

# Discusión 1

Camilo Medrano

2023-07-17

## Generalidades del Curso

El curso se puede sentir muy fácil o muy difícil, dependiendo si se domina las bases que son: **Álgebra, Derivar, Integrar.**

- Leer el PDF en el aula
- Todo el curso se trata acerca de E.D.O
- Son 5 días hábiles para solicitar diferido y 3 para solicitar revisión

Por septiembre se espera que todo sea presencial.

E.D.O → Ecuaciones diferenciales ordinarias.

Cuentan el Sábado como día hábil.

## Clase Introductoria

Solo vimos 2 ejercicios de los 3 del documento.

[Link del PDF de Samayoa](#)

## Ejercicio 1

→ Identidad de Sophie Germain

$$x^4 + 4y^4 = (x^2 + 2y^2 + 2xy)(x^2 + 2y - 2xy)$$

Caso especial de la Identidad, se hace  $y = 1$ .

### Ejercicio 3

Integrar de 3 formas

$$\int \frac{dx}{x^2 - 2x}$$

1. Fracciones parciales
2. Factorizando
3. Sustitución trigonométrica

Repasar fracciones parciales y las integrales de funciones trigonométricas.

### Ejercicio 2

Determinar la segunda derivada de la siguiente expresión y simplificar su respuesta:

$$f(x) = e^{\alpha x} (c_1 \cos(\beta x) + c_2 \sin(\beta x))$$

No fue realizado en clase.

$$f'(x) = e^{\alpha x} [(\alpha c_1 + \beta c_2) \cos(\beta x) + (\alpha c_2 - \beta c_1) \sin(\beta x)]$$

## Repaso

### Fracciones parciales

#### Caso I – Factores lineales no repetidos

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{\prod_{i=1}^n (a_i x + b_i)}$$

Puede ser escrito como

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{a_i x + b_i}$$

$\prod$  es similar a  $\sum$  solo que en vez de sumar se multiplican los términos.

## Caso II – Factores lineales repetidos

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{(ax + b)^n}$$

Puede ser escrito como

$$\frac{P(x)}{(ax + b)^n} = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(ax + b)^i}$$

Cuando el denominador  $Q(x)$  contiene tanto factores lineales distintos como repetidos, combinamos ambos casos.

## Caso III – Factores cuadráticos no repetidos

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{\prod_{i=1}^n (a_i x^2 + b_i x + c_i)}$$

Deben ser factores cuadráticos irreducibles (cuando  $b^2 - 4ac < 0$ ).

Con la condición de que  $\deg P(x) < 2n$ , se puede escribir como

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i x + B_i}{a_i x^2 + b_i x + c_i}$$

## Caso IV – Factores cuadráticos repetidos

$$\frac{P(x)}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

Puede ser escrito como

$$\frac{P(x)}{(ax^2 + bx + c)^n} = \sum_{i=1}^n \frac{A_i x + B_i}{(ax^2 + bx + c)^i}$$

Similar al **Caso II**.

## Integrales de funciones trigonométricas

Ya que son demasiadas, lo importante aquí es saber deducir la integral, yo en particular no tengo problemas con la integral del:

- $\cos u \, du$
- $\sin u \, du$
- $\tan u \, du$
- $\cot u \, du$

Repasar esas integrales en caso de necesitarlo.

Recordar que  $u = f(x)$  y  $du = f'(x) \, dx$

### Trigonómicas recíprocas

$$\int \csc u \, du = \ln | \csc u - \cot u | + C$$

$$\int \sec u \, du = \ln | \sec u + \tan u | + C$$

### Trigonómicas inversas

Todas salen por integración por partes.

### Sustitución trigonométrica

Basta con recordar que

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$\sec^2 x - 1 = \tan^2 x$$