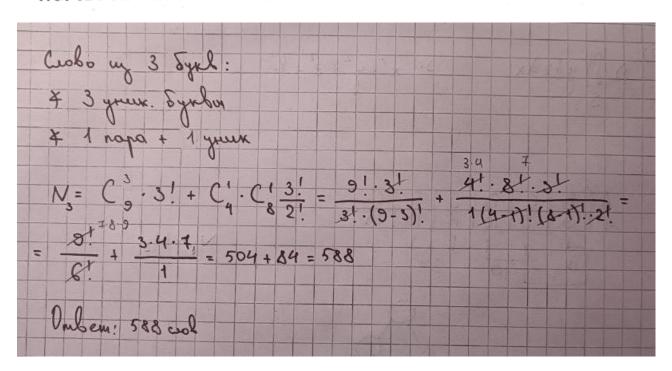
Дискретная математика для программистов. (Весна 2024) (МО-2) Лабораторная № 2. «Элементы комбинаторики» ВАРИЛИТ 9

1. Сколько различных слов из 3-х букв можно составить из букв слова КОМБИНАТОРИКА?



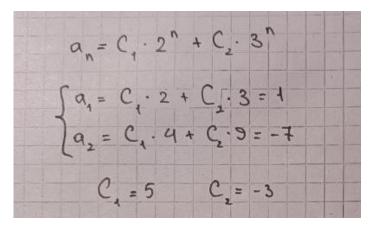
2. Найти решение рекуррентного соотношения $a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$, если $a_1 = 1$, $a_2 = -7$

Характеристическое уравнение:

$$a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$$
, $a = 1$, $a_2 = -7$

1) $p(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$
 $\lambda = 2$, $\lambda_2 = 3$

Общее решение рекуррентного соотношения:



Искомое решение:

$$a_n = 5 \cdot 2^n - 3 \cdot 3^n$$

Сотый элемент:

3. Найти производящую функцию для полученной в задаче 2 числовой последовательности.

Рекуррентное соотношение: $a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$

В нашем случае: $a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$, откуда p = -5, q = 6

$$a_1 = 1$$
, $a_n = 5 \cdot 2^n - 3 \cdot 3^n =$

$$F(t) = \frac{a_0 + (a_1 + pa_0)t}{1 + pt + qt^2} = \frac{2 + (1 + (-5) \cdot 2)t}{1 + (-5)t + 6t^2} = \frac{2 - 9t}{6t^2 - 5t + 1}$$

4. Доказать для чисел Фибоначчи следующее соотношение $u_1^2+u_2^2+\ldots+u_n^2=u_nu_{n+1}$

I Taga unggagun:
Qua n=1 uneen u, = u, u, - bepro (12=1.1)
I Ungykynonemi mar:
1) Tyregnavoreum, two coomnomenus bun gra N=K:
2) Docamen, emo componente bun que n = K+1
u2 + u2 + u2 + u2 = uk+1 · uk+2
3) Pagerum de tachu na Uk+1: (u,2 + u,2 + + u,2 + u,41) / Uk+1 = Uk+1 · Uk+2 / Uk+1
$\frac{\left(u_{1}^{2}+u_{2}^{2}++u_{k}^{2}\right)/u_{k+1}+u_{k+1}}{1)=>u_{k}u_{k+1}}+u_{k+1}=u_{k+2}$
Uk + Uk+1 = Ux+2 - bepur
Maxim obpaga, un rougeun, emo ymberregerine bepro
gia Yne N no ungrum.

5. Вычислить
$$C_n^2 + 2C_n^3 + 3C_n^4 + \ldots + (n-1)C_n^n$$

Бином Ньютона:

Из условия видим, что a = 1, $b = x^2$

6. Сколько различных кратчайших путей ведут из левого нижнего угла в правый верхний угол прямоугольника 16 на 13 клеток? Сколько будет путей, если два вертикальных участка не могут идти подряд?

1)	C 16+13 =	C23 =	C 15 =	29!	15:16	21 CE 38 FD =
2)	C 16+1 =	C 13	13! (1	7-13)! = 13	7! = 2	340