Лабораторная работа № 1. (2024, весна)
Дискретная математика для программистов (для 2 курса МО).
Множества и бинарные отношения.
Вариант 41.

1) Проверить (доказать или опровергнуть) свойства для конечных множеств.
Данные к варианту.

$A \setminus B = A \cap \overline{B}$

$A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

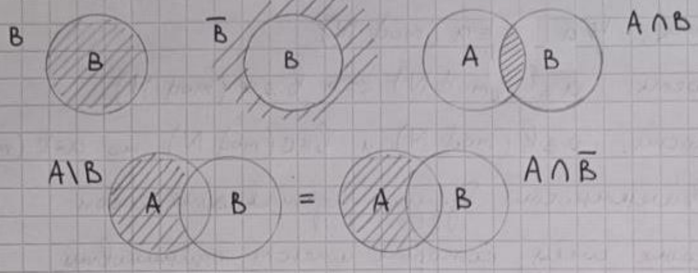
$B \cup (A \setminus B) = A \cup B$

$B \cap (A \setminus B) = \varnothing$

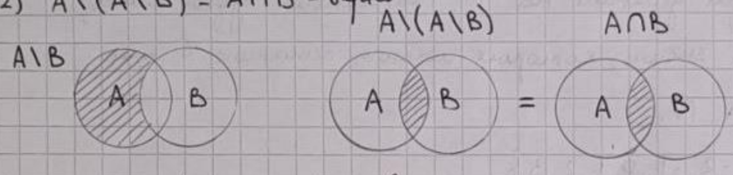
$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

① Доказать или опровергнуть:

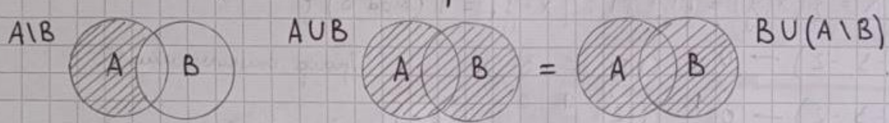
1) $A \setminus B = A \cap \overline{B}$ – верно



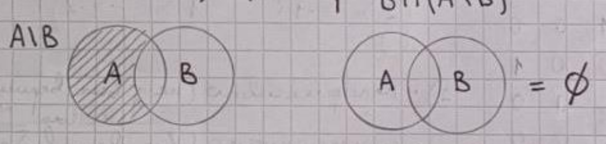
2) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$ – верно



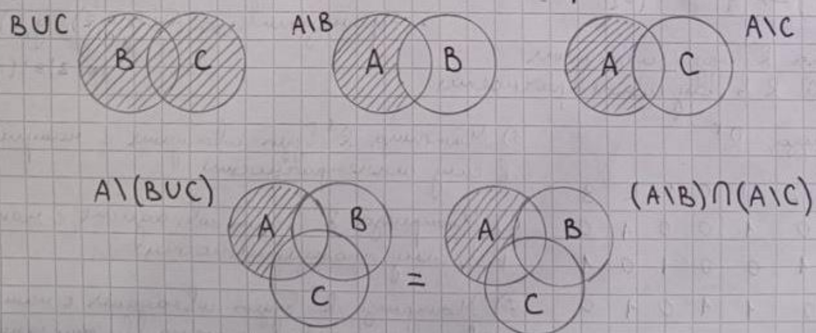
3) $B \cup (A \setminus B) = A \cup B$ – верно



4) $B \cap (A \setminus B) = \varnothing$ – верно



5) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ – верно



2) Для множества целых чисел Z предложить отношение эквивалентности, ровно один из классов которого конечен.

$$R = \{(x, y) \mid x, y \in \{0\} \vee x, y \in Z \setminus \{0\}\}$$

Рефлексивность:

- Если $x = 0$, то пара $(0, 0) \in R$
- Если $x \neq 0$, то пара $(x, x) \in R$

Таким образом, отношение R является рефлексивным.

Симметричность:

- Если $x = y = 0$, то пара $(0, 0) \in R$
- Если $x \neq 0$ и $y \neq 0$, то пара $(x, y) \in R$ и $(y, x) \in R$

Таким образом, отношение R является симметричным для каждой пары элементов.

Транзитивность:

- Если $x = y = z = 0$, то пара $(0, 0) \in R$
- Если $x \neq 0$, $y \neq 0$ и $z \neq 0$, то пары (x, y) и $(y, z) \in R$, и (x, z) также будет принадлежать отношению R

Таким образом, отношение R является транзитивным для каждой пары элементов.

3) На множестве M = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3}
задано бинарное отношение
R = {(x, y) ∈ M × M: |x + y| делится на 3 с остатком 1}.
Задать отношение матрицей и графом.
Определить свойства отношения R:
рефлексивность, симметричность,
антисимметричность, транзитивность.
Построить для отношения R:
обратное отношение R^{-1};
рефлексивное замыкание R^r;
симметричное замыкание R^s;
транзитивное замыкание R^+;
рефлексивно-симметрично-транзитивное
замыкание R^*.

③ $M = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

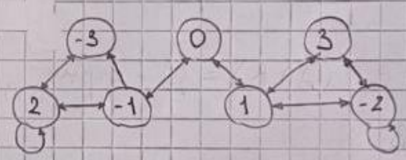
$R = \{(x,y) \in M \times M : |x+y| \equiv 1 \pmod 3\}$

1)

	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	0	0	1	0	0	1	0
-2	0	1	0	0	1	0	1
-1	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	0	0	1	0
3	0	1	0	0	1	0	0

Матрица отношения R

Граф отношения R



2) • нерефлексивно $((x,x) \in R : |x+x| \equiv 1 \pmod 3)$ не всегда бин)

• симметрично $((x,y) \in R : |x+y| \equiv 1 \pmod 3)$ и $|y+x| \equiv 1 \pmod 3)$)

=> не антисимметрично

• транзитивно $((x,y) \in R, (y,z) \in R : |x+z| \equiv 1 \pmod 3)$)

3) Матрица R^{-1} будет совпадать с матрицей R в силу симметричности

4) Матрица R^r

	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	1	0	1	0	0	1	0
-2	0	1	0	0	1	0	1
-1	1	0	1	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	1
2	1	0	1	0	0	1	0
3	0	1	0	0	1	0	1

5) Матрица R^s будет совпадать с матрицей R в силу симметричности

6) Матрица R^+ будет совпадать с матрицей R в силу транзитивности

7) Матрица R^* будет совпадать с матрицей R^r так как она содержит все три замыкания