

Сходимости случайных величин

Задача 1

1. Докажите, что последовательность случайных величин $X_n \sim \text{Binomial}(n, \frac{\lambda}{n})$ сходится по распределению к распределению Пуассона с параметром λ .
2. Докажите, что последовательность случайных величин $X_n \sim \text{Geom}(\frac{\lambda}{n})$, $Y_n = \frac{1}{n}X_n$ сходится по распределению к экспоненциальному распределению с параметром λ .
3. Случайные величины $X_n \sim U[a; b]$. Пусть $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$. Покажите, что

$$n \cdot \frac{b - Y_n}{b - a} \xrightarrow{d} \text{Exp}(1)$$

Задача 2

Определите как (по распределению, по вероятности, в среднем) и к чему сходятся следующие последовательности случайных величин:

1. $X_n \sim U[0; \frac{1}{n}]$
2. $X_n \sim N(0, \frac{1}{n})$
3. $X_n \sim \text{Exp}(\frac{1}{n})$
4. $X_n \sim \text{Bern}(\frac{1}{n})$
5. $X_n \sim N(\frac{n-1}{n+1}, 9)$
6. $X_n \sim N(0, \frac{5+n}{n^2})$
7. $X_n \sim N(\frac{n-8}{n^2+8}, \frac{n+1}{n-1})$
8. $X_n \sim t(n)$
9. $X_n = \frac{Y_n}{n}$, где $Y_n \sim \chi_n^2$
10. $X_n = \frac{Y_n}{n+5}$, где $Y_n \sim \chi_n^2$
11. $X_n = 2011 \cdot Y_n$, где $Y_n \sim F_{2011, n}$
12. $X_n = \frac{Y_n - n}{\sqrt{n}}$, где $Y_n \sim \chi_n^2$

Задача 3

Задача 4

Задача 5

Задача 6