沈阳市城郊市重点联合体 2018-2019 学年度下学期城郊市重点联合体期中考试高二数学答案及评分标准

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	B	C	A	A	B	B	C	C	A	C

二、填空题（每题 5 分，满分 20 分，将答案填在答题纸上）

13．(1，＋∞)

14． i

15． 3

16．(－2,2)

17.解：（1）$\omega=(1+i)^2+3(1-i)-4=-1-i$ --------------------------------3 分

$|\omega|=\sqrt{2}$ --5 分

（2）$\because \dfrac{z^2+az+b}{z^2-z+1}=\dfrac{(1+i)^2+(1+i)a+b}{(1+i)^2-(1+i)+1}=\dfrac{(2+a)i+b+a}{i}=(a+2)-(b+a)i$

$\therefore (a+2)-(a+b)i=1-i$ --------------------------------8 分

$\therefore \begin{cases} a+2=1 \\ a+b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$ ---------------------------------------10 分

18.（1）当 z 为实数时，

有$\begin{cases} a^2-5a-6=0 \\ a^2-1\neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1\text{或}a=6 \\ a\neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow a=6$，

∴当 $a=6$ 时，z 为实数. --4 分

（2）当 z 为虚数时，

有$\begin{cases} a^2-5a-6\neq 0 \\ a^2-1\neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\neq -1\text{且}a\neq 6 \\ a\neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow a\neq \pm 1\text{且}a\neq 6$，

∴当 a∈（－∞，－1）∪（－1，1）∪（1，6）∪（6，+∞）时，z 为虚数. .----------------------8 分

（3）当 z 为纯虚数时，

有$\begin{cases} a^2-5a-6\neq 0 \\ \dfrac{a^2-7a+6}{a^2-1}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\neq -1\text{且}a\neq 6 \\ a=6 \end{cases} \Rightarrow a\in\varnothing$

∴不存在实数 a 使 z 为纯虚数. ---12 分

19.解：（Ⅰ）函数的定义域为$\{x\mid x\neq 0\}$。 ----------------------------------2 分

$f'(x)=1-\frac{4}{x^2}$， 令 $f'(x)=0$，即 $1-\frac{4}{x^2}=0$， 解得 $x_1=-2$，$x_2=2$。

当 x 变化时，$f'(x)$，$f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,0)$	$(0,2)$	2	$(2,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	−	0	+
$f(x)$	↗	−4	↘	↘	4	↗

因此函数 $f(x)=x+\frac{4}{x}$ 在区间 $(-\infty,-2)$ 内是增函数，在区间 $(-2,0)$ 内是减函数，在区间 $(0,2)$ 内是减函数，在区间 $(2,+\infty)$ 内是增函数。 ---------------------------------6 分

（Ⅱ）在区间[1，4]上，

当 x=1 时，$f(x)$=5；当 x=2 时，$f(x)$=4；当 x=4 时，$f(x)$=5。因此，函数 $f(x)$ 在区间[1，4]上的最大值为 5，最小值为 4. --12 分

20. 解：(1)$f'(x)=3x^2-3ax$，
令 $f'(x)=0$，得 $x_1=0$，$x_2=a$， --------------------------------2 分
∵$a>1$，
∴$f(x)$在$[-1,0]$上为增函数，在$[0,1]$上为减函数.
∴$f(0)=b=1$，
∵$f(-1)=-\frac{3}{2}a$，$f(1)=2-\frac{3}{2}a$，∴$f(-1)<f(1)$，
∴$f(-1)=-\frac{3}{2}a=-2$，$a=\frac{4}{3}$. --------------------------------5 分

∴$f(x)=x^3-2x^2+1$. --------------------------------6 分

(2)$g(x)=x^3-2x^2-mx+1$，$g'(x)=3x^2-4x-m$.
由 $g(x)$在$[-2,2]$上为减函数，
知 $g'(x)\leqslant 0$ 在 $x\in[-2,2]$上恒成立. --------------------------------8 分

∴$\begin{cases}g'(-2)\leqslant 0\\ g'(2)\leqslant 0\end{cases}$，即$\begin{cases}20-m\leqslant 0\\ 4-m\leqslant 0\end{cases}$ ∴$m\geqslant 20$.
∴实数 m 的取值范围是 $m\geqslant 20$. --------------------------------12 分

21. 解：（1）∵ $f(x)$ 为奇函数，∴ $f(-x)=-f(x)$，即 $-ax^3-bx+c=-ax^3-bx-c$

∴ $c=0$， --------------------------------2 分

$\because f'(x)=3ax^2+b$ 的最小值为 -12，$\therefore b=-12$，　　--------------------------------4 分

又直线 $x-6y-7=0$ 的斜率为 $\frac{1}{6}$，因此，$f'(1)=3a+b=-6$，

$\therefore a=2$，$b=-12$，$c=0$．　　--------------------------------6 分

（2）$f(x)=2x^3-12x$。　$f'(x)=6x^2-12=6(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$，列表如下：

x	$(-\infty,-\sqrt{2})$	$-\sqrt{2}$	$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$	$\sqrt{2}$	$(\sqrt{2},+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	增函数	极大	减函数	极小	增函数

所以函数 $f(x)$ 的单调增区间是 $(-\infty,-\sqrt{2})$ 和 $(\sqrt{2},+\infty)$，--------------------------------10 分

$\because f(\sqrt{2})=-8\sqrt{2}$，

$\therefore f(x)$ 的极小值是 $f(\sqrt{2})=-8\sqrt{2}$。　　--------------------------------12 分

22．解：（I）g′（x）$=3x^2+2ax-1$ 由题意 $3x^2+2ax-1<0$ 的解集是 $\left(-\frac{1}{3}，1\right)$

即 $3x^2+2ax-1=0$ 的两根分别是 $-\frac{1}{3}$，1．

将 x=1 或 $-\frac{1}{3}$代入方程 $3x^2+2ax-1=0$ 得 a=－1．

∴g（x）$=x^3-x^2-x+2$．　　--------------------------------3 分

（II）由（Ⅰ）知：g′（x）$=3x^2-2x-1$，∴g′（－1）=4，

∴点 p（－1，1）处的切线斜率 k=g′（－1）=4，

∴函数 y=g（x）的图象在点 p（－1，1）处的切线方程为：

y－1=4（x+1），即 4x－y+5=0．　　--------------------------------6 分

（III）∵2f（x）≤g′（x）+2

即：$2x\ln x\le 3x^2+2ax+1$ 对 x∈（0，+∞）上恒成立

可得 $a\geqslant \ln x-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2x}$对 x∈（0，+∞）上恒成立　　--------------------------------8 分

设 h（x）$=\ln x-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2x}$，则　$h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{3}{2}+\frac{1}{2x^2}=-\frac{(x-1)(3x-1)}{2x^2}$

令 h′（x）=0，得 $x=1$，$x=-\frac{1}{3}$（舍）

当 0＜x＜1 时，h′（x）＞0；当 x＞1 时，h′（x）＜0 --------------------------------10 分

∴当 x=1 时，h（x）取得最大值﹣2

∴a≥﹣2． --------------------------------11 分

∴a 的取值范围是[﹣2，+∞)． --------------------------------12 分