**2014-2015学年辽宁省沈阳市铁路实验中学高二（下）期末数学试卷（文科）**

副标题

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |

一、选择题（本大题共**12**小题，共**60.0**分）

1. 设集合，，则集合等于

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】解：由题意得，，  
又集合，则，  
故选：*C*．  
先求出集合*B*，再由交集的运算求出．  
本题考查交集及其运算，属于基础题．

1. 下列函数中，其图象既是轴对称图形又在区间上单调递增的是

A. B. C. D.

【答案】*D*

【解析】解：对于*A*，函数的图象是中心对称图形，不是轴对称图形，不满足题意；  
对于*B*，函数的图象是轴对称图形，在区间上是单调减函数，不满足题意；  
对于*C*，函数的图象不是轴对称图形，不满足题意；  
对于*D*，函数的图象是关于直线对称的图形，且在区间上是单调增函数，满足题意．  
故选：*D*．  
根据题意，结合常见的基本初等函数的图象与性质，对选项中的函数进行判断即可．  
本题考查了基本初等函数的图象与性质的应用问题，是基础题目．

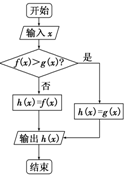
1. 若*i*为虚数单位，则*ab*等于

A. B. C. 3 D. 15

【答案】*B*

【解析】解：，  
，  
，  
由复数相等可得且，  
解得，，  
   
故选：*B*   
变形已知式子由复数相等可得*a*和*b*的方程组，解方程组可得*a*和*b*的值，相乘可得答案．  
本题考查复数的代数形式的乘除运算，涉及复数相等，属基础题．

1. 如图，若，，输入，则输出



A.   
B.   
C.   
D.

|  |
| --- |
|  |

【答案】*D*

【解析】解：取与中的较小值，  
即，  
，  
．  
   
故输出结果为：   
故选：*D*．  
分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是判断并输出取与中的较小值．  
分析流程图后，易得程序的功能是计算并输出分段函数的值，则可以转化为一个数学问题，将入代入计算出，的函数值，代入分段函数即可得到答案．

1. 下列选项中，说法正确的是

A. 命题“，”的否定是“，”  
B. 命题“为真”是命题“为真”的充分不必要条件  
C. 命题“若，则”是假命题  
D. 命题“若，则”的逆否命题为真命题

【答案】*C*

【解析】解：由于命题“，”的否定是“对任意，”，故*A*不对．  
由命题“为真”不能推出命题“为真”，故命题“为真”不是命题“为真”的充分条件，  
故*B*不对．  
由，不能推出，例如由“”不能推出“”，  
故“若，则”是假命题，故*C*正确．  
由于“若，则”的逆否命题为“若则”，显然是假命题，故*D*不对．  
故选*C*．  
根据“命题的否定”的定义可得*A*不对；由命题“为真”不能推出命题“为真”，可得*B*不对；  
通过举反例可得*C*正确；求出“若，则”的逆否命题，判断是假命题，故*D*不对，从而得而出结论．  
本题主要考查命题的真假的判断，通过举反例来说明某个命题不正确，是一种简单有效的方法，属于基础题．

1. 求函数零点的个数为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】*C*

【解析】解：，，  
在上单调递增，在上单调递减，在上上单调递增，  
所以当时，取到极大值，  
所以当时，取到极小值，  
所以函数零点的个数为3   
故选*C*   
通过求导研究函数的单调性和极值与0的大小即可得到答案．  
本题考查函数零点个数的判断，注意利用导数判断函数的单调性、极值在判断函数零点个数中的应用．

1. 演绎推理“因为对数函数且是增函数，而函数是对数函数，所以是增函数”所得结论错误的原因是(    )

A. 大前提错误 B. 小前提错误  
C. 推理形式错误 D. 大前提和小前提都错误

【答案】*A*

【解析】解：当时，函数且是一个增函数，  
当时，此函数是一个减函数  
且是增函数这个大前提是错误的，  
从而导致结论错．  
故选*A*．  
对于对数函数来说，底数的范围不同，则函数的增减性不同，当时，函数是一个增函数，当时，对数函数是一个减函数，对数函数且是增函数这个大前提是错误的．  
本题考查演绎推理的基本方法，考查对数函数的单调性，是一个基础题，解题的关键是理解函数的单调性，分析出大前提是错误的．

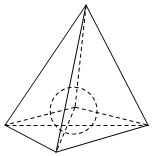
1. 设的三边长分别为*a*、*b*、*c*，的面积为*S*，内切圆半径为*r*，则，类比这个结论可知：四面体的四个面的面积分别为、、、，内切球半径为*R*，四面体的体积为*V*，则(    )

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】【分析】  
本题主要考查类比推理，类比推理是指依据两类数学对象的相似性，将已知的一类数学对象的性质类比迁移到另一类数学对象上去一般步骤：找出两类事物之间的相似性或者一致性用一类事物的性质去推测另一类事物的性质，得出一个明确的命题或猜想．  
根据平面与空间之间的类比推理，由点类比点或直线，由直线 类比直线或平面，由内切圆类比内切球，由平面图形面积类比立体图形的体积，结合求三角形的面积的方法类比求四面体的体积即可．  
【解答】

解：设四面体的内切球的球心为*O*，如图所示：  
  
​  
则球心*O*到四个面的距离都是*R*，  
所以四面体的体积等于以*O*为顶点，  
分别以四个面为底面的4个三棱锥体积的和．  
则四面体的体积为  
  
故选*C*．



1. 已知，则函数在点处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为

A. B. C. 1 D. 2

【答案】*A*

【解析】【分析】  
先求出，再对函数进行求导，求出在处的导数值即为切线的斜率值，从而写出切线方程，然后求出切线方程与两坐标轴的交点可得三角形面积．  
本题主要考查导数的几何意义，即函数在某点处的导数值等于该点的切线的斜率属基础题．  
【解答】  
解：，即有，  
，，又，  
即有曲线在点处的切线为：，  
即，它与坐标轴的交点为：，，  
则．  
故选：*A*．

1. 函数在内有极小值，则实数*a*的取值范围是

A. B. C. D.

【答案】*B*

【解析】解：根据题意，有极小值则方程有解  
   
   
所以是极小值点  
所以   
   
   
故选*B*   
先对函数求导，函数在内有极小值，得到导函数等于0时，求出*x*的值，这个值就是函数的极小值点，使得这个点在上，求出*a*的值．  
本题考查函数在某一点取得极值点条件，本题解题的关键是在一个区间上有极值相当于函数的导函数在这一个区间上有解．



1. 若函数的定义域被分成了四个不同的单调区间，则实数*a*的取值范围是

A. B. C. 或 D.

【答案】*A*

【解析】解：函数   
   
若函数的定义域被分成了四个不同的单调区间  
则函数的对称轴在*y*轴右侧且函数的对称轴在*y*轴左侧  
即且   
解得   
故选*A*   
利用零点分段法将将函数化为分段函数的形式，进而根据二次函数的图象和性质，可得实数*a*的取值范围．  
本题的知识点是二次函数的性质，其中熟练掌握二次函数的图象和性质是解答本题的关键．

1. 函数的定义域是*R*，，对任意，，则不等式的解集为

A. B.   
C. ，或 D. ，或

【答案】*A*

【解析】解：令，  
则   
对任意，，  
恒成立  
即在*R*上为增函数  
又，   
故的解集为   
即不等式的解集为   
故选：*A*．  
构造函数，结合已知可分析出函数的单调性，结合，可得不等式的解集．  
本题考查的知识点是函数单调性的性质，导数的运算，其中构造出函数，是解答的关键．

二、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 函数的定义域为\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：要使函数有意义，则，  
得，  
即，  
故函数的定义域为，  
故答案为：  
根据函数成立的条件即可求函数的定义域．  
本题主要考查函数的定义域的求解，要求熟练掌握常见函数成立的条件．

1. 2012年1月1日，某地物价部门对该地的5家商场的某商品一天的销售量及其价格进行调查，5家商场该商品的售价*x*元和销售量*y*件之间的一组数据如表所示，由散点图可知，销售量*y*与价格*x*之间有较好的线性相关关系，其线性回归直线方程是，则\_\_\_\_\_\_．

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 价格元 | 9 |  | 10 |  | 11 |
| 销售量件 | 11 | 10 | 8 | 6 | 5 |

【答案】40

【解析】解：由题意，，  
线性回归直线方程是，  
  
  
故答案为：40  
先计算平均数，再利用线性回归直线方程恒过样本中心点，即可得到结论．  
本题考查线性回归方程，利用线性回归直线方程恒过样本中心点是解题的关键．

1. 已知，，，若，*t*均为正实数，则类比以上等式，可推测*a*，*t*的值，\_\_\_\_\_\_．

【答案】41

【解析】解：观察下列等式  
，，，  
照此规律，第5个等式中：，  
．  
故答案为：41．  
观察所给的等式，等号右边是，，第*n*个应该是，左边的式子，写出结果．  
本题考查归纳推理，考查对于所给的式子的理解，主要看清楚式子中的项与项的数目与式子的个数之间的关系，本题是一个易错题．

1. 设是定义在*R*上的偶函数，且对于恒有，已知当时，则  
   的周期是2；  
   在上递减，在上递增；  
   的最大值是2，最小值是1；  
   当时，   
   其中正确的命题的序号是\_\_\_\_\_\_ ．

【答案】、、

【解析】解：对于恒有，  
的周期是2；故正确；  
当时，，  
在上是减函数，  
在上递减，故不正确；  
当时，，且的周期是2，是定义在*R*上的偶函数；  
，；故正确；  
当时，，又，  
当时，，  
当时，，故正确；  
故答案为：、、．  
由可知函数的周期为2，  
由在上是减函数知在上递减，  
由函数的周期性知求在上的最值即可，  
由函数的周期性求时的解析式即可．  
本题考查了函数的性质的判断与应用，同时考查了抽象函数的应用，属于中档题．

三、解答题（本大题共**8**小题，共**94.0**分）

1. 设命题*p*：实数*x*满足，其中，命题*q*：实数*x*满足．  
   Ⅰ若，且为真，求实数*x*的取值范围；  
   Ⅱ若是的充分不必要条件，求实数*a*的取值范围．

【答案】解：时，命题*p*：   
命题*q*：，  
为真，即*p*和*q*均为真，故实数*x*的取值范围是   
是的充分不必要条件是*p*的充分不必要条件，即，反之不成立．  
即*q*中的不等式的解集是*p*中的不等式解集的子集．  
由知命题*q*：，  
命题*p*：实数*x*满足   
由题意，所以命题*p*：，  
所以，所以

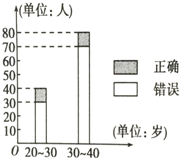
【解析】为真，即*p*和*q*均为真，分别解出*p*和*q*中的不等式，求交集即可；  
是的充分不必要条件是*p*的充分不必要条件，即，反之不成立．  
即*q*中的不等式的解集是*p*中的不等式解集的子集．  
本题考查复合命题的真假、充要条件的判断、解二次不等式等知识，考查知识点较多，但难度不大．

1. 已知函数，，．  
   求的解析式并判别的奇偶性；  
   用定义证明：函数在*R*上是单调递减函数；  
   求函数的值域．

【答案】解：由，得，故，-------------分   
则，-----------------------------------分   
又，  
故是奇函数---------------------------------------分   
设，--------------------分   
，  
，  
又，，  
，  
即，-------分   
则函数在*R*上是单调递减函数--------------分   
-----------------------分   
，，--------------------分   
，---------------------------分   
故函数的值域为---------------------------------分

【解析】先求出*a*，即可求的解析式并判别的奇偶性；  
利用单调性的定义即可证明：函数在*R*上是单调递减函数；  
根据分式公式的性质结合指数函数的单调性进行求解值域即可．  
本题主要考查函数解析式以及函数奇偶性和单调性的判断和应用，综合考查函数的性质，利用定义法是解决本题的关键．

1. “开门大吉”是某电视台推出的游戏节目选手面对号8扇大门，依次按响门上的门铃，门铃会播放一段音乐将一首经典流行歌曲以单音色旋律的方式演绎，选手需正确回答出这首歌的名字，方可获得该扇门对应的家庭梦想基金在一次场外调查中，发现参赛选手多数分为两个年龄段：；单位：岁，其猜对歌曲名称与否的人数如图所示．  
   Ⅰ写出列联表；判断是否有的把握认为猜对歌曲名称是否与年龄有关，说明你的理由；下面的临界值表供参考



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Ⅱ现计划在这次场外调查中按年龄段用分层抽样的方法选取6名选手，并抽取3名幸运选手，求3名幸运选手中至少有一人在岁之间的概率．  
参考公式：其中

【答案】解：Ⅰ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 年龄正误 | 正确 | 错误 | 合计 |
|  | 10 | 30 | 40 |
|  | 10 | 70 | 80 |
| 合计 | 20 | 100 | 120 |

有的把握认为猜对歌曲名称与否和年龄有关．  
Ⅱ设事件*A*为3名幸运选手中至少有一人在岁之间，由已知得岁之间的人数为2人，  
岁之间的人数为4人，从6人中取3人的结果有20种，  
事件*A*的结果有16种，．

【解析】Ⅰ利用已知条件直接列出联列表，利用公式求出*K*，然后判断猜对歌曲名称与否和年龄有关．  
Ⅱ设事件*A*为3名幸运选手中至少有一人在岁之间，求出岁，岁的人数，然后求解概率即可．  
本题考查对立检验的应用，古典概型的概率的求法，考查计算能力．

1. 为了保护环境，某工厂在政府部门的支持下，进行技术改进：把二氧化碳转化为某种化工产品，经测算，该处理成本万元与处理量吨之间的函数关系可近似地表示为：，且每处理一吨二氧化碳可得价值为20万元的某种化工产品．  
   Ⅰ当时，判断该技术改进能否获利？如果能获利，求出最大利润；如果不能获利，则国家至少需要补贴多少万元，该工厂才不亏损？  
   Ⅱ当处理量为多少吨时，每吨的平均处理成本最少．

【答案】解：Ⅰ当时，设该工厂获利为*S*，则  
所以当时，，因此，该工厂不会获利，所以国家至少需要补贴700万元，才能使工厂不亏损      
Ⅱ由题意可知，二氧化碳的每吨平均处理成本为：  
当时，，  
时，，为减函数；时，，为增函数，  
时，取得最小值，即；  
当时，  
当且仅当，即时，取得最小值  
，  
当处理量为40吨时，每吨的平均处理成本最少．

【解析】Ⅰ利用每处理一吨二氧化碳可得价值为20万元的某种化工产品，及处理成本万元与处理量吨之间的函数关系，可得利润函数，利用配方法，即可求得结论；  
Ⅱ求得二氧化碳的每吨平均处理成本函数是分段函数，再分段求出函数的最值，比较其大小，即可求得结论．  
本题考查函数模型的构建，考查函数最值的求解，正确运用求函数最值的方法是关键．

1. 已知函数，，．  
   Ⅰ若，求函数的极值；  
   Ⅱ设函数，求函数的单调区间；  
   Ⅲ若在上存在一点，使得成立，求*a*的取值范围．

【答案】解：Ⅰ的定义域为，分  
当时，，，分

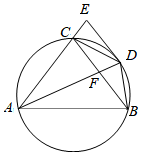
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* |  | 1 |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极小 |  |

分  
所以在处取得极小值分  
Ⅱ，  
分  
当时，即时，在上，在上 0'/>，  
所以在上单调递减，在上单调递增；分  
当，即时，在上 0'/>，  
所以，函数在上单调递增分  
在上存在一点，使得成立，即  
在上存在一点，使得，  
即函数在上的最大值小于零分  
由Ⅱ可知  
即，即时，在上单调递减，  
所以的最小值为，  
由可得，  
因为，  
所以；分  
当，即时，在上单调递增，  
所以最小值为，由可得；分  
当，即时，可得最小值为，  
因为，  
所以，  
故  
此时，不成立分  
综上讨论可得所求*a*的范围是：或分



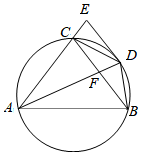
【解析】Ⅰ先求出其导函数，让其大于0求出增区间，小于0求出减区间即可得到函数的单调区间进而求出函数的极值；  
Ⅱ先求出函数的导函数，分情况讨论让其大于0求出增区间，小于0求出减区间即可得到函数的单调区间；  
Ⅲ先把成立转化为，即函数在上的最小值小于零；再结合Ⅱ的结论分情况讨论求出其最小值即可求出*a*的取值范围．  
本题第一问考查利用导函数来研究函数的极值在利用导函数来研究函数的极值时，分三步求导函数，求导函数为0的根，判断根左右两侧的符号，若左正右负，原函数取极大值；若左负右正，原函数取极小值．

1. 如图，圆周角的平分线与圆交于点*D*，过点*D*的切线与弦*AC*的延长线交于点*E*，*AD*交*BC*于点*F*．  
   Ⅰ求证：；  
   Ⅱ若*D*，*E*，*C*，*F*四点共圆，且，求．



|  |
| --- |
|  |

【答案】解：Ⅰ证明：因为，，，  
所以，  
所以分  
Ⅱ解：因为*D*，*E*，*C*，*F*四点共圆，所以  
由Ⅰ知，所以．  
设，  
因为，所以，  
所以，  
在等腰中，，则，  
所以分



【解析】Ⅰ通过证明，然后推出．  
Ⅱ解：证明，然后说明设，在等腰中，，求解即可．  
本题考查内错角相等证明直线的平行，四点共圆条件的应用，考查推理与证明的基本方法．

1. 在直角坐标系*xoy*中，曲线的参数方程为为参数，以原点为极点，以*x*轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线的极坐标方程为  
   求曲线的普通方程与曲线的直角坐标方程；  
   设点，曲线与曲线交于*A*，*B*，求的值．

【答案】解：曲线的参数方程为为参数，消去参数*t*化为；  
由曲线的极坐标方程为，平方化为，，化为直角坐标方程：．  
将代入直角坐标方程得，  
，  
．

【解析】曲线的参数方程为为参数，两式相加消去参数*t*即可化为普通方程；由曲线的极坐标方程为，平方化为，利用即可化为直角坐标方程将代入直角坐标方程得，利用即可得出．  
本题考查了参数方程化为直角坐标方程、极坐标方程与直角坐标方程的互化、直线参数方程的应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

1. 已知函数．  
   当时，求函数的定义域；  
   若关于*x*的不等式的解集是*R*，求*m*的取值范围．

【答案】解：由题设知：，  
不等式的解集是以下不等式组解集的并集：，或，或，  
解得函数的定义域为．  
不等式即，  
时，恒有，  
不等式解集是*R*，  
，*m*的取值范围是．

【解析】由题设知：，解此绝对值不等式求得函数的定义域．  
由题意可得，不等式即，由于时，恒有，故，由此求得*m*的取值范围．  
本题主要考查分式不等式的解法，函数的恒成立问题，体现了等价转化和分类讨论的数学思想，属于中档题．