**函数测试**

一、选择题（本大题共**12**小题，共**60.0**分）

1. 下列函数中在区间上为增函数的是

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】解：对于*A*，函数的对称轴是，函数在递减，不合题意；  
对于*B*，函数在*R*递减，不合题意；  
对于*C*，函数在递增，符合题意；  
对于*D*，函数在递减，不合题意；  
故选：*C*．  
根据常见函数的单调性判断即可．  
本题考查了常见函数的性质，考查函数的单调性问题，是一道基础题．

1. 函数的定义域为

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】【分析】  
本题考查了函数的定义域，考查学生的计算能力，属于基础题．  
根据对数函数的性质以及二次根式的性质列出不等式．  
【解答】  
解：由题意得：，  
解得且，  
函数的定义域为．  
故选*A*．



1. 函数的单调增区间是

A. B. C. D.

【答案】*D*

【解析】【分析】  
本题考查复合函数的单调性，解题的关键是确定函数的定义域，再确定内外函数的单调性．  
确定函数的定义域，再确定内外函数的单调性，即可求得结论．  
【解答】  
解：由，可得或  
的单调增区间是，在上单调增  
函数的单调增区间是，  
故选*D*．

1. 若函数在区间上单调递增，则实数*a*的取值范围是

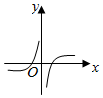
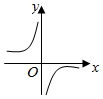
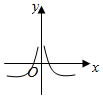
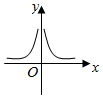
A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】解：令，  
函数在区间上单调递增，  
又外层函数为定义域内的增函数，  
需要内层函数在区间上单调递增，且其最小值大于0，  
即，解得：．  
实数*a*的取值范围是．  
故选：*A*．  
由复合函数为增函数，且外函数为增函数，则只需内函数在区间上单调递增且其最小值大于0，由此列不等式组求解*a*的范围．  
本题考查了复合函数的单调性，关键是注意真数大于0，是中档题．

1. 函数的图象大致是

A. B.   
C. D.



【答案】*D*

【解析】【分析】  
本题考查函数的图象及奇偶性，判断函数的奇偶性，利用特殊值判断函数值的即可．  
【解答】  
解： 因为函数是奇函数，所以选项*A*，*B*不正确；  
当时，，图象的对应点在第一象限，  
所以*D*正确，*C*错误．  
故选*D*．

1. 已知函数在定义域上是单调减函数，且，则*a*的取值范围是

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】【分析】  
本题主要考查函数的单调性和定义域，属于基础题．  
由条件利用函数的单调性和定义域，列出不等式组，解不等式组求得*a*的取值范围．

【解答】  
解：函数在定义域上是单调减函数，且，则，  
求得，  
故选：*A*．

1. 若“，使得成立”是假命题，则实数的取值范围为

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】解：若“，使得成立”是假命题，  
即“，使得成立”是假命题，  
由，当时，函数取最小值，  
故实数的取值范围为，  
故选：*A*若“，使得成立”是假命题，即“，使得成立”是假命题，结合对勾函数的图象和性质，求出时，的最值，可得实数的取值范围．  
本题以命题的真假判断与应用为载体，考查了特称命题，函数恒成立问题，对勾函数的图象和性质等知识点，难度中档．

1. 若关于*x*的不等式在上恒成立，则实数*a*的取值范围是

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】解：不等式在上恒成立，等价为不等式在上恒成立，  
设，则函数在上为增函数，  
当时，函数取得最大值，  
则，  
故选：*A*   
利用参数分离法进行转化，构造函数求函数的最大值即可得到结论．  
本题主要考查函数恒成立问题，利用参数分离法转化为求函数的最值是解决本题的关键．

1. 对于函数，，，判断如下三个命题的真假：命题甲：是偶函数；命题乙：在上是减函数，在上是增函数；命题丙：在上是增函数能使命题甲、乙、丙均为真的所有函数的序号是

A. B. C. D.

【答案】*D*

【解析】解：若则：  
是偶函数，此时命题甲为真；  
在上是减函数，在上是增函数；此时命题乙为真；  
，此时有，故在上不是单调递增的；此时命题丙为假．  
则：  
是偶函数，此时命题甲为真；  
在上是减函数，在上是增函数；此时命题乙为真；  
但在上是增函数的；此时命题丙为真．  
若，则：  
是不偶函数，此时命题甲为假；  
故选*D*．  
要判断题目中给出的三个函数中，使命题甲、乙、丙均为真的所有函数的序号，我们可将题目中的函数一一代入命题甲、乙、丙进行判断，只要有一个命题为假，即可排除，不难得到最终的答案．  
本题综合的考查了多个函数的性质，在处理时，我们根据各种函数的性质，对题目中的结论逐一进行判断易得结论，熟练掌握各种基本函数的性质，包括单调性、奇偶性、周期性、对称性等，是解决本题的关键．

1. 已知，则函数的最小值是

A. 5 B. 4 C. 8 D. 6

【答案】*B*

【解析】【分析】  
本题主要考查已知复合函数的定义域，求复合函数的最值以及利用基本不等式求复合函数最值得解题方法．  
先观察复合函数的形式，是二次函数除以一次函数的形式，容易联想到把分子二次函数进行配方化为分母的平方再加上常数4，  
然后分子除以分母再结合复合函数的定义域刚好满足基本不等式的形式和应用条件，即“一正二常三相等”，  
解答本题的关键是基本不等式的应用条件即“一正二常三相等”的准确灵活运用．  
【解答】  
解：  
由已知及基本不等式，得  
且，  
当且仅当即时取等号，  
故当时，函数的最小值是4，  
故选*B*．

1. 已知函数，则下列说法正确的是

A. 有最大值，无最小值 B. 有最大值，最小值  
C. 有最大值，无最小值 D. 有最大值2，最小值

【答案】*A*

【解析】【分析】

此题考查利用函数的单调性求函数的最大值、最小值，关键是判断函数的单调性．

【解答】

解：设

则，

因为，，，

所以，

即，

所以函数在上单调递减，

则函数的最大值为，

无最小值．

故选*A*．

1. 已知定义域为，则的定义域为

A. B. C. D.

【答案】*B*

【解析】【分析】  
本题考查了求函数定义域的应用问题，解题时应注意：一般题目中的定义域是指自变量的取值范围，是基础题目．  
根据的定义域得出*x*的取值范围，从而求出的取值范围，再求的定义域即可．  
【解答】  
解：根据定义域为，得，  
，  
；  
令，  
得，  
即；  
所以的定义域为  
故选*B*．

二、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知指数函数在内是增函数，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_ ．

【答案】

【解析】解：指数函数在内是增函数，  
，  
，  
实数*a*的取值范围是．  
故答案为：．  
利用指数函数在内是增函数可知，从而可求实数*a*的取值范围．  
本题考查指数函数的单调性，属于基础题．

1. 函数的最大值为\_\_\_\_\_\_ ．

【答案】2

【解析】解：当时，，  
当时，取得等号；  
当时，，  
当时，取得等号．  
即有的最大值为2．  
故答案为：2．  
分别求得的最大值，的最大值，再求较大的即可得到．  
本题考查分段函数的运用：求最值，考查函数的最值的求法，属于基础题．

1. 设函数，则使得成立的*x*的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：函数，  
，  
故函数为偶函数，  
当时，   
恒成立  
函数为增函数，  
若使得成立，  
则，即，  
解得：，  
故答案为：  
由已知可得函数为偶函数，且时函数为增函数，则将可化为：，即，解得答案．  
本题考查的知识点是函数的单调性，函数的奇偶性，是函数图象和性质的综合应用．

1. 若是奇函数，是偶函数，且，则 \_\_\_\_\_\_ ．

【答案】

【解析】【分析】  
本题考查函数的奇偶性的性质及函数解析式，由，知，由是奇函数，是偶函数，知，解方程组即可求．  
【解答】  
解：，  
，  
是奇函数，是偶函数，  
，  
，得，  
，  
．  
故答案为．

三、解答题（本大题共**4**小题，共**48.0**分）

1. 已知是定义在*R*上的奇函数，且当时，．  
   求函数的解析式；  
   当时，不等式恒成立，求实数*a*的取值范围．

【答案】解：当时，，，  
又是奇函数，，  
故分  
当时，  
故，  
得．  
是奇函数，  
得．  
又是减函数，所以恒成立．  
令，，则，  
得对恒成立．  
解法一：令，，  
，解得，  
解法二：，恒成立，  
在单调递减，在单调递增，  
，  
．

【解析】根据奇函数的性质即可求出；  
根据函数的单调性和奇函数的性质可得不等式恒成立，，问题转化为得对恒成立，根据二次函数的性质即可求出．  
本题考查函数的奇偶性，涉及函数恒成立和二次函数区间的最值，属中档题．

1. 已知定义域为*R*的函数是奇函数．  
   Ⅰ求*a*，*b*的值；  
   Ⅱ若对任意的，不等式恒成立，求*k*的取值范围．

【答案】解：Ⅰ因为是奇函数，所以，  
即  
又由知．  
所以，．  
经检验，时，是奇函数．  
Ⅱ由Ⅰ知，  
易知在上为减函数．  
又因为是奇函数，  
所以等价于，  
因为为减函数，由上式可得：．  
即对一切有：，  
从而判别式．  
所以*k*的取值范围是．

【解析】本题主要考查函数奇偶性与单调性的综合应用；同时考查一元二次不等式恒成立问题的解决策略．  
Ⅰ利用奇函数定义，在中的运用特殊值求*a*，*b*的值；  
Ⅱ首先确定函数的单调性，然后结合奇函数的性质把不等式转化为关于*t*的一元二次不等式，最后由一元二次不等式知识求出*k*的取值范围．

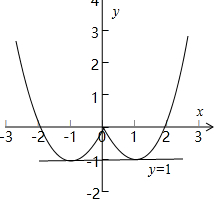
1. 已知函数是指数函数．  
   求的表达式；  
   判断的奇偶性，并加以证明   
   解不等式：．

【答案】解：函数是指数函数，且，  
，可得或舍去，  
；  
由得，  
，  
，  
是奇函数；  
不等式：，以2为底单调递增，  
即，  
，  
解集为

【解析】本题考查指数函数，考查函数的奇偶性，考查不等式的解法，属于中档题．  
利用指数函数的定义，求出*a*，即可求的表达式；  
，即可判断的奇偶性；  
不等式：，即，即可解不等式：．

1. 已知函数是定义在*R*上的偶函数，且当时，．  
   求及的值；  
   求函数在上的解析式；  
   若关于*x*的方程有四个不同的实数解，求实数*m*的取值范围．

【答案】解：根据题意，当时，，  
则，，  
又由函数为偶函数，则，  
则；  
设，则，  
则有，  
又由函数为偶函数，  
则，  
则当时，，  
即函数在上的解析式为；  
若方程有四个不同的实数解，则函数与直线有4个不同的交点，  
当或1时，取最小值为，而的图象如图：  
  
分析可得．  
故*m*的取值范围是．



【解析】本题考查偶函数的性质以及函数的图象，涉及方程的根与函数图象的关系，注意利用数形结合法分析．  
根据题意，由函数的解析式，将代入函数解析式即可得的值，同理可得的值，利用函数的奇偶性分析可得的值；  
设，则，由函数的解析式分析的解析式，进而由函数的奇偶性分析可得答案；  
若方程有四个不同的实数解，则函数与直线有4个交点，作出函数的图象，由数形结合法分析即可得答案．