49	50	39	44	22	42	30	22	34	62	3	33	45	10	43	39	4	0	10	28	38	27	44	43	53	45	43	50
22	41	36	27	11	39	60	30	34	13	32	20	31	24	53	13	24	36	20	34	29	14	10	0	19	28	17	35	34	43	36	34	41
23	22	18	9	29	21	77	11	16	7	15	5	49	7	35	31	9	17	38	16	12	32	28	19	0	10	6	16	16	26	18	16	22
24	14	8	7	39	11	87	5	6	16	6	9	59	5	25	41	7	10	48	5	3	42	38	28	10	0	12	8	5	16	8	7	14
25	26	19	14	28	22	77	15	18	5	15	3	48	7	36	30	7	22	37	18	12	31	27	17	6	12	0	20	17	26	19	16	26
26	6	9	8	44	8	92	5	4	23	10	17	65	13	21	47	15	2	54	5	10	48	44	35	16	8	20	0	7	16	8	10	6
27	11	2	12	44	5	93	8	3	21	3	14	65	10	19	46	11	10	53	2	5	47	43	34	16	5	17	7	0	11	2	3	11
28	15	8	22	54	8	103	18	12	30	11	23	74	19	11	56	19	17	63	12	14	57	53	43	26	16	26	16	11	0	9	10	15
29	10	1	13	46	4	95	9	3	23	4	16	67	12	17	48	13	10	55	3	7	49	45	36	18	8	19	8	2	9	0	4	10
30	14	3	14	44	7	93	10	6	21	1	13	65	9	20	46	10	13	53	5	4	47	43	34	16	7	16	10	3	10	4	0	14
0	0	11	14	50	8	98	11	8	29	14	22	71	19	17	53	21	5	60	9	15	54	50	41	22	14	26	6	11	15	10	14	0

После чего, с помощью поиска решения, минимизируя функцию общего расстояния эволюционным методом с ограничениями на то, что все числа целые разные и от 1 до 30, так как всего 30 город

Параметры поиска решения

✕

Оптимизировать целевую функцию:

\$AR\$3

↑

До:

☐ Максимум

☒ Минимум

☐ Значения:

0

Изменяя ячейки переменных:

\$AN\$4:\$AN\$33

↑

В соответствии с ограничениями:

\$AN\$4:\$AN\$33 <= 30
\$AN\$4:\$AN\$33 = Все разные
\$AN\$4:\$AN\$33 = целое
\$AN\$4:\$AN\$33 >= 1

Добавить

Изменить

Удалить

Сбросить

Загрузить/сохранить

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Эволюционный поиск решения

▼

Параметры

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка

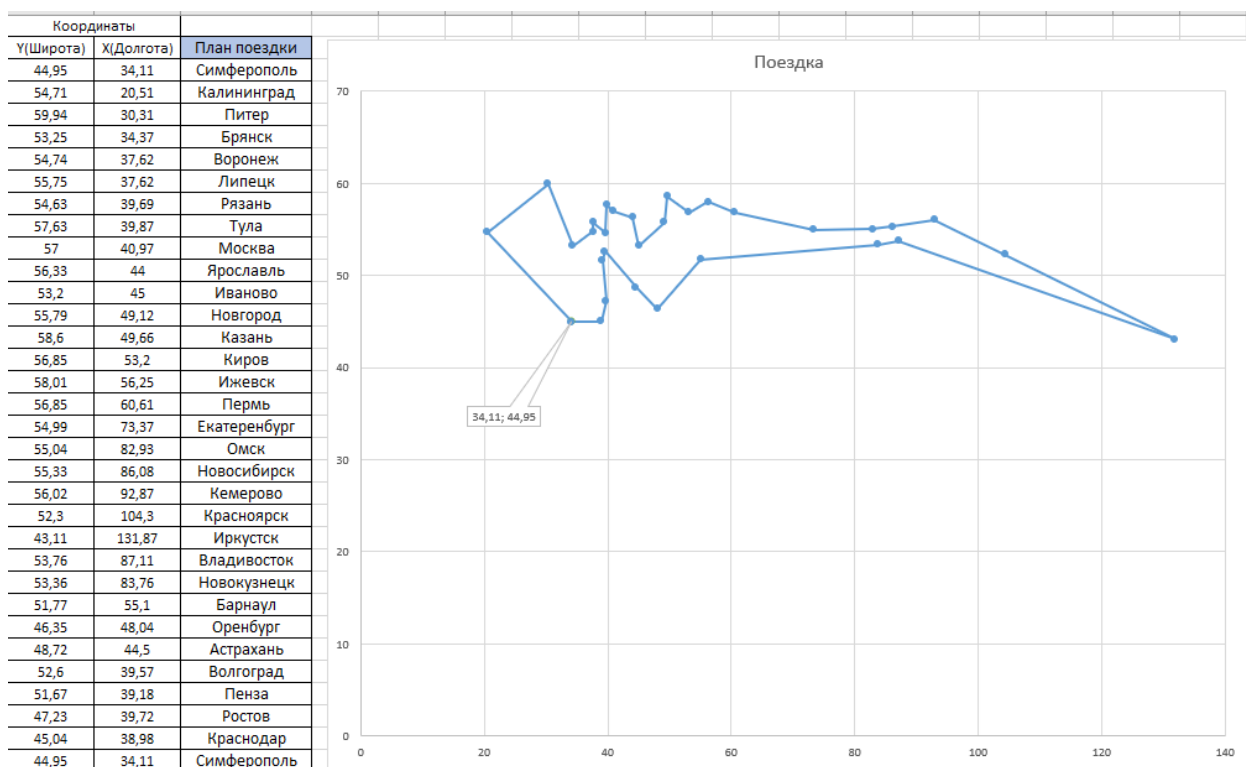
Найти решение

Закрыть

Через некоторое время будет найдено решение и посчитана стоимость и порядок поездки

Порядок	Стоимость	Функция
0		256,43627
13	17	
28	11	
4	8	
29	4	
1	1	
27	2	
30	3	
9	1	
19	3	
24	3	
12	5	
15	3	
10	4	
25	3	
8	5	
22	13	
21	10	
14	3	
17	7	
11	12	
5	29	
20	46	
3	3	
23	29	
2	9	
6	4	
18	6	
7	1	
26	4	
16	2	
0	5	

Основываясь на полученных данных, построим график и удостоверимся в правильности расчётов



Координаты можно проверить на сайте:

<https://geotree.ru/coordinates?lat=52.00000&lon=39.00000&z=5&mlat=52&mlon=39&c=39,52>

2. Метод Ветвей

Принцип работы метода ветвей и границ основан на использовании списка решаемых задач (задач-кандидатов). Если в оптимальном решении задачи какая-либо из переменных, которая по своему смыслу должна быть целочисленной, приняла дробное значение, то в список решаемых задач включаются новые задачи с дополнительными ограничениями, исключающими полученное оптимальное (но нецелочисленное) решение из области допустимых решений, т.е. делающими это решение недопустимым. Для каждой задачи определяется Страница 110 из 110 также ее оценка – граница значения целевой функции (способ определения оценки будет показан ниже). Под оценкой задачи понимается величина, о которой точно известно, что оптимальное значение целевой функции не будет лучше этой величины. Из списка решаемых задач выбирается очередная задача (имеется несколько вариантов метода ветвей и границ, где правила выбора такой задачи могут быть разными). Выбранная задача решается симплексметодом. Если решение выбранной задачи оказывается нецелочисленным, то в нее также вводятся дополнительные ограничения, и полученные задачи включаются в список решаемых задач. Если решение оказывается целочисленным, то все задачи-кандидаты, оценка которых хуже, чем полученное целочисленное решение, исключаются из списка решаемых задач, так как поиск их решения не имеет смысла (целевая функция этих задач в любом случае будет иметь худшее значение, чем в полученном целочисленном решении). Процесс продолжается, пока не будут решены все задачи, входящие в список решаемых задач. Лучшее из полученных целочисленных решений и является оптимальным решением

Перейдём к разбору программной реализации данных методов

В качестве языка разработки приложений использовался Excel

Использовался следующий интерфейс

Шаг 1		
Переменные		
	x1=	
	x2=	
	x3=	
Ограничения		
	Левая часть	Правая часть
$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1;$	0	1
$5x_1 + 3x_2 + 10x_3 \leq 10;$	0	10
$2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 3;$	0	3
Целевая функция		
$F = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$	0	

На нём мы видим наши переменные, ограничения и функцию

С помощью поиска решений мы максимизируем нашу функцию изменяя переменные x_1 , x_2 и x_3 . При этом учитываем ограничения и то, что переменные должны быть больше нуля. Используем симплекс-метод, с параметром игнорировать целочисленные ограничения

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

\$N\$22:\$N\$24 <= \$O\$22:\$O\$24

\$O\$18:\$O\$19 >= 0

Добавить

Изменить

Удалить

Сбросить

Загрузить/сохранить

☐ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Параметры

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка

Параметры

Все методы | Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ | Эв

Точность ограничения:

☐ Использовать автоматическое масштабирование

☐ Показывать результаты итераций

Решение с целочисленными ограничениями

☒ Игнорировать целочисленные ограничения

Целочисленная оптимальность (%):

Получим:

Переменные	
x1=	0
x2=	0,333333333
x3=	0,666666667
Ограничения	
Левая часть	Правая часть
1	1
7,666666667	10
3	3
Целевая функция	
4	

Так как x1 получилось целое, то изменять будем x2, в пределах от 0 до 1:

		$F = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$		4		
		←			→	
		$x_2=0$			$x_2=1$	
		Шаг 2			Шаг 3	
		Переменные			Переменные	
		$x_1=$	0		$x_1=$	0
		$x_2=$	0		$x_2=$	1
		$x_3=$	0,75		$x_3=$	0
		Ограничения			Ограничения	
		Левая часть	Правая часть		Левая часть	Правая часть
$x_1 + x_2 + x_3 \leq 1;$		0,75	1		1	1
$5x_1 + 3x_2 + 10x_3 \leq 10;$		7,5	10		3	10
$2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 3;$		3	3		1	3
x_1		0	0		0	0
		Целевая функция			Целевая функция	
$F = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$		3,75			2	

