

2018-2019 学年度下学期城郊市重点联合体期中考试

高二年级数学试卷(理)

1. 命题范围 (人教 B 版选修 2-2);
2. 考试时间 120 分钟, 满分 150 分;
3. 第 I 卷为客观题满分 60 分; 第 II 卷为主观题, 非选择题满分 90 分;

命题人: 田爽 审核人: 相春宇

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 复数 $\frac{3-i}{1-i}$ 等于 ().
A. $1+2i$ B. $2+i$ C. $1-2i$ D. $2-i$
2. a 为正实数, i 为虚数单位, $\left|\frac{a+i}{i}\right|=2$, 则 $a=$ ().
A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
3. $\int_0^1 (e^x + e^{-x}) dx =$ ().
A. $e + \frac{1}{e}$ B. $e - \frac{1}{e}$ C. $\frac{2}{e}$ D. $2e$
4. 设函数 $y=f(x)$ 可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{3\Delta x}$ 等于 ().
A. $f'(1)$ B. $3f'(1)$ C. $\frac{1}{3}f'(1)$ D. 以上都不对
5. 用反证法证明命题: 若整系数一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有有理根, 那么 a, b, c 中至少有一个是偶数时, 下列假设中正确的是 ().
A. 假设 a, b, c 都不是偶数
B. 假设 a, b, c 都是偶数
C. 假设 a, b, c 至多有一个是偶数
D. 假设 a, b, c 至多有两个是偶数

6. 有一段“三段论”推理是这样的:
对于可导函数 $f(x)$, 如果 $f'(x_0)=0$, 那么 $x=x_0$ 是函数 $f(x)$ 的极值点, 因为函数 $f(x)=x^3$ 在 $x=0$ 处的导数值 $f'(0)=0$, 所以, $x=0$ 是函数 $f(x)=x^3$ 的极值点.

以上推理中 ()

- A. 大前提错误 B. 小前提错误 C. 推理形式错误 D. 结论正确

7. 曲线 $y=x^3-2x+4$ 在点 $(1,3)$ 处的切线的倾斜角为 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 120°

8. 对于数 25, 规定第 1 次操作为 $2^3+5^3=133$, 第 2 次操作为 $1^3+3^3+3^3=55$, 如此反复操作, 则第 2016 次操作后得到的数是 ()

- A. 25 B. 250
C. 55 D. 133

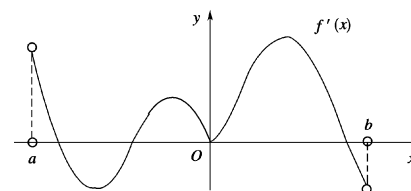
9. 已知函数 $f(x)=-x^3+ax^2-x-1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是单调函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ B. $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$
C. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ D. $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

10. i 表示虚数单位, 则 $i^1 + i^2 + i^3 + \dots + i^{2008}$ 的值是 ()

- A. i B. $-i$ C. 0 D. 1

11. 函数 $f(x)$ 的定义域为开区间 (a, b) , 导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内的图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内有极小值点 ()



- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

12. 设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 分别是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数和偶函数, 当 $x < 0$ 时, $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) > 0$.

且 $g(-3)=0$, 则不等式 $f(x)g(x) < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-3, 0) \cup (0, 3)$ B. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ C. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$ D. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题（每题 5 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）

13. 函数 $y=3x^2-6\ln x$ 的单调增区间为_____.

14. 若复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$ (i 是虚数单位), 则其共轭复数 \bar{z} =_____.

15. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象在点 $M(1, f(1))$ 处的切线方程是 $y=\frac{1}{2}x+2$, 则 $f(1)+f'(1)$ =_____.

16. 直线 $y=a$ 与函数 $f(x)=x^3-3x$ 的图象有相异的三个公共点, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. (10 分) 已知 $z=1+i$, a, b 为实数.

(1) 若 $\omega=z^2+3\bar{z}-4$, 求 $|\omega|$;

(2) 若 $\frac{z^2+az+b}{z^2-z+1}=1-i$, 求 a, b 的值.

18. (12 分) 已知复数 $z=\frac{a^2-7a+6}{a^2-1}+(a^2-5a-6)i$ ($a \in \mathbb{R}$), 试求实数 a 分别取什么值时,

z 分别为:

(1) 实数; (2) 虚数; (3) 纯虚数.

19. (12 分) 已知函数 $f(x)=x+\frac{4}{x}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的定义域及单调区间;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 4]$ 上的最大值与最小值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x)=x^3-\frac{3}{2}ax^2+b$ (a, b 为实数, 且 $a>1$) 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值为 1, 最小值为 -2.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若函数 $g(x)=f(x)-mx$ 在区间 $[-2, 2]$ 上为减函数, 求实数 m 的取值范围.

21. (12 分) 设函数 $f(x)=ax^3+bx+c$ ($a \neq 0$) 为奇函数, 其图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线

$x-6y-7=0$ 垂直, 导函数 $f'(x)$ 的最小值为 -12.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间, 并求函数 $f(x)$ 的极小值.

22. (12 分) 已知 $f(x)=x\ln x$, $g(x)=x^3+ax^2-x+2$.

(I) 如果函数 $g(x)$ 的单调递减区间为 $(-\frac{1}{3}, 1)$, 求函数 $g(x)$ 的解析式;

(II) 在 (I) 的条件下, 求函数 $y=g(x)$ 的图象在点 $P(-1, 1)$ 处的切线方程;

(III) 若不等式 $2f(x) \leq g'(x)+2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.