Шевченко Валерий

Практическая работа 3. «Эмпирическая функция распределения. Поведение в «целом»

Цель работы:

1. ознакомится с методами и результатами оценивания функции при помощи расстояний Колмогорова и Смирнова;
2. ознакомится теоретически и практически с построением доверительной полосы;
3. научить использовать критерии согласия и исследовать их свойства при конечном n.

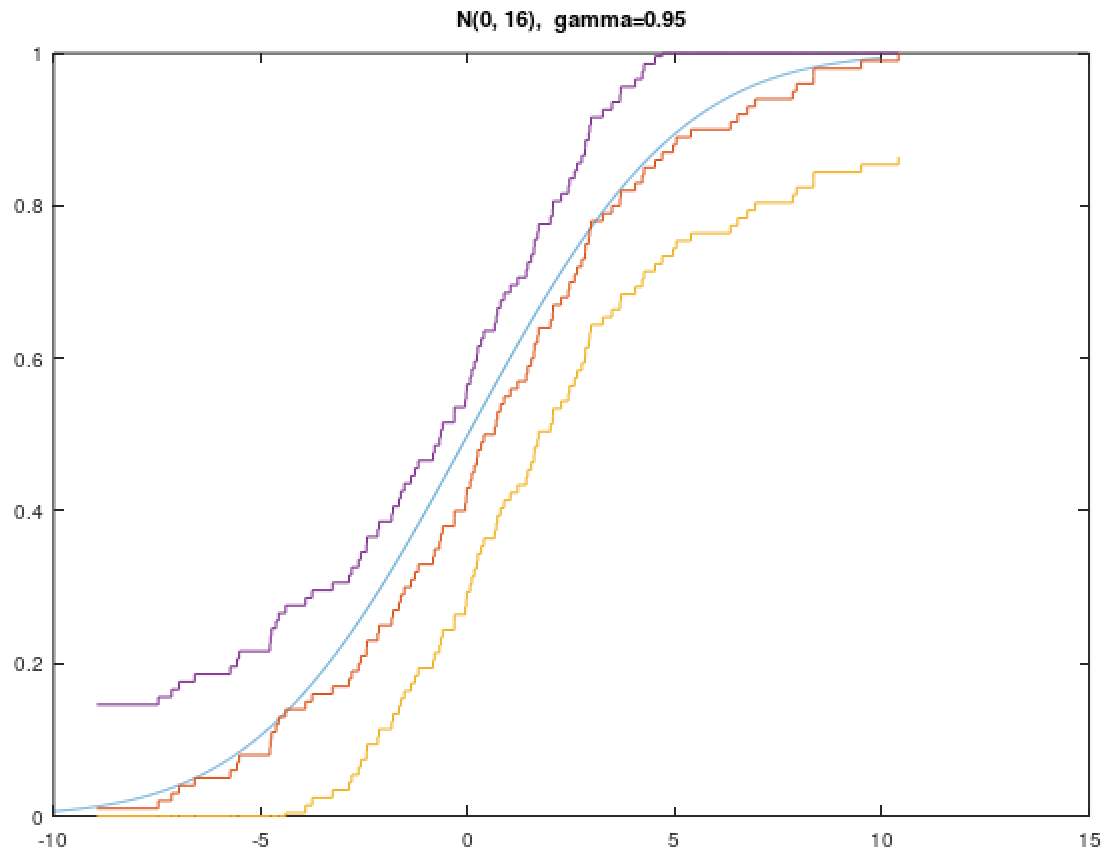
Задание и ход работы

Для случайной величины, распределенной по нормальному закону с параметрами (a,σ^2) , выполнить следующие действия.

1. Задать параметры распределения $X \sim N(a,\sigma^2)$.
2. Построить график $F_X(x)$, используя функцию normcdf.
3. При n=100 построить выборку из генеральной совокупности X.
4. По построенной выборке построить график эмпирической функции распределения $F_n(x)$, используя при построении встроенную функцию [a,b]=stairs(x,y) для построения кусочно-постоянной функции. Учесть при построении, что $F_n(x)$ изменяется на 1/n в каждой следующей точке выборки.
5. Построить доверительную полосу надежности γ =0.95; u(γ)=1.36.
6. На этом же графике построить $F_n(x)$ и $F_X(x)$. Убедится, что функция распределения попадает (?) в доверительную полосу.
7. На основе критерия Колмогорова и на основе критерия Смирнова провести проверку гипотез согласия с фиксированной функцией распределения при n=10^4 и n=10^6.
8. Оценить ошибки I и II рода каждого из критериев.

Аналогично для $X \sim U(a,b)$ равномерно распределенной на $[a,b]$ случайной величины.

Нормальное распределение N(0, 16)



Функция распределения действительно находится внутри доверительной полосы.

Проверка критериев для нормального распределения N(0, 16)

> **Критерий Колмогорова:**
>
> При $n = 10^4 : 1.1668$
>
> При $n = 10^6 : 0.8348$

> **Критерий Смирнова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.3288$
>
> При $n = 10^6 : 0.0882$

Во всех случаях критерии меньше квантилей, значит гипотеза выполняется.

Вероятности ошибок для нормального распределения N(0, 16)

> **I-ого рода, критерий Колмогорова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.02$
>
> При $n = 10^6 : 0.03$

> **I-ого рода, критерий Смирнова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.02$
>
> При $n = 10^6 : 0.01$

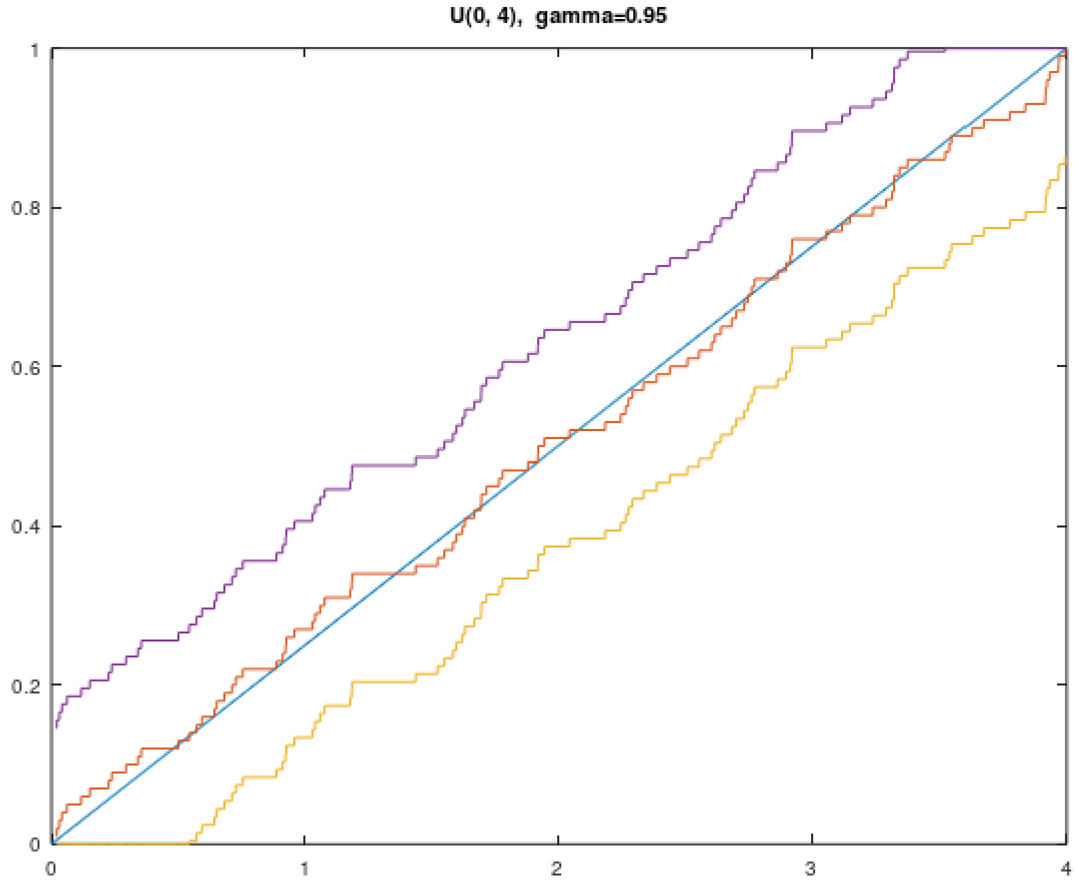
> **II-ого рода, критерий Колмогорова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.51$
>
> При $n = 10^6 : 0$

> **II-ого рода, критерий Смирнова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.42$
>
> При $n = 10^6 : 0$

При увеличении n, вероятность ошибки I-ого рода стремится к $1 - \gamma$.

При увеличении n, вероятность ошибки II-ого рода стремится к 0.

Равномерное распределение U(0, 4)



Функция распределения действительно находится внутри доверительной полосы.

Проверка критериев для равномерно распредления U(0, 4)

> **Критерий Колмогорова:**
>
> При $n = 10^4 : 1.2799$
>
> При $n = 10^6 : 0.6753$

> **Критерий Смирнова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.3492$
>
> При $n = 10^6 : 0.0782$

Во всех случаях критерии меньше квантилей, значит гипотеза выполняется.

Вероятности ошибок для равномерно распредления U(0, 4)

> **I-ого рода, критерий Колмогорова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.06$
>
> При $n = 10^6 : 0.04$

> **I-ого рода, критерий Смирнова:**
>
> При $n = 10^4 : 0.05$
>
> При $n = 10^6 : 0.04$

> **II-ого рода, критерий Колмогорова:**
>
> При $n = 10^4 : 0$

> При $n = 10^6 : 0$

> **II-ого рода, критерий Смирнова:**
>
> При $n = 10^4 : 0$
>
> При $n = 10^6 : 0$

При увеличении n, вероятность ошибки I-ого рода стремится к $1 - \gamma$.

При увеличении n, вероятность ошибки II-ого рода стремится к 0.