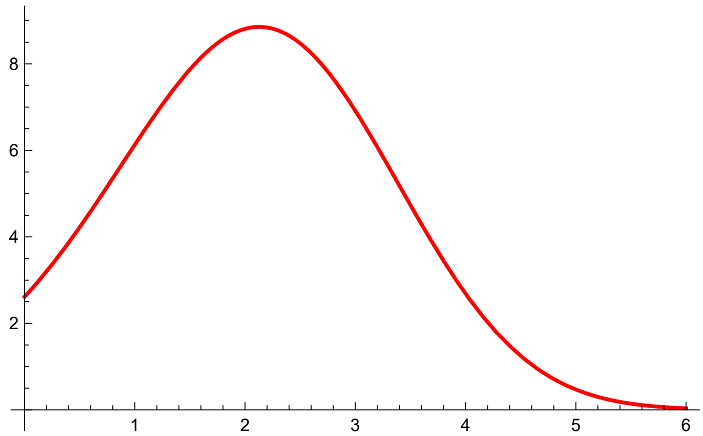
5) Используя таблицу значений функции f (x) в равноотстоящих точках отрезка [0, 6],
полученной в задании 1 при n = 10, выполнить следующие действия :
а) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функциюf (x) многочленом первой степени Q_1 (x), проиллюстрировать графически (изобразить точки (x_i, f (x_i))
и графики функций f (x) и Q_1 (x) на одном чертеже);
б) аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов функцию f (x) многочленом второйстепени Q_2 (x), проиллюстрировать графически;
в) найти многочлены наилучшего среднеквадратичного приближения третьей и четвертой степеней (Q_3 (x) и Q_4 (x)) с помощью функции Fit пакета Mathematica, проиллюстрировать графически;
г) вычислить значения функции f (x) и построенных многочленов Q_1 (x), Q_2 (x), Q_3 (x) и Q_4 (x) в точке x = 2, 4316;
д) сравнить результаты, полученные впунктах а, б и в, изобразив на одном чертеже точки (x_i, f (x_i)) и графики функций Q_1 (x), Q_2 (x), Q_3 (x) и Q_4 (x).

Функция f (x) :

In[•]:=
```
f[x_] = (x + Sqrt[π + 1]) * Exp[-4 / 39 * Sqrt[x^5] + 5 * x / 9 + 1 / 4];
```
показательная функция

```
a = 0; b = 6; n = 10; x0 = 2.4316; h = (b - a) / n;
graph = Plot[f[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Red, Thick}]
```
график функции | стиль графика | кр⋯ | жирный

Out[•]=



In[ ]:=
```
tabl = Table[{a + i * h, f[a + i * h]}, {i, 0, n}] // N;
       таблица значений                                чис
TableForm[tabl]
табличная форма
```

Out[ ]//TableForm=

0.	2.61311
0.6	4.58895
1.2	6.88217
1.8	8.57075
2.4	8.65092
3.	6.91907
3.6	4.29295
4.2	2.02528
4.8	0.712835
5.4	0.183836
6.	0.0341457

а) Степень многочлена, которым будет аппроксимирована функция:

In[ ]:=
```
m = 1;
```

$$\text{ACoeff1} = \text{Table}\left[\text{If}\left[i + j \neq 0, \sum_{k=0}^{n} (\text{tabl}[[k + 1, 1]])^{i+j}, n + 1\right], \{i, 0, m\}, \{j, 0, m\}\right]$$

табл··· условный оператор

Out[ ]=
```
{{11, 33.}, {33., 138.6}}
```

Столбец свободных членов :

In[ ]:=
```
B1 :=
```

$$\text{Table}\left[\text{If}\left[i \neq 0, \sum_{k=0}^{n} \left(\text{tabl}[[k + 1, 2]] * (\text{tabl}[[k + 1, 1]])^{i}\right), \sum_{l=0}^{n} \text{tabl}[[l + 1, 2]]\right], \{i, 0, m\}\right];$$

табл··· условный оператор

```
B1
```

Out[ ]=
```
{45.474, 96.5388}
```

Найдём значения a_i с помощью встроенной функции **LinearSolve** :

In[ ]:=
```
A1 = LinearSolve[ACoeff1, B1]
     решить линейные уравнения
```

Out[ ]=
```
{7.15546, -1.00715}
```

Тогда многочлен примет вид:

In[ ]:=

$$\text{Q1}[x\_] = \sum_{i=0}^{m} \left(\text{A1}[[i + 1]] * x^{i}\right)$$

Out[ ]=
```
7.15546 - 1.00715 x
```

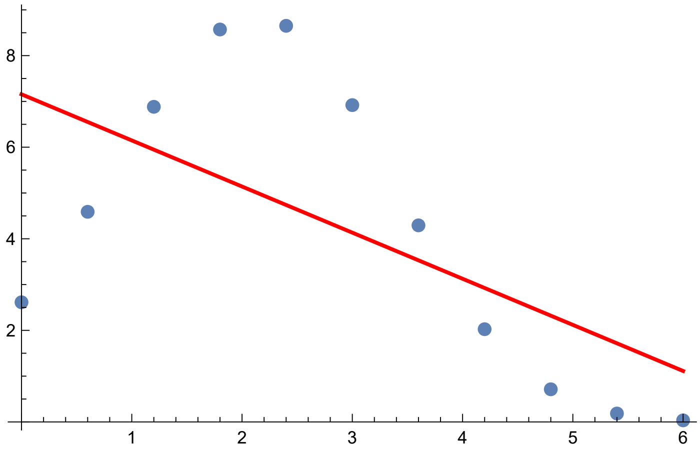
Изобразим полученный многочлен :

In[∘]:=
```
graphD = ListPlot[tabl, PlotStyle → {Darker, PointSize[0.02]}];
```
диаграмма разб⋯ | стиль графика | темнее | размер точки

```
graphQ1 = Plot[Q1[x], {x, a, b}, PlotStyle → Red];
```
график функции | стиль графика | красный

```
Show[graphD, graphQ1]
```
показать

Out[∘]=



Аналогичным образом найдём многочлен второй степени .

In[∘]:=
```
m = 2;
```

$$\text{ACoeff2} = \text{Table}\left[\text{If}\left[i + j \neq 0, \sum_{k=0}^{n} (\text{tabl}[[k + 1, 1]])^{i+j}, n + 1\right], \{i, 0, m\}, \{j, 0, m\}\right]$$
табл⋯ | условный оператор

Out[∘]=
```
{{11, 33., 138.6}, {33., 138.6, 653.4}, {138.6, 653.4, 3283.16}}
```

In[∘]:=
$$\text{B2} := \text{Table}\left[\text{If}\left[i \neq 0, \sum_{k=0}^{n} \left(\text{tabl}[[k + 1, 2]] * (\text{tabl}[[k + 1, 1]])^{i}\right), \sum_{l=0}^{n} \text{tabl}[[l + 1, 2]]\right], \{i, 0, m\}\right];$$
табл⋯ | условный оператор

```
B2
```

Out[∘]=
```
{45.474, 96.5388, 265.809}
```

In[∘]:=
```
A2 = LinearSolve[ACoeff2, B2]
```
решить линейные уравнения

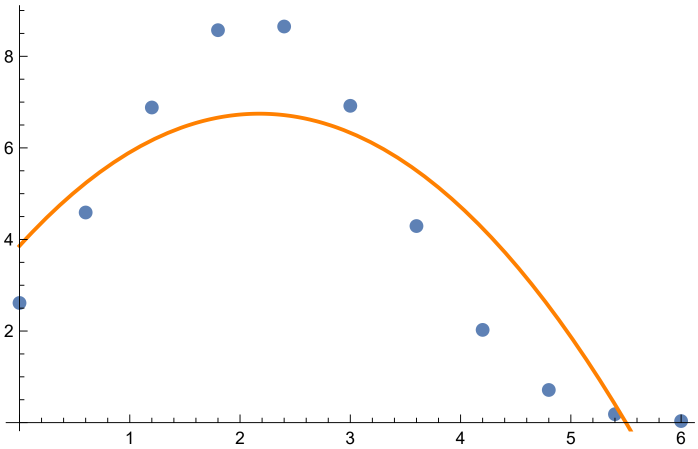
Out[∘]=
```
{3.85981, 2.65468, -0.610306}
```

In[∘]:=
$$\text{Q2}[x\_] = \sum_{i=0}^{m} \left(\text{A2}[[i + 1]] * x^{i}\right)$$

Out[∘]=
$$3.85981 + 2.65468\, x - 0.610306\, x^2$$

In[∘]:=
```
graphQ2 = Plot[Q2[x], {x, a, b}, PlotStyle → Orange];
           график функции          стиль графика оранжевый
Show[graphD, graphQ2]
показать
```

Out[∘]=



в)

In[∘]:=
```
Q3[x_] = Fit[tabl, {1, x^1, x^2, x^3}, x]
         согласовать
Q4[x_] = Fit[tabl, {1, x^1, x^2, x^3, x^4}, x]
         согласовать
```

Out[∘]=

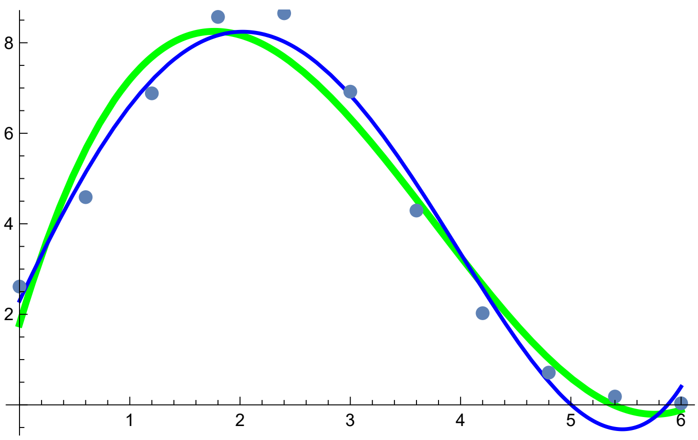
$$1.78747 + 8.14255\, x - 3.00885\, x^2 + 0.266505\, x^3$$

Out[∘]=

$$2.29875 + 5.18379\, x - 0.543218\, x^2 - 0.390997\, x^3 + 0.0547918\, x^4$$

In[∘]:=
```
graphQ3 = Plot[Q3[x], {x, a, b}, PlotStyle → {Green, Thickness[0.01]}];
           график функции          стиль графика  зелё⋯  толщина
graphQ4 = Plot[Q4[x], {x, a, b}, PlotStyle → Blue];
           график функции          стиль графика синий
Show[graphQ3, graphQ4, graphD]
показать
```

Out[∘]=



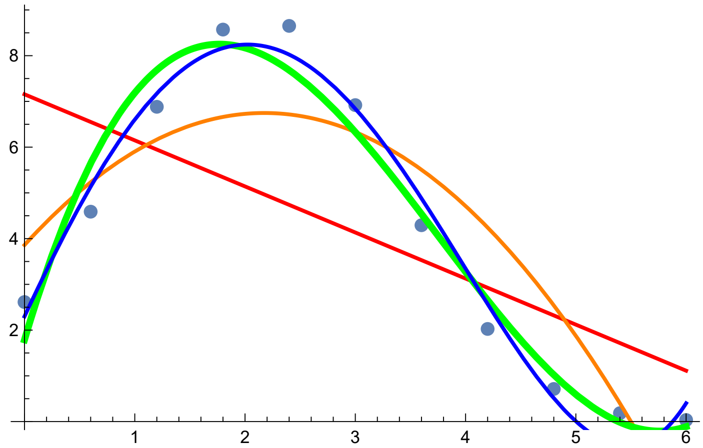
г) Значения полученных многочленов в точке x0:

In[∘]:=
```
Print["Q1[x0]=", Q1[x0], ", Q2[x0]=", Q2[x0], ", Q3[x0]=", Q3[x0], ", Q4[x0]=", Q4[x0]]
```
печатать

Q1[x0]=4.70647, Q2[x0]=6.70639, Q3[x0]=7.62814, Q4[x0]=7.98582

In[∘]:=
```
Show[graphD, graphQ1, graphQ2, graphQ3, graphQ4]
```
показать

Out[∘]=



Как видно из графика, с увеличением степени многочлена аппроксимация методом наименьших квадратов даёт значения, всё более близкие к значениям исходной функции .