

2018—2019 学年度下学期城郊市重点联合体期中考试

高二年级数学（文）参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	C	C	D	A	B	D	B	C	C	C

13. 6

14. $\frac{9}{2}$

15. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$

16. ④

17. 解: (1) $\omega = (1+i)^2 + 3(1-i) - 4 = -1-i$ -----3 分

$|\omega| = \sqrt{2}$ -----5 分

$$(2) \frac{z^2 + az + b}{z^2 - z + 1} = \frac{(1+i)^2 + (1+i)a + b}{(1+i)^2 - (1+i) + 1} = \frac{(2+a)i + b + a}{i} = (a+2) - (b+a)i$$

$(a+2) - (b+a)i = 1-i$ -----8 分

$$\begin{cases} a+2=1 \\ a+b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \text{ -----10 分}$$

18. 解: (1) 当 z 为实数时,

$$\text{有} \begin{cases} a^2 - 5a - 6 = 0 \\ a^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \text{ 或 } a = 6 \\ a \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow a = 6,$$

$a = 6$ 时, z 为实数. -----4 分

(2) 当 z 为虚数时,

$$\text{有} \begin{cases} a^2 - 5a - 6 \neq 0 \\ a^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \text{ 且 } a \neq 6 \\ a \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow a \neq \pm 1 \text{ 且 } a \neq 6,$$

当 $a \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 6) \cup (6, +\infty)$ 时, z 为虚数 -----8 分

(3) 当 z 为纯虚数时,

$$\text{有} \begin{cases} a^2 - 5a - 6 \neq 0 \\ \frac{a^2 - 7a + 6}{a^2 - 1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \text{ 且 } a \neq 6 \\ a = 6 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$$

不存在实 a 使 z 为纯虚数. -----12 分

19. 解: (1) 2×2 列联表如下:

	年龄不低于 45 岁的人数	年龄低于 45 岁的人数	合计
赞成	10	27	37
不赞成	10	3	13
合计	20	30	50

-----2 分

$$K^2 = \frac{50 \times 10 \times 3 - 10 \times 27}{20 \times 30 \times 37 \times 13} \approx 9.98 > 6.635. \quad \text{-----4 分}$$

所以有 99% 的把握认为“使用微信交流”的态度与人的年龄有关. ----6 分

(2) 设年龄在 $[55, 65]$ 中不赞成“使用微信交流”的人为 A, B, C , 赞成“使用微信交流”的人为 a, b , -----8 分

则从 5 人中随机选取 2 人有 $AB, AC, Aa, Ab, BC, Ba, Bb, Ca, Cb, ab$, 共 10 种结果, 其中 2 人中至少有 1 人不赞成“使用微信交流”的有 $AB, AC, Aa, Ab, BC, Ba, Bb, Ca, Cb$, 共 9 种结果, -----10 分

所以 2 人中至少有 1 人不赞成“使用微信交流”的概率为 $P = \frac{9}{10}$ -----12 分

20.

试题解析:

$$(1) \bar{x} = y = -\frac{3}{4}(x-2) = 4,$$

$$\bar{y} = y = -\frac{3}{4}(x-2) = 5.$$

$$(2) \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i - 5 \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^5 x_i^2 - 5 \bar{x}^2} = y = -\frac{3}{4}(x-2) = 1.23,$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} = 5 - 1.23 \times 4 = 0.08.$$

所以线性回归方程为 $\hat{y} = 1.23x + 0.08$.

-----8 分

(3) 当 $x=10$ 时, $\hat{y} = 1.23 \times 10 + 0.08 = 12.38$ (万元),

即估计使用年限为 10 年时, 维修费用约为 12.38 万元. -----12 分

21 解: (1) 由题可知, 圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta + \rho\sin\theta = 4$, -----4 分

由 $\begin{cases} \rho = 4\sin\theta \\ \rho\cos\theta + \rho\sin\theta = 4 \end{cases}$, 可得 $\begin{cases} \rho = 4 \\ \theta = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \rho = 2\sqrt{2} \\ \theta = \frac{\pi}{4} \end{cases}$, 可得圆 C 和直线 l 的交点的极坐标

为 $\left(4, \frac{\pi}{2}\right)$ 和点 $\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$. -----6 分

(2) 由 (1) 知圆 C 和直线 l 的交点在平面直角坐标系中的坐标为 $(0, 4)$ 和 $(2, 2)$, 那么点 D 的坐标为 $(1, 3)$, -----8 分

又点 C 的坐标为 $(0, 2)$, 所以直线 CD 的普通方程为 $x - y + 2 = 0$, -----10 分

把 $\begin{cases} x = at + 1 \\ y = 2t + b \end{cases}$ (t 为参数) 代入 $x - y + 2 = 0$, 可得 $(a - 2)t + 3 - b = 0$, 则 $\begin{cases} a - 2 = 0 \\ 3 - b = 0 \end{cases}$,
即 $a = 2$, $b = 3$. -----12 分

22. 解: (1) 圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$ 即 $\rho^2 = 2\rho\cos\theta$,
即 $(x - 1)^2 + y^2 = 1$, 表示以 $C(1, 0)$ 为圆心、半径等于 1 的圆. -----4 分

(2) 因为点 A 的直角坐标为 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$,

所以点 A 在直线 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数) 上. -----6 分

把直线的参数方程代入曲线 C 的方程可得

$t^2 + \frac{1 - \sqrt{3}}{2}t - \frac{1}{2} = 0$. -----8 分

由韦达定理可得 $t_1 \cdot t_2 = -\frac{1}{2} < 0$, -----10 分

根据参数的几何意义可得 $|AP| \cdot |AQ| = |t_1 \cdot t_2| = \frac{1}{2}$.

因此 $|AP| \cdot |AQ|$ 的值为 $\frac{1}{2}$. -----12 分