Discusión 3

Camilo Medrano

2023-08-08

Temas

1. Problemas de valor inicial.
2. Teorema de existencia y unicidad.
3. Ecuaciones diferenciales por variables separables.
4. Algunos problemas de aplicación de ecuaciones diferenciales.

Problemas

Problema 1

Los parámetros son las constantes C.

Condición inicial: Cuando el valor de x es el mismo. Por ejemplo: Si tenemos una ecuación diferencial de segundo orden $y(a) = b_1$, $y'(a) = b_2$, $y''(a) = b_3$.

Condición de frontera: Cuando el valor de x es diferente. Por ejemplo: $y(1) = a_1$, $y'(2) = a_2$, $y''(3) = a_3$.

> ℹ Evaluar la condición inicial y reemplazar el parámetro.

Se puede representar de varias maneras

$$y(0) = 1$$

$$y_{(x=0)} = 1$$

$$x = 0, \qquad y = 1$$

Se llega a una solución arbitral.

Teorema de existencia de unicidad

> **Teorema**
>
> Sea R una región rectangular en el plano XY definida por $a \leq x \leq b$, $c \leq y \leq d$ que contiene el punto (x_0, y_0) en su interior. Si $f(x, y)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ son continuas en la región R, entonces existe algún intervalo $I_0 : x_0 - \epsilon < x < x_0 + \epsilon$, $\epsilon > 0$, contenido en $a \leq x \leq b$, y una función única $y(x)$ definida en I_0, que es una solución del problema de valores iniciales.

En resumen es que si tenemos

$$f(x, y)$$

y

$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

continuas entonces el teorema garantiza la existencia y unicidad.

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}/\text{condiciones}\}$$

Si el punto esta dentro de la región, la solución existe y es única

Método de separación de variables

Este método simplemente es de llevar la ecuación diferencial a la forma:

$$f(x)dx = g(y)dy$$

Para así integrar ambos lados

$$\int f(x)dx = \int g(y)dy$$

Clarificar que

$$C = C_1 \pm C_2$$

Ejercicios de aplicación

> **Familia ortogonal**: Si se tiene una familia de funciones, por ejemplo $x^2 + y^2 = c$ entonces la familia de ortogonales es $y = mx$. Todas de esta forma son ortogonales a la familia.

Pasos para encontrar la familia ortogonal:

1. Vemos de que orden.

2. Manipular para sustituir constantes.
3. Primera derivada es la pendiente de la recta tangente.
4. $m_p \cdot m_o = -1$
5. Resolver la ecuación diferencial.

Se vieron más problemas de aplicación.