

# 2018—2019 学年度下学期城郊市重点联合体期中考试

## 高二年级数学（文）试卷

1、命题范围：选修 1-2 4-4

2、考试时间 120 分钟 150 分

3、第一卷为客观题 60 分第二卷为主观题 90 分

命题人：田爽 审核人：相春宇

### 第 I 卷（选择题，共 60 分）

#### 一、选择题答案：（每小题 5 分，共 60 分）

1.  $a$  为正实数， $i$  为虚数单位， $\left| \frac{a+i}{i} \right| = 2$ ，则  $a =$  ( )

- A. 1 B.  $\sqrt{3}$  C. 2 D.  $\sqrt{2}$

2. 1、点  $M$  的直角坐标是  $(-1, \sqrt{3})$ ，则点  $M$  的极坐标为 ( )

- A.  $(2, \frac{\pi}{3})$  B.  $(2, -\frac{\pi}{3})$  C.  $(2, 2k\pi + \frac{\pi}{3}), (k \in \mathbb{Z})$  D.  $(2, \frac{2\pi}{3})$

3. 已知某圆锥曲线  $C$  的极坐标方程是  $\rho^2 = \frac{225}{9+16\cos^2\theta}$ ，则曲线  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $\frac{5}{3}$  B.  $\frac{3}{5}$  C.  $\frac{4}{5}$  D.  $\frac{5}{4}$

4. 极坐标方程  $(\rho-1)(\theta-\pi)=0 (\rho \geq 0)$  表示的图形是 ( )

- A. 两个圆 B. 两条直线 C. 一个圆和一条射线 D. 一条直线和一条射线

5. 已知  $i$  为虚数单位， $a \in \mathbb{R}$ ，如果复数  $2i - \frac{a}{1-i}$  是实数，则  $a$  的值为 ( )

- A. -4 B. 2 C. -2 D. 4

6. 如表是降耗技术改造后生产甲产品过程中记录的产量  $x$ （吨）与相应的生产能耗  $y$ （吨标准煤）的几组对应数据，根据表中提供的数据，求出  $y$  关于  $x$  的线性回归方程为  $\hat{y} = 0.7x + 0.35$ ，则表中  $m$  的值为 ( )

$x$	3	4	5	6
$y$	2.5	$m$	4	4.5

- A. 3 B. 3.5 C. 4.5 D. 2.5

7. 用反证法证明命题：“三角形三个内角至少有一个不大于  $60^\circ$ ”时，应假设 ( )

- A. 三个内角都不大于  $60^\circ$   
B. 三个内角都大于  $60^\circ$   
C. 三个内角至多有一个大于  $60^\circ$   
D. 三个内角至多有两个大于  $60^\circ$

8. (2018 湖北鄂州调研) 已知复数  $z = 1 + \frac{2i}{1-i}$ ，则  $1+z+z^2+\dots+z^{2019} =$  ( )

- A.  $1+i$  B.  $1-i$   
C.  $i$  D.  $0$

9. 对于数 25，规定第 1 次操作为  $2^3+5^3=133$ ，第 2 次操作为  $1^3+3^3+3^3=55$ ，如此反复操作，则第 2016 次操作后得到的数是 ( )

- A. 25 B. 250  
C. 55 D. 133

10. 已知变量  $x$  和  $y$  满足关系  $y = 0.1x - 10$ ，变量  $z$  与  $y$  负相关，则下列结论中正确的是 ( )

- A.  $x$  与  $y$  负相关， $x$  与  $z$  负相关  
B.  $x$  与  $y$  正相关， $x$  与  $z$  正相关  
C.  $x$  与  $y$  正相关， $x$  与  $z$  负相关  
D.  $x$  与  $y$  负相关， $x$  与  $z$  正相关

11. 以下四个命题，其中正确的是（ ）

A. 由独立性检验可知，有 99%的把握认为物理成绩与数学成绩有关，某人数学成绩优秀，则他有 99%的可能物理优秀；

B. 两个随机变量相关系越强，则相关系数的绝对值越接近于 0；

C. 在线性回归方程  $\hat{y} = 0.2x + 12$  中，当变量  $x$  每增加一个单位时，变量  $\hat{y}$  平均增加 0.2 个单位；

D. 线性回归方程对应的直线  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  至少经过其样本数据点中的一个点.

12. (2018 新乡、许昌、平顶山调研)复数  $z_1, z_2$  满足  $z_1 = m + (4 - m^2)i, z_2 = 2\cos \theta + (\lambda + 3\sin \theta)i (m, \lambda, \theta \in \mathbf{R})$ ，并且  $z_1 = z_2$ ，则  $\lambda$  的取值范围是( )

A.  $[-1, 1]$  B.  $\left[-\frac{9}{16}, 1\right]$

C.  $\left[-\frac{9}{16}, 7\right]$  D.  $\left[\frac{9}{16}, 7\right]$

## 第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题答案：（每小题 5 分，共 20 分）

13. 直线  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -1 - 3t \end{cases}$ ，（ $t$  为参数），被圆  $\begin{cases} x = 2 + 5\cos \theta \\ y = 1 + 5\sin \theta \end{cases}$ ，（ $\theta$  为参数）所截得的弦长为\_\_\_\_\_。

14. 设  $n$  为正整数， $f(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$ ，计算得  $f(2) = \frac{3}{2}$ ， $f(4) > 2$ ， $f(8) > \frac{5}{2}$ ， $f(16) > 3$ . 观察上述结果，按照上面规律，可推测  $f(128) > \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. (2018 南昌质检)复数  $(3+i)m - (2+i)$  对应的点在第三象限内，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 给出下列命题：

①若  $z \in \mathbf{C}$ ，则  $z^2 \geq 0$ ；

②若  $a, b \in \mathbf{R}$ ，且  $a > b$ ，则  $a + i > b + i$ ；

③若  $a \in \mathbf{R}$ ，则  $(a+1)i$  是纯虚数；

④若  $z = -i$ ，则  $z^3 + 1$  在复平面内对应的点位于第一象限.

其中正确的命题是\_\_\_\_\_. (填上所有正确命题的序号).

三、解答题（本大题共 6 小题，17 题 10 分其他 12 分，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）：

17. (10 分) 已知  $z = 1 + i$ ， $a, b$  为实数.

(1) 若  $\omega = z^2 + 3\bar{z} - 4$ ，求  $|\omega|$ ；

(2) 若  $\frac{z^2 + az + b}{z^2 - z + 1} = 1 - i$ ，求  $a, b$  的值.

18. (12 分) 已知复数  $z = \frac{a^2 - 7a + 6}{a^2 - 1} + (a^2 - 5a - 6)i (a \in \mathbf{R})$ ，试求实数  $a$  分别取什么

值时， $z$  分别为：

(1) 实数；(2) 虚数；(3) 纯虚数.

19. 随着手机的发展，“微信”逐渐成为人们交流的一种形式. 某机构对“使用微信交流”的态度进行调查，随机抽取了 50 人，他们年龄的频数分布及对“使用微信交流”赞成人数如下表.

年龄 (单位：岁)	[15,25)	[25,35)	[35,45)	[45,55)	[55,65)	[65,75]
频数	5	10	15	10	5	5
赞成人数	5	10	12	7	2	1

(1)若以“年龄 45 岁为分界点”，由以上统计数据完成下面  $2 \times 2$  列联表，并判断是否有 99%的把握认为“使用微信交流”的态度与人的年龄有关；

	年龄不低于 45 岁的人数	年龄低于 45 岁的人数	合计
赞成			
不赞成			
合计			

(2)若从年龄在[55,65)的被调查人中随机选取 2 人进行追踪调查，求 2 人中至少有 1 人不赞成“使用微信交流”的概率.

参考数据：

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n=a+b+c+d.$$

20．假设关于某种设备的使用年限  $x$ （年）与所支出的维修费用  $y$ （万元）有如下统计资料：

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

$$\text{已知 } \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 90, \quad \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 112.3.$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x}$$

- (1)求  $\bar{x}$ ， $\bar{y}$ ；
- (2) $x$ 与 $y$ 具有线性相关关系，求出线性回归方程；
- (3)估计使用年限为 10 年时，维修费用约是多少？

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，圆  $C:x^2+y^2-4y=0$ ，直线  $l:x+y-4=0$ .

(1)以原点  $O$  为极点， $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系，求圆  $C$  和直线  $l$  的交点的极坐标；

(2)若点  $D$  为圆  $C$  和直线  $l$  交点的中点，且直线  $CD$  的参数方程为  $\begin{cases} x=at+1 \\ y=2t+b \end{cases}$  ( $t$  为参数)，

求  $a$ ， $b$  的值.

22. 已知圆 C 的极坐标方程为  $\rho =2\cos \theta$  , 直线 l 的参数方程为  $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}t \end{cases}$  (t 为参数), 点 A

的极坐标为  $(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\pi}{4})$ , 设直线 l 与圆 C 交于点 P, Q 两点.

- (1)写出圆 C 的直角坐标方程；
- (2)求  $|AP| \cdot |AQ|$  的值.