**2017-2018学年辽宁省沈阳市东北育才学校高二（下）期中数学试卷（文科）**

副标题

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |

一、选择题（本大题共**12**小题，共**60.0**分）

1. 已知全集，，，则集合

A. B. C. D.

【答案】*D*

【解析】解：或，  
，  
故选：*D*．  
先求，再根据补集的定义求．  
本题考查了集合的并集、补集运算，利用数轴进行数集的交、并、补运算是常用方法．

1. 复数的虚部为

A. *i* B. C. D. 1

【答案】*C*

【解析】解：，  
则复数的虚部为：．  
故选：*C*．  
直接由复数代数形式的乘除运算化简复数*z*，则答案可求．  
本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的基本概念，是基础题．

1. 已知命题“或”是假命题，则下列命题：或*q*；且*q*；或*q*；且*q*；其中真命题的个数为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】*C*

【解析】解：命题“或”是假命题，说明、都是假命题，则*p*，*q*都是真命题，  
所以：或*q*；且*q*；或*q*，都是真命题，正确；且*q*是假命题；  
正确命题有3个．  
故选：*C*．  
利用“或”是假命题，判断*p*，*q*都是真命题，然后判断的真假即可；  
本题考查命题的真假盆，充分理解“或”和“非”及充要条件的判断本题较容易．

1. 下列有关命题的说法正确的是

A. 命题“，使得”的否定是“，均有”  
B. “”是“”的必要而不充分的条件  
C. 命题“若则”的否命题为“若，则”  
D. 命题“若则”的逆否命题为真命题

【答案】*D*

【解析】解：“，使得”的否定是“，均有”，因此不正确；  
*B*.“”是“”的充分不必要条件，不正确；  
*C*.命题“若则”的否命题为“若，则”，不正确；  
*D*.命题“若则”正确，其逆否命题为真命题，正确．  
故选：*D*．  
*A*.利用命题的否定即可判断出；  
*B*.由，解得或1，即可判断出；  
*C*.利用否命题的定义即可得出；  
*D*.利用原命题与逆否命题化为等价命题即可判断出．  
本题考查了简易逻辑的判定，考查了推理能力，属于基础题．

1. 已知且，则“”是“”的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】*B*

【解析】解：由得或，  
“”是“”成立的必要不充分条件，  
故选：*B*．  
根据不等式的性质，利用充分条件和必要条件的定义进行判断即可．  
本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据不等式的性质是解决本题的关键，比较基础．

1. 满足条件的复数*z*在复平面上对应点的轨迹是

A. 一条直线 B. 两条直线 C. 圆 D. 椭圆

【答案】*D*

【解析】解：的几何意义是：复数*z*在复平面上对应点到与的距离之和为3，而且两点之间的距离为2，所以距离之和大于两点的距离，所以*z*的轨迹满足椭圆的定义．  
故选：*D*．  
转化复数方程为复平面点的几何意义，然后判断轨迹即可  
本题考查复数模的几何意义以及轨迹的判断，椭圆的定义的应用，基本知识的考查．

1. 已知变量*x*与*y*正相关，且由观测数据算得样本平均数，，则由该观测数据算得的线性回归方程可能是

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】解：变量*x*与*y*正相关，  
可以排除*C*，*D*；  
样本平均数，，代入*A*符合，*B*不符合，  
故选：*A*．  
变量*x*与*y*正相关，可以排除*C*，*D*；样本平均数代入可求这组样本数据的回归直线方程．  
本题考查数据的回归直线方程，利用回归直线方程恒过样本中心点是关键．

1. 对于线性相关系数*r*，叙述正确的是

A. ，越大相关程度越大，反之相关程度越小  
B. ，*r*越大相关程度越大，反之相关程度越小  
C. ，且越接近1相关程度越大，越接近0，相关程度越小  
D. 以上说法都不对

【答案】*C*

【解析】解：用相关系数*r*可以衡量两个变量之间的相关关系的强弱，*r*的绝对值越接近于1，表示两个变量的线性相关性越强，  
*r*的绝对值接近于0时，表示两个变量之间几乎不存在相关关系，  
故选：*C*．  
用相关系数*r*可以衡量两个变量之间的相关关系的强弱，*r*的绝对值越接近于1，表示两个变量的线性相关性越强，相关系数的取值范围是，得到结果．  
本题考查两个变量线性相关的强弱的判断，属于基础题．

1. 已知*a*，，且，是虚数单位是实系数一元二次方程的两个根，那么*p*，*q*的值分别是

A. ， B. ， C. ， D. ，

【答案】*A*

【解析】解：分别将，代入方程得：，  
，对整理得：  
；  
解得：，．  
本题也可以用“韦达定理”求解：  
，对整理得：  
，  
故选：*A*．  
把根代入方程，利用复数相等列出方程组，可解出结果．  
本题方法较多，考查复数实系数方程虚根成对，韦达定理，复数相等的条件，是中档题．

1. 观察下列式子：，，，，根据以上式子可以猜想：

A. B. C. D.

【答案】*C*

【解析】解：由已知中的不等式：  
，  
，  
，  
，  
可知不等式的左边各式分子是1，分母是自然数的平方和，右边分母与最后一项的分母相同，分子是以3为首项，2为公差的等差数列，  
故可得：，  
故选：*C*．  
确定不等式的左边各式分子是1，分母是自然数的平方和，右边分母与最后一项的分母相同，分子是以3为首项，2为公差的等差数列，即可求得结论．  
本题考查归纳推理，考查学生分析解决问题的能力，属于基础题．

1. 若函数对其定义域内的任意，，当时总有，则称为紧密函数，例如函数是紧密函数，下列命题：  
   紧密函数必是单调函数；函数在时是紧密函数；  
   函数是紧密函数；  
   若函数为定义域内的紧密函数，，则；  
   若函数是紧密函数且在定义域内存在导数，则其导函数在定义域内的值一定不为零．  
   其中的真命题是

A. B. C. D.

【答案】*A*

【解析】解：对于选项而言，由于函数对其定义域内的任意，，当时总有，  
则称为紧密函数，  
则紧密函数的自变量与函数值是一一映射，故单调函数一定是紧密函数，  
但紧密函数不一定是单调函数，比如函数，按照定义判断是紧密函数，  
但是其不是单调函数，故错误；  
对于选项而言，函数在时是单调递增函数，  
故一定是紧密函数，故正确；  
对于选项而言，函数不是一一映射，故不是紧密函数，故错误；  
对于选项而言，若函数为定义域内的紧密函数，由一一映射可知，  
若，则，故正确；  
对于选项而言，函数是紧密函数且在定义域内存在导数，  
但是其导函数在定义域内的处的值为零，故错误；  
综上所述，真命题为，  
故选：*A*．  
新定义习题，充分理解给定的新定义，再结合映射的概念，就容易理解了具体解答详见下述解答．  
新定义习题，是最能考查学生的数学素养的一类素材，对许多学生都有一定的难度在学习是，对于学习过的一些简单而又特殊的函数，我们需要特别加以关注，如函数，在处无导数，但是在处却是有极值的；函数，在定义域内无单调性，函数在定义域内单调递增，其导函数，等等，都是需要我们注意的，这对于深入理解数学概念，廓清我们的混沌认识很有帮助．



1. 用表示非空集合*A*中元素的个数，定义若，，且，设实数*a*的所有可能取值构成集合*S*，则

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【答案】*B*

【解析】解：由于等价于  
    或     ，  
又由，且，  
集合*B*要么是单元素集合，要么是三元素集合，  
集合*B*是单元素集合，则方程有两相等实根，无实数根，  
；  
集合*B*是三元素集合，则方程有两不相等实根，有两个相等且异于的实数根，  
即，  
解得，  
综上所述或，  
．  
故选：*B*．  
根据，，且，可知集合*B*要么是单元素集合，要么是三元素集合，然后对方程的根的个数进行讨论，即可求得*a*的所有可能值，进而可求．  
此题是中档题考查元素与集合关系的判断，以及学生的阅读能力和对新定义的理解与应用．

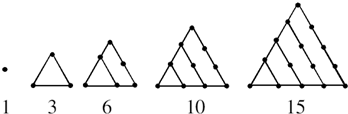
二、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 设*A*，*B*是非空集合，定义且，已知，，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：，  
；  
又，  
．  
又且，或．  
故答案为，．  
本题考查的是新定义与集合知识的综合问题在解答的过程当中可以根据集合*A*、*B*中元素的特点先明确此两个集合中的元素，然后根据给出的定义确定集合的元素即可．  
本题考查的是新定义与集合知识的综合问题在解答的过程当中充分体现了函数定义域和值域的知识、集合与元素的知识以及新定义新规定套用等知识的应用要着重体会集合元素具体化和数形结合的思想在题目中的应用规律．

1. 把1，3，6，10，15，21，这些数叫做三角形数，这是因为这些数目的点子可以排成一个正三角形如图所示，则第七个三角形数是\_\_\_\_\_\_．



【答案】28

【解析】解：原来三角形数是从*l*开始的连续自然数的和．  
*l*是第一个三角形数，  
3是第二个三角形数，  
6是第三个三角形数，  
10是第四个三角形数，  
15是第五个三角形数，  
  
那么，第七个三角形数就是：．  
故答案为：28．  
原来三角形数是从*l*开始的连续自然数的和是第一个三角形数，3是第二个三角形数，6是第三个三角形数，10是第四个三角形数，15是第五个三角形数那么，第七个三角形数就是：．  
本题考查数列在生产实际中的应用，考查运算求解能力，推理论证能力；考查化归与转化思想综合性强，难度大，易出错，是高考的重点解题时要认真审题，注意总结规律．

1. 下列四个命题：  
   ；；若，则；若，则则对于任意非零复数*a*，*b*，上述命题仍然成立的序号是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：不成立，比如，可得；  
成立，由完全平方公式可得；  
若，则不成立，比如，，可得；  
若，则成立，由，即，由*a*不为0，可得．  
故答案为：．  
由，计算可判断；由完全平方公式可判断；由，，可判断；由因式分解以及复数为0的条件，可判断．  
本题考查等式成立的范围，注意运用反例法和推理，考查运算能力，属于基础题．

1. 已知函数，下列关于函数的研究：  
   的值域是*R*；  
   在上单调递减；  
   的图象关于*y*轴对称；  
   的图象与直线至少有一个交点．  
   其中，结论正确的序号是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：要使函数有意义，则，即，即函数的定义域为，  
，的值域是*R*错误；故错误，  
当时，在上为减函数，则在上不单调，故错误；  
，是偶函数，则的图象关于*y*轴对称，故正确；  
的值域是，  
当时，的图象与直线至少有一个交点，正确，故正确，  
故正确的命题，  
故答案为：  
根据分式函数的性质分别进行判断即可．  
本题主要考查命题的真假判断，涉及函数的单调性，值域，奇偶性，结合分式函数的性质是解决本题的关键．

三、解答题（本大题共**6**小题，共**70.0**分）

1. 为了探究某市高中文科生在高考志愿中报考“经济类”专业是否与性别有关，现从该市高三文科生中随机抽取50名学生进行调查，得到列联表：单位人．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 报考“经济类” | 不报考“经济类” | 合计 |
| 男 | *a* | 24 | *c* |
| 女 | 14 | *b* | 20 |
| 合计 | 20 | *d* | 50 |

Ⅰ求*a*，*b*，*c*，*d*的值；  
Ⅱ据此样本，能否有的把握认为文科生报考“经济类”专业与性别有关．  
附：参考数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| *k* |  |  |

参考公式：

【答案】解：Ⅰ根据题意知，，  
，  
，  
；  
Ⅱ根据列联表，计算，  
能有的把握认为文科生报考“经济类”专业与性别有关．

【解析】Ⅰ根据列联表求得*a*、*b*、*c*和*d*的值；  
Ⅱ根据列联表求得观测值，对照临界值得出结论．  
本题考查了列联表与独立性检验的应用问题，是基础题．

1. 已知函数．  
   Ⅰ当时，求不等式的解集；  
   Ⅱ对于任意实数*x*，*t*，不等式恒成立，求*m*的取值范围．

【答案】解：Ⅰ，  
当时，由或，得到，  
不等式的解集为；  
Ⅱ不等式对任意的实数*t*，*x*恒成立，  
等价于对任意的实数恒成立，  
即，  
，  
，  
又，  
．  
故*m*的取值范围是

【解析】本题考查了解绝对值不等式问题，考查绝对值的性质以及分类讨论思想，是一道中档题．  
Ⅰ将的值带入，得到关于*x*的不等式组，求出不等式的解集即可；  
Ⅱ问题等价于对任意的实数恒成立，根据绝对值的性质求出的最大值以及，求出*m*的范围即可．

1. 在高中学习过程中，同学们经常这样说“如果物理成绩好，那么学习数学就没什么问题”某班针对“高中生物理对数学学习的影响”进行研究，得到了学生的物理成绩与数学成绩具有线性相关关系的结论，现从该班随机抽取5名学生在一次考试中的物理和数学成绩，如表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 编号 成绩 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 物理 | 90 | 85 | 74 | 68 | 63 |
| 数学 | 130 | 125 | 110 | 95 | 90 |

求数学*y*成绩关于物理成绩*x*的线性回归方程精确到，若某位学生的物理成绩为80分时，预测他的物理成绩．  
要从抽取的这五位学生中随机选出三位参加一项知识竞赛，以*X*表示选中的学生的数学成绩高于100分的人数，求随机变量*X*的分布列及数学期望．  
参考公式：，，参考数据：  
．

【答案】解：根据表中数据计算，  
，  
，  
，  
，  
；  
、*y*的线性回归方程是，  
当时，，  
即某位同学的物理成绩为80分，预测他的数学成绩是116；  
抽取的五位学生中成绩高于100分的有3人，  
*X*表示选中的同学中高于100分的人数，可以取1，2，3，  
，，  
；  
故*X*的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 |
| *p* |  |  |  |

*X*的数学期望值为．

【解析】根据表中数据计算、，求出回归系数、，写出回归方程，  
利用回归方程计算时的值即可；  
抽取的五位学生中成绩高于100分的有3人，*X*的可以取1，2，3，  
计算对应的概率值，写出*X*的分布列，计算数学期望值．  
本题考查了线性回归方程的应用问题，也考查了离散型随机变量的分布列和期望问题，是基础题．

1. 已知曲线的极坐标方程为，曲线的极坐标方程为．  
   求*A*，*B*两点的极坐标；  
   曲线与直线为参数分别相交于*M*，*N*两点，求．

【答案】解：，代入，可得，  
，*B*两点的极坐标分别为，  
曲线的极坐标方程为，化为，  
得到直角坐标方程为，  
联立，代入，  
整理得．  
，  
，，  
．

【解析】由，代入，可得，进而得到点*A*，*B*的极坐标．  
由曲线的极坐标方程化为，即可得到普通方程为将直线为参数代入，整理得，进而得到．  
本题考查了极坐标与直角坐标的互化公式、参数方程化为普通方程、弦长公式等基础知识与基本技能方法．

1. 已知．  
   Ⅰ求函数的单调递减区间；  
   Ⅱ当时，若对有恒成立，求实数*a*的取值范围．

【答案】解：Ⅰ  
当，即时， 0'/>，不成立．  
当，即时，单调减区间为．  
当，即时，单调减区间为．  
Ⅱ，  
在上递增，在上递减，在上递增．  
当时，函数在上递增，  
所以函数在上的最大值是，  
若对有恒成立，需要有解得．  
当时，有，此时函数在上递增，在上递减，  
所以函数在上的最大值是，  
若对有恒成立，需要有解得．  
当时，有，此时函数在上递减，在上递增，  
所以函数在上的最大值是或者是．  
由，  
时，，  
若对有恒成立，需要有  
解得．  
时，，  
若对有恒成立，需要有解得．  
综上所述，．



【解析】先对函数进行求导，然后对*a*进行分析讨论求的*x*的范围．  
先根据导函数的解析式确定函数的单调性，然后根据*a*的不同范围进行讨论进而确定其答案．  
本题主要考查函数的单调性与其导函数的正负情况之间的关系，即当导函数大于0时原函数单调递增，当导函数小于0时原函数单调递减．



1. 已知函数，在点处的切线方程为．  
   求函数的解析式；  
   若过点，可作曲线的三条切线，求实数*m*的取值范围．

【答案】解：．  
根据题意，得，即，解得，  
所以．  
因为点不在曲线上，  
所以可设切点为，  
则，  
因为，所以切线的斜率为．  
则，  
即．  
因为过点可作曲线的三条切线，  
所以方程有三个不同的实数解．  
所以函数有三个不同的零点．  
则令，则或．  
当时，，函数在此区间单调递增；  
当时，，函数在此区间单调递减；  
所以，函数在处取极大值，在处取极小值，  
有方程与函数的关系知要满足题意必须满足：  
，即，解得．



【解析】由题意，利用导函数的几何含义及切点的实质建立*a*，*b*的方程，然后求解即可；  
由题意，若过点可作曲线的三条切线，等价与函数在切点处导函数值等于切线的斜率这一方程有3解．  
此题重点考查了导数的几何含义及函数切点的定义，还考查了数学中重要的方程的思想；  
此题重点考查了数学中导数的几何含义，还考查了函数解的个数与相应方程的解的个数的关系．