

数据结构

1.列表、栈、队列

1. 列表

列表: 在其他的编程语言中叫数组, 是一种基本的数据结构

1.1 数组的存储,查找,以及时间复杂度

数组中的元素是存储在一块连续的内存中,而且必须 给定要存储的数据类型以及存储的长度,因此

- 存储类型: 在创建时候必须声明存储的是那种的数据类型,这样数组中的元素的存储大小相同,加上是连续的存储方式,就可以依次进行查找
- 长度限制: 声明长度,不能进行append操作,

1.2 python中的列表

1.2.1 python 中的列表如何存储

注: 突破数组的两个限制 存储类型 | append等操作

(1)实现变长(可以append以及pop) 动态扩张和动态收缩

	100	104	108	112													
len=4	el1	el2	el3	el4		a[3]=100+3x4											
len=8	el1	el2	el3	el4	el5	el6	el7	el8									
len=16	el1	el2	el3	el4	el5	el6	el7	el8	el...								

反之当执行pop操作时,会将剩余的元素,申请一块更小的内存,存储数据,原来开辟的内存,python会进行垃圾回收

(2) 如何实现存储不同类型的元素

lst = [3,3.15,'alex']

len=4	100	200	300		
# 申请新的独立内存存储每一个数,初始内存中只存储地址					
id = 100	5		id = 300	alex	
id = 200	3.15				

- 当修改值的时候,只是新开辟一块内存存储新的值,初始的列表内存修改新的地址,
- 此时没有引用的内存会被python回收 (引用计数的回收机制)

1.3 python 列表操作的时间复杂度

- 存储过程虽然存在赋值的操作,但是时间复杂度为O(1) 摊还分析法(均摊)

- 另外pop不加内容的删除是 $O(1)$,给定内容的删除是 $O(n)$,存在位置的改变
- 赋值,修改等操作的时间复杂度为 $O(1)$

2. 栈

2.1 栈的相关概述

- 栈的定义: 栈(Stack) 是一个数据集合,可以理解为只能在一端进行插入或删除操作
- 栈的特点:后进先出(last-in,first-out) > FIFO
- 栈的相关概念: 栈顶,栈底
- 栈的基本操作:进栈 (压栈),push,出栈,(pop),取栈顶(gettop)

注: 关于概念的面试问题

三个数的进展序列是ABC,下面哪些选项不可能是出栈序列

- CBA ,ABC,ACB,BAC,BCA,CAB (CAB不可能)

五个数的时候:ABCDE 进展序列

- ACBDE AEDCB ADBCE ABDCE

规律 三个元素 123进栈,出栈不可能是312

2.2 python实现栈

不需要自己定义,使用列表结构就可以

- 进栈函数 :append
- 出栈函数: pop
- 查看栈顶函数:li[-1]

栈的应用: 括号匹配问题: 给一个字符串, 其中包含小括号、中括号、大括号, 求该字符串中的括号是否匹配

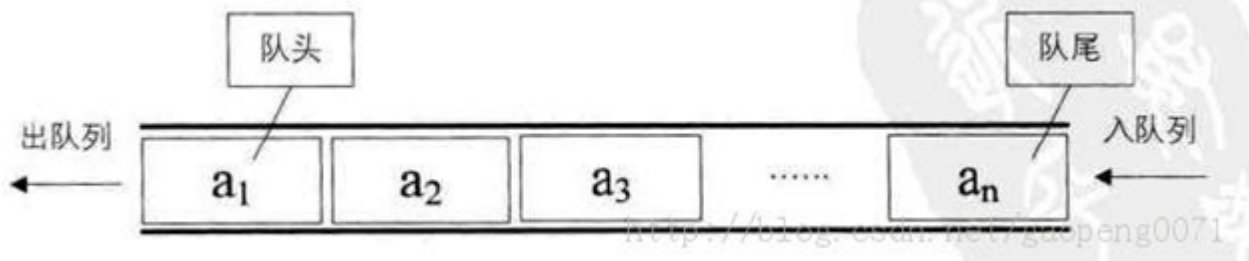
```
def brace_match(s):
    stack = []
    d = {'(': ')', '[': ']', '{': '}' }
    for ch in s:
        if ch in {'(', '[', '{':
            stack.append(ch)
        elif ch in {')', ']', '}':
            if len(stack) == 0:
                return False
            elif d[stack[-1]] == ch:
                stack.pop()
            else:
                return False
        else:
            pass
    if len(stack) > 0:
        return False
    else:
        return True
```

2.3 队列

2.3.1 队列的概述:

- 队列(Queue)是一个数据集合, 仅允许在列表的一端进行插入, 另一端进行删除。
- 进行插入的一端称为队尾(rear), 插入动作称为进队或入队
- 进行删除的一端称为队头(front), 删除动作称为出队
- 队列的性质: 先进先出(First-in, First-out)

双向队列: 队列的两端都允许进行进队和出队操作

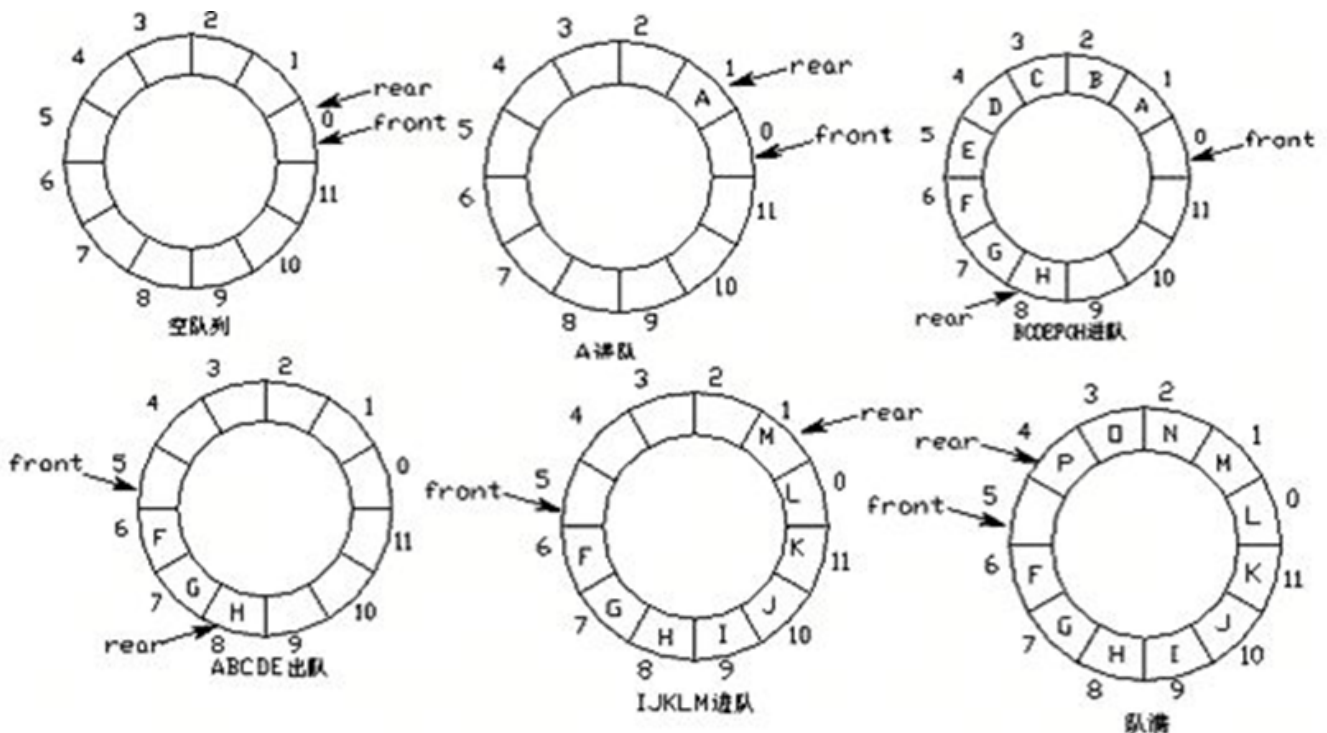


2.3.2 队列的实现原理 --> 环形队列

环形队列: 当队尾指针 $\text{front} == \text{Maxsize} + 1$ 时, 再前进一个位置就自动到0。

实现方式: 求余数运算

- 队首指针前进1: $\text{front} = (\text{front} + 1) \% \text{MaxSize}$
- 队尾指针前进1: $\text{rear} = (\text{rear} + 1) \% \text{MaxSize}$
- 队空条件: $\text{rear} == \text{front}$
- 队满条件: $(\text{rear} + 1) \% \text{MaxSize} == \text{front}$



2.3.3 队列的内置模块

- 使用方法: `from collections import deque`
- 创建队列: `queue = deque()`
- 进队: `append()`

- 出队: popleft()
- 双向队列队首进队: appendleft
- 双向队列队尾进队: pop

```
from collections import deque

q = deque()
q.append(1)
q.append(2)
q.append(3)
print(q.popleft())
```

问题1: 如何读取一个文件的后五行?

```
print(list(deque(open('abc.txt', 'r', encoding='utf-8'), 5)))

# q = deque([1,2,3,4,5], 3)
# print(list(q))           #[3, 4, 5]
```

问题2: 如何用两个栈实现一个队列

```
#进队: 进栈1; 出队: 出栈2; 如果栈2空, 就将栈1一次出栈并进到栈2, 再从栈2出栈一次

class Queue:
    def __init__(self):
        self.stack1 = []
        self.stack2 = []

    def push(self, val):
        self.stack1.append(val)

    def pop(self):
        if len(self.stack2) > 0:
            return self.stack2.pop()
        elif len(self.stack1) > 0:
            while len(self.stack1) > 0:
                self.stack2.append(self.stack1.pop())
            return self.stack2.pop()
        else:
            raise ValueError('empty queue')
```

4. 用栈和队列解决迷宫问题

2. 链表

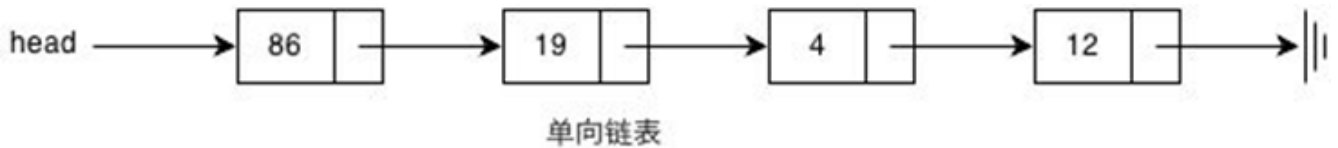
1. 单向链表

1.1 单向链表的概述

- 链表中每一个元素都是一个对象, 每个对象称为一个节点,
- 包含有数据域key和指向下一个节点的指针next。通过各个节点之间的相互连接, 最终串联成一个链表

节点的定义:

```
class Node(object):
    def __init__(self, data=None):
        self.data = data
        self.next = None
```



1.2 单链表的建立与遍历

头插法

#头插法 -> 带头结点的链表 (头结点什么也不存)

```
class Node(object):
    def __init__(self, data=None):
        self.data = data
        self.next = None

def create_linklist(li):
    head = Node()
    for val in li:
        p = Node(val)          #创建节点
        p.next = head.next     #创建的节点的下一个节点为当前链表中头结点的下个节点
        head.next = p         #将p作为将头结点的下个节点
    return head               #头结点代表整个链表
```

#遍历整个链表

```
def traverse_linklist(head):
    p = head.next
    while p:
        yield p.data
        p = p.next

head = create_linklist([1,2,3,4,5])
for val in traverse_linklist(head):
    print(val)
```

尾插法

```
class Node(object):
    def __init__(self, data=None):
        self.data = data
        self.next = None
```

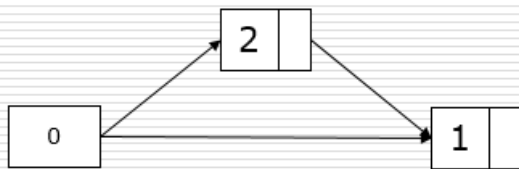
#遍历整个链表

```
def traverse_linklist(head):
    p = head.next
    while p:
        yield p.data
        p = p.next

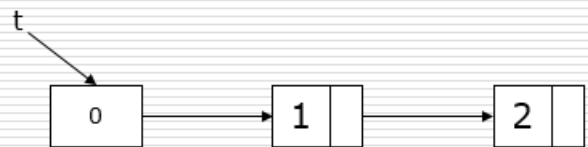
def create_linklist_tail(li):
    head = Node()
    tail = head
    for val in li:
        p = Node(val)           #创建节点
        tail.next = p           #将当前的节点作为尾节点的下一个节点
        tail = p               #将当前的节点作为尾节点
    return head

head = create_linklist_tail([1,2,3,4,5])
for val in traverse_linklist(head):
    print(val)
```

□ 头插法:



□ 尾插法:

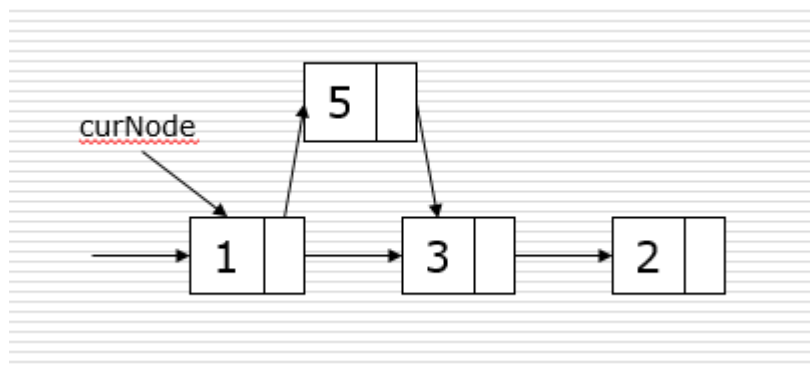


1.3 单链表节点的插入和删除

1.3.1 插入

在当前指定的节点 curNode 后面插入一个节点 p

```
p.next = curNode.next    #将当前节点的下一个节点作为节点p的下一个节点
curNode.next = p          #将p作为当前节点的下一个节点
```

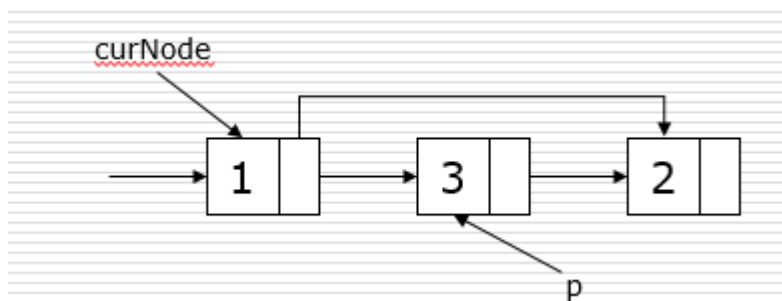


1.3.2 删除

```

p = curNode.next
curNode.next = curNode.next.next
del p      #可以手动删除或者后续会自动回收

```



2. 双向链表

2.1 双向链表的概述

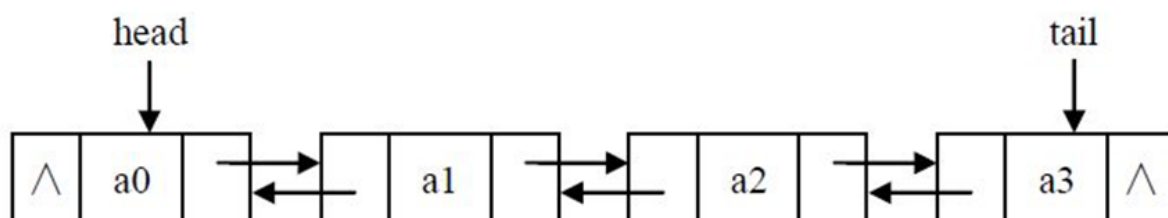
双向链表中每个节点有两个指针：一个指向后面节点、一个指向前面节点

节点的定义:

```

class DNode:
    def __init__(self, data = None):
        self.data = data
        self.next = None
        self.prior = None

```



2.2 双向链表的建立和遍历

```

class DNode:
    def __init__(self, data = None):

```

```

        self.data = data
        self.next = None
        self.prior = None

def create_linklist_tail(li):
    head = DNode()
    tail = head
    for val in li:
        p = DNode(val)
        tail.next = p
        p.prior = tail
        tail = p
    return head,tail

def traverse_linklist(head):
    p = head.next
    while p:
        yield p.data
        p = p.next

#往前遍历
def traverse_linklist_back(tail):
    p = tail
    while p.prior:
        yield p.data
        p = p.prior

head, tail = create_linklist_tail([1,2,3,4,5])
for val in traverse_linklist_back(tail):
    print(val)

```

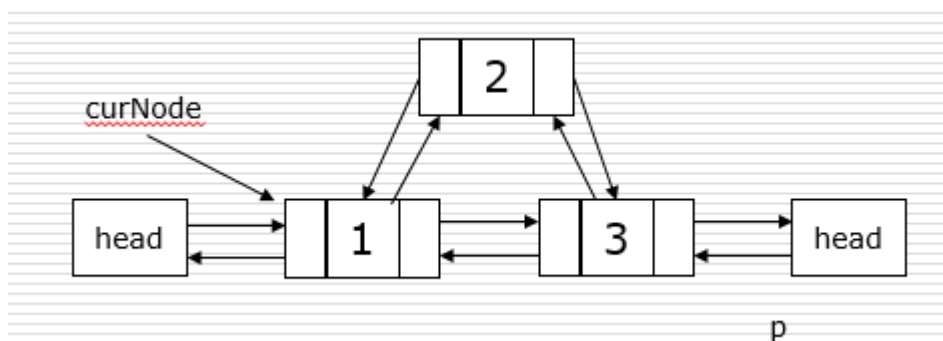
2.3 双链表节点的插入和删除

插入

```

p.next = curNode.next
curNode.next.prior = p
p.prior = curNode
curNode.next = p

```



删除


```

p = curNode.next
curNode.next = p.next
p.next.prior = curNode
del p

```

3. 哈希表

1. 哈希表的引入

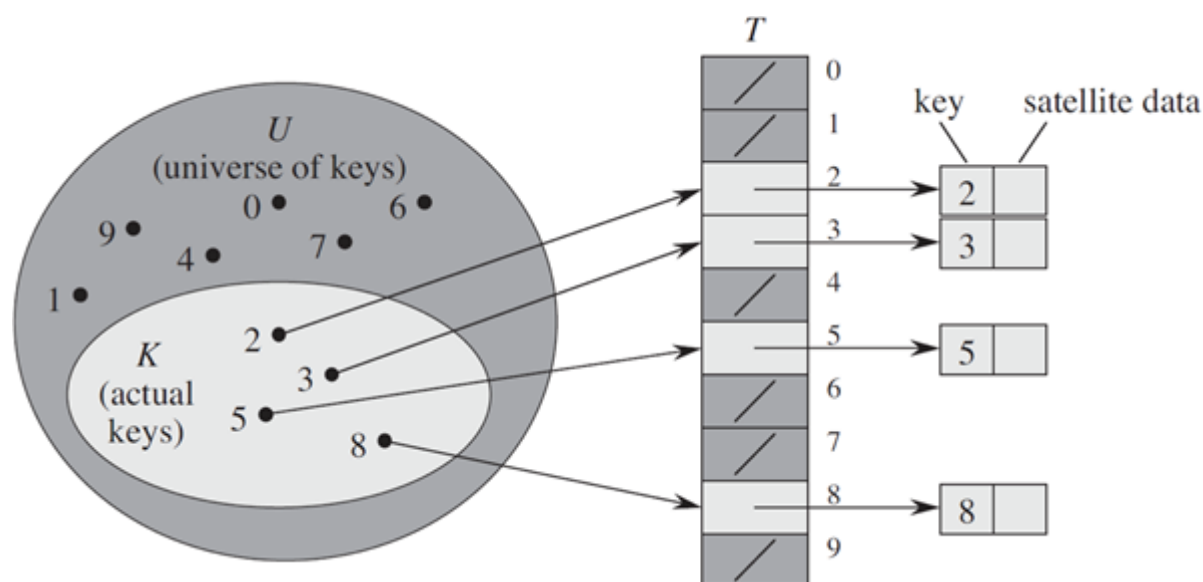
1.1 哈希表的简单概述

哈希表一个通过哈希函数来计算数据存储位置的数据结构，通常支持如下操作 (高效的操作)：python中的字典是通过哈希表实现的

- insert(key, value): 插入键值对(key,value)
- get(key): 如果存在键为key的键值对则返回其value，否则返回空值
- delete(key): 删除键为key的键值对

1.2. 直接寻址表

当关键字的key 的全域 U (关键字可能出现的范围)比较小时，直接寻址是一种简单而有效的方法



- 存储：如上图将数组的下标作为key,将数值存储在对应的下表位置 key为k的元素放到k位置上
- 删除：当要删除某个元素时,将对应的下标的位置值置为空

直接寻址技术缺点：

- 当域 U 很大时，需要消耗大量内存，很不实际
- 如果域 U 很大而实际出现的key很少，则大量空间被浪费
- 无法处理关键字不是数字的情况,因为key可以是其他的数据类型

2. 哈希与哈希表

2.1 改进直接寻址表: 哈希

- 构建大小为 m 的寻址表 T
- key为 k 的元素放到 $h(k)$ 位置上
- $h(k)$ 是一个函数，其将域 U 映射到表 $T[0,1,...,m-1]$

2.2 哈希表

- 哈希表 (Hash Table, 又称为散列表), 是一种线性表的存储结构。哈希表由一个直接寻址表和一个哈希函数组成。
- 哈希函数 $h(k)$ 将元素关键字 k 作为自变量, 返回元素的存储下标。

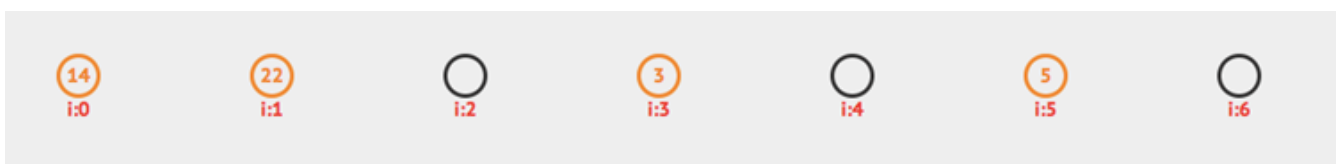
2.2.1简单的hash函数

- 除法哈希: $h(k) = k \bmod m$
- 乘法哈希: $h(k) = \text{floor}(m(kA \bmod 1))$ $0 < A < 1$

2.2.3存储机制

以除法哈希为例讨论下存储机制以及存在的问题

假设有一个长度为7的数组, 哈希函数 $h(k)=k \bmod 7$, 元素集合{14,22,3,5}的存储方式如下图。



解释:

- 存储: key对数组长度取余, 余数作为数组的下标, 将值存储在此处
- 存在的问题: 比如: $h(k)=k \bmod 7$, $h(0)=h(7)=h(14)=\dots$

3. 哈希冲突 & 解决方法

3.1 哈希冲突

由于哈希表的大小是有限的, 而要存储的值的总数量是无限的, 因此对于任何哈希函数, 都会出现两个不同元素映射到同一个位置上的情况, 这种情况叫做哈希冲突。

3.2 解决哈希冲突

3.2.1 开放寻址法

如果哈希函数返回的位置已经有值, 则可以向后探查新的位置来存储这个值。

- 线性探查: 如果位置 i 被占用, 则探查 $i+1, i+2, \dots$
- 二次探查: 如果位置 i 被占用, 则探查 $i+1^2, i+2^2, \dots$
- 二度哈希: 有 n 个哈希函数, 当使用第1个哈希函数 h_1 发生冲突时, 则尝试使用 h_2, h_3, \dots

保证有空位存储 -> 动态扩张

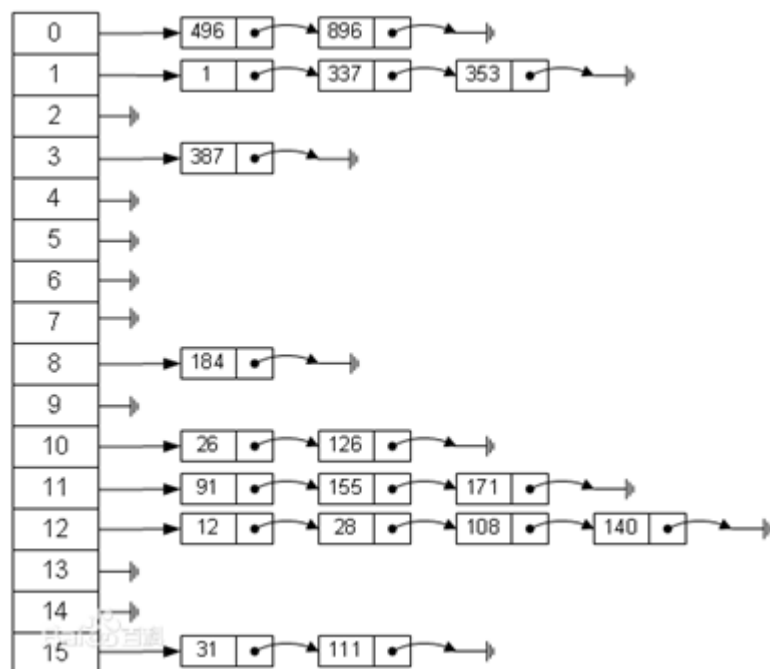
同样装载率因子 $a = n / m$ 超过阈值是, 将哈希表扩张一倍, 重新计算哈希函数值, 将值重新进行存储

查询: 线性探查的问题: 会导致大量的空格, 大量的值连在一起, 导致查询的时候变慢, 当值分散开较好

为了解决上述问题, 使用二次探查的方法

3.2.2 拉链法

哈希表每个位置都连接一个链表, 当冲突发生时, 冲突的元素将被加到该位置链表的最后



当一个位置后边的链表太长,再查找的时候会很慢

同样 拉链法也需要在装载率因子超过阈值的时候动态扩张 (但是他可以大于1)

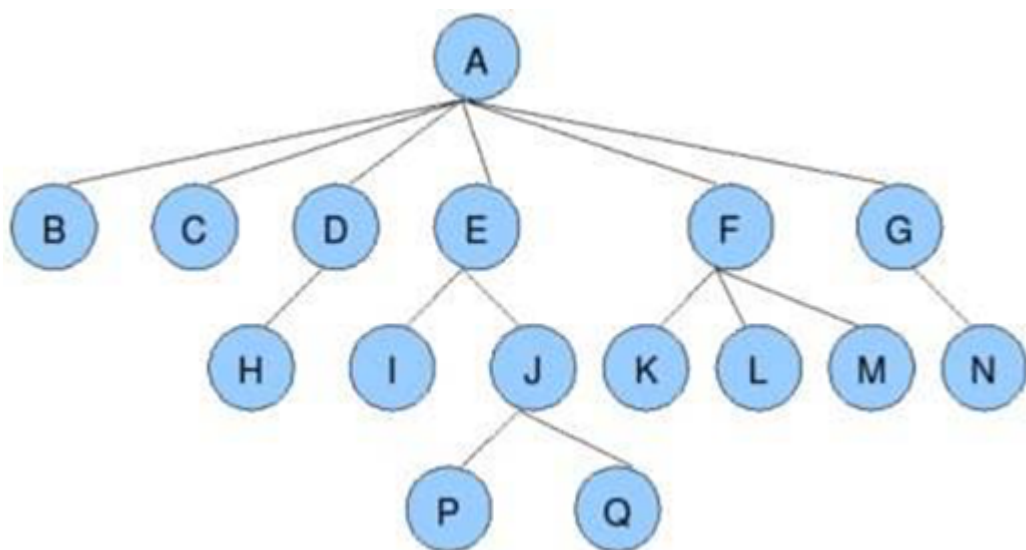
注: 由于key必须通过hash函数计算出一个整数,因此必须是不可变的数据类型

4. 树

1. 树的概念

1.1 简单概述

- 树是一种数据结构 比如: 目录结构
- 树是一种可以递归定义的数据结构
- 树是由n个节点组成的集合:
- 如果 $n=0$, 那这是一棵空树;
- 如果 $n>0$, 那存在1个节点作为树的根节点, 其他节点可以分为m个集合, 每个集合本身又是一棵树。

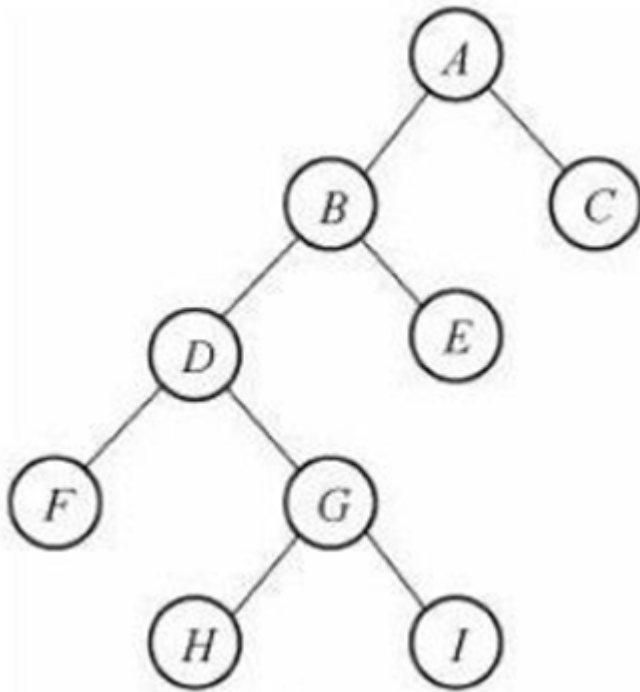


1.2 一些基本的概念

- 根节点、叶子节点：A 根节点 P,Q是叶子结点
- 树的深度（高度）：4 共有4层
- 树的度：任意一个节点有几个叉
- 孩子节点/父节点：有上下级关系的节点
- 子树

2. 二叉树

2.1 定义：度不超过2的树（节点最多有两个叉）



2.2 两种特殊的二叉树

满二叉树：一个二叉树，如果每一个层的结点数都达到最大值，则这个二叉树就是满二叉树。

完全二叉树：叶节点只能出现在最下层和次下层，并且最下面一层的结点都集中在该层最左边的若干位置的二叉树

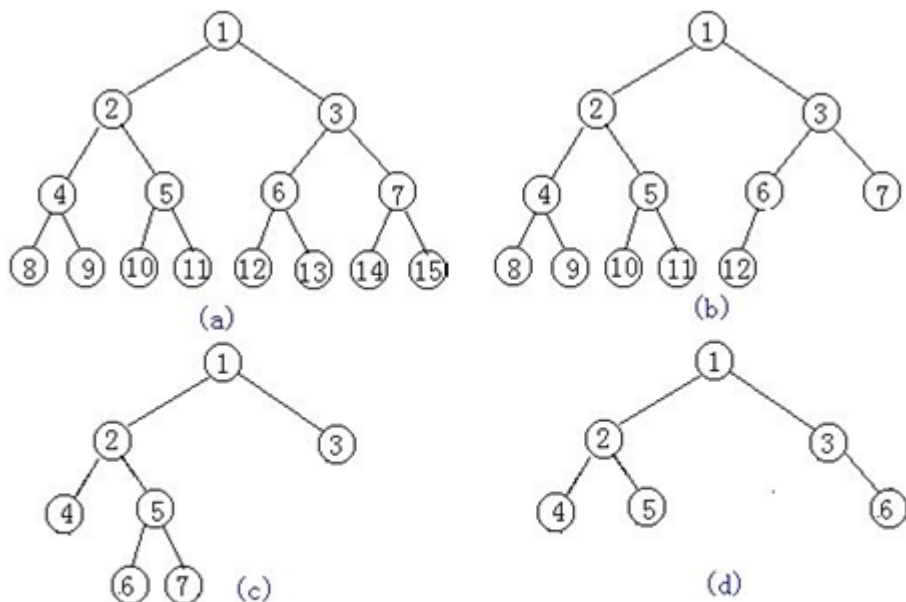


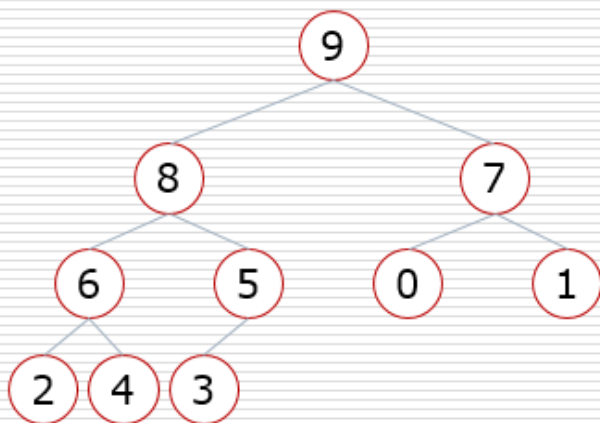
图6.5 特殊形态的二叉树

(a) 满二叉树；(b) 完全二叉树；(c) 和 (d) 非完全二叉树。

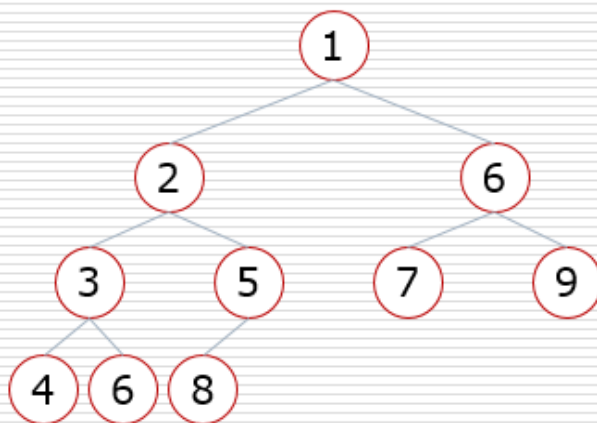
2.2.1 堆

- 大根堆：一棵完全二叉树，满足任一节点都比其孩子节点大
- 小根堆：一棵完全二叉树，满足任一节点都比其孩子节点小

大根堆：



小根堆：



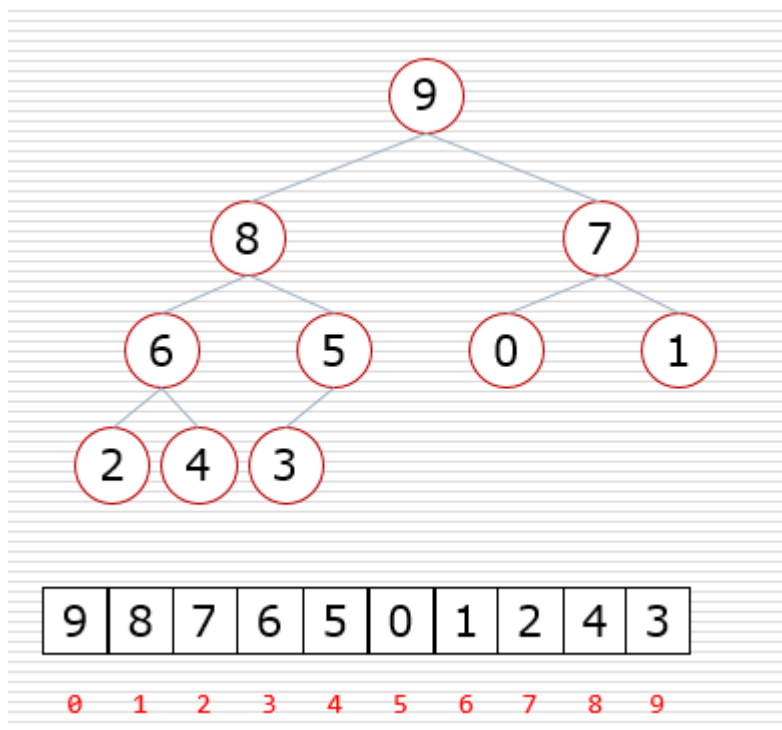
堆的向下调整性质

当根节点的左右子树都是堆时，可以通过一次向下的调整来将其变换成一个堆

在堆里插入一个元素：将新元素插到堆的末尾，使用堆的向上调整保证堆的性质

2.3 二叉树的存储方式

(1) 顺序的存储方式 (列表) ---- 只限于完全二叉树, 其他的情况会浪费空间



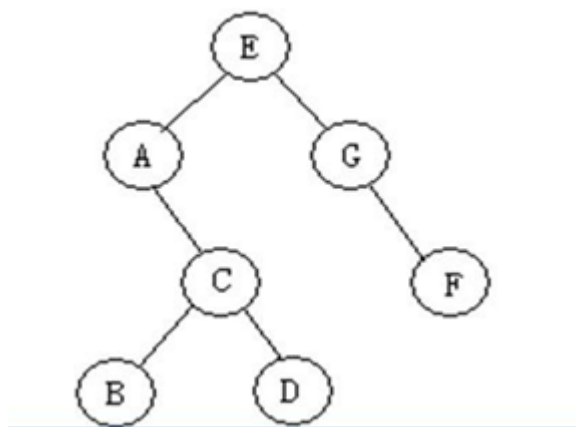
- 父节点和左孩子节点的编号下标有什么关系? 0-1 1-3 2-5 3-7 4-9 $i \rightarrow 2i+1$
- 父节点和右孩子节点的编号下标有什么关系? 0-2 1-4 2-6 3-8 4-10 $i \rightarrow 2i+2$

(2) 链式的存储方式

将二叉树的节点定义为一个对象，节点之间通过类似链表的链接方式来连接

节点的定义:

```
class BiTreeNode:
    def __init__(self, data):
        self.data = data
        self.lchild = None
        self.rchild = None
```



```
class BiTreeNode:
    def __init__(self, data):
        self.data = data
        self.lchild = None
```

```

        self.rchild = None

a = BiTreeNode('A')
b = BiTreeNode('B')
c = BiTreeNode('C')
d = BiTreeNode('D')
e = BiTreeNode('E')
f = BiTreeNode('F')
g = BiTreeNode('G')

e.lchild = a
e.rchild = g
a.rchild = c
c.lchild = b
c.rchild = d
g.rchild = f

root = e

```

2.4 二叉树的遍历

- 前序遍历

```

# 深度优先搜索 - 前序遍历(先序遍历)
def pre_order(root):
    if root: # 如果不是空树
        print(root.data, end='')
        pre_order(root.lchild)
        pre_order(root.rchild)

pre_order(root)    #EACBDGF

```

注: 先打印根节点,在递归左右孩子节点,会实现深度优先遍历

- 中序遍历 -> 当用栈来解释,就是每次从左孩子返回,打印该节点

```

# 深度优先搜索 - 中序遍历
def in_order(root):
    if root: # 如果不是空树
        in_order(root.lchild)
        print(root.data, end='')
        in_order(root.rchild)

in_order(root)    #ABCDEGF

```

注: 先递归左孩子,再输出自己,再递归右孩子,意味着只有当每一个节点的左孩子全部打印,再打印自己,最后打印右孩子

- 后续遍历

```
# 深度优先搜索 - 后序遍历
def post_order(root):
    if root: # 如果不是空树
        post_order(root.lchild)
        post_order(root.rchild)
        print(root.data, end='')

post_order(root)    #BDCAFGE
```

注: 先递归左子树,在递归右子树,最后输出自己 左子树,右子树,节点

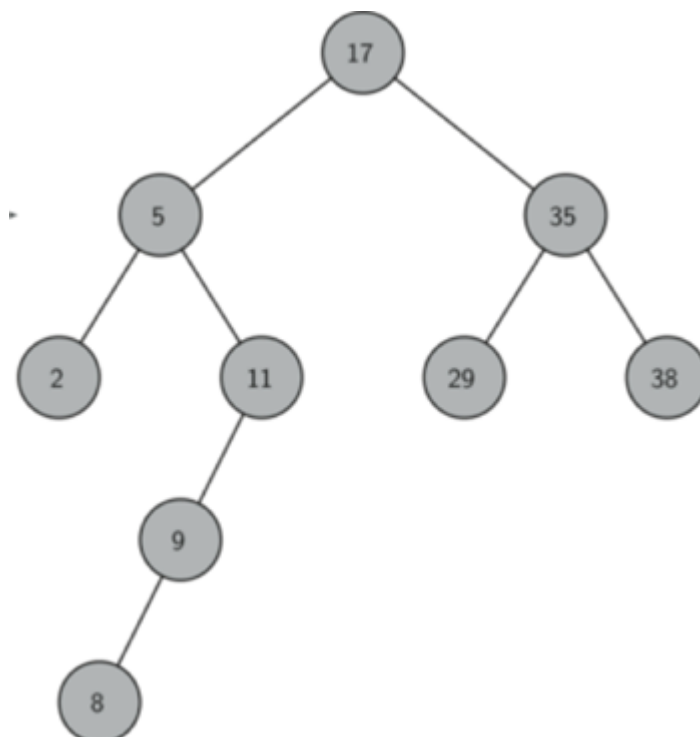
- 层次遍历

```
# 广度优先搜索 - 层次遍历
def level_order(root):
    q = deque()
    q.append(root)
    while len(q)>0: # 只要队列不空
        n = q.popleft()
        print(n.data, end='')
        if n.lchild:
            q.append(n.lchild)
        if n.rchild:
            q.append(n.rchild)

level_order(root)    #EAGCFBD
```

3. 二叉搜索树

二叉搜索树是一颗二叉树且满足性质: 设 x 是二叉树的一个节点。如果 y 是 x 左子树的一个节点, 那么 $y.key \leq x.key$; 如果 y 是 x 右子树的一个节点, 那么 $y.key \geq x.key$.



3.1 二叉树的创建,插入,遍历

```
class BiTreeNode:
    def __init__(self, data):
        self.data = data
        self.lchild = None
        self.rchild = None

class BST:
    def __init__(self, li):
        self.root = None
        for v in li:
            self.insert(v)

    def insert(self, key):
        if not self.root:
            self.root = BiTreeNode(key)
            return
        p = self.root
        while p:
            if key < p.data:
                if p.lchild: # p有左子树
                    p = p.lchild
                else:
                    p.lchild = BiTreeNode(key)
                    return
            elif key > p.data:
                if p.rchild: # p有右子树
                    p = p.rchild
                else:
                    p.rchild = BiTreeNode(key)
                    return
            else:
                return

    def search(self, key):
        p = self.root
        while p:
            if key < p.data:
                p = p.lchild
            elif key > p.data:
                p = p.rchild
            else:
                return True
        return False

    def in_order(self):
        def _in_order(root):
            if root: # 如果不是空树
                _in_order(root.lchild)
```

```

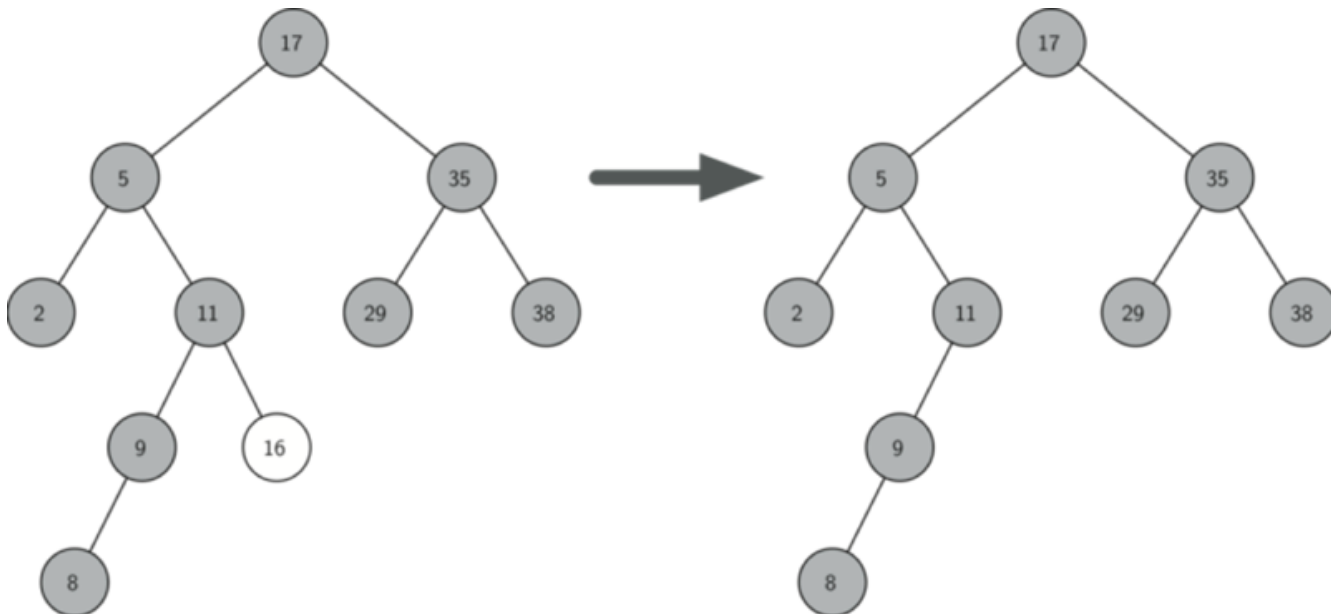
print(root.data, end=',')
_in_order(root.rchild)
_in_order(self.root)

```

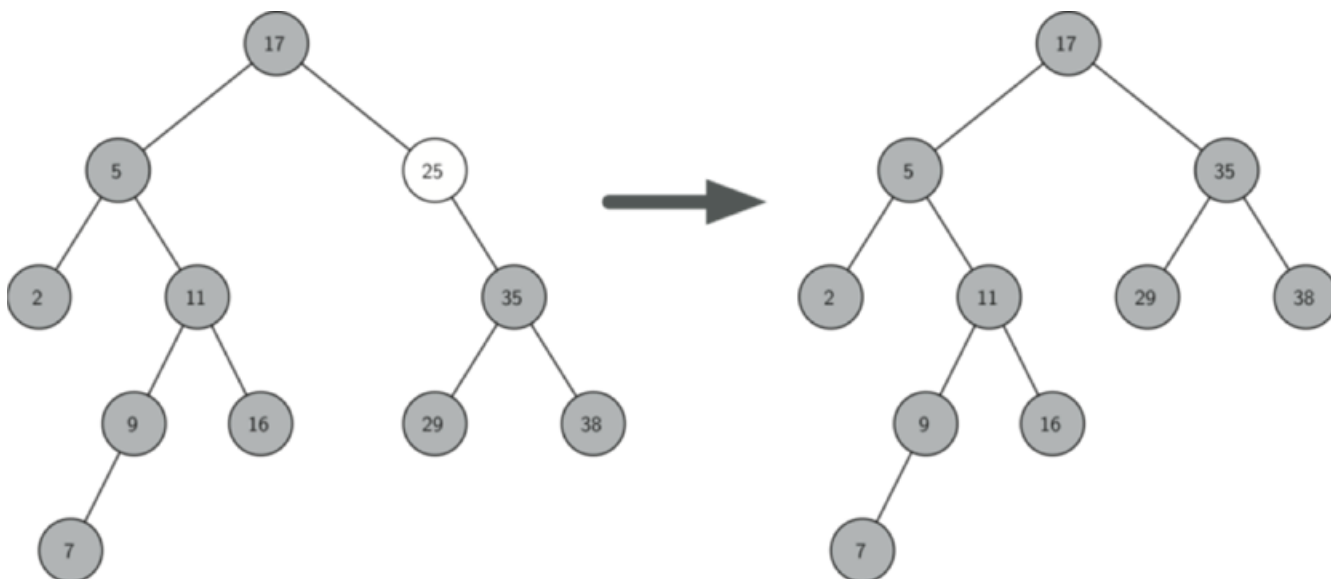
注: 二叉搜索树的中序遍历是升序,也可以做排序,排序 $O(n\log n)$ 但是占了空间

3.2 二叉搜索树的删除 $O(\log n)$

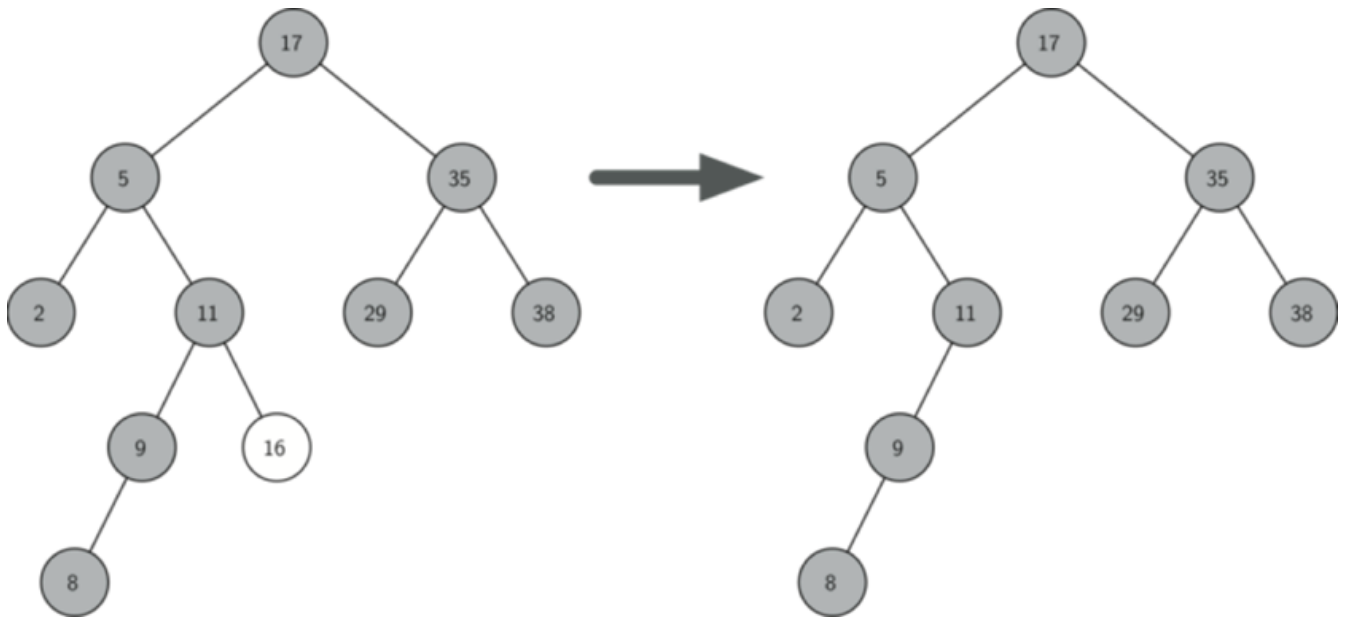
如果要删除的是叶子结点,直接删除



如果要删除的节点只有一个孩子: 将此节点的父亲与孩子连接, 然后删除该节点

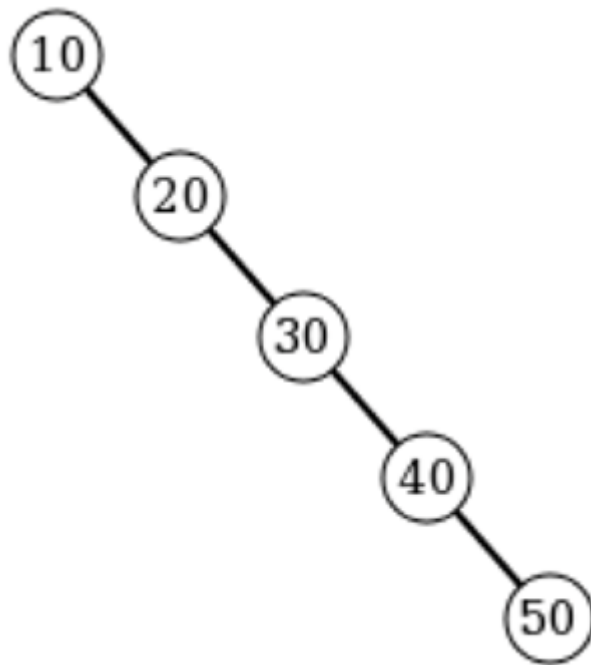


如果要删除的节点有两个孩子: 将其右子树的最小节点 (该节点最多有一个右孩子) 删除, 并替换当前节点



3.3 二叉搜索树的效率

- 平均情况下，二叉搜索树进行搜索的时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。
- 最坏情况下，二叉搜索树可能非常偏斜 $O(n^2)$

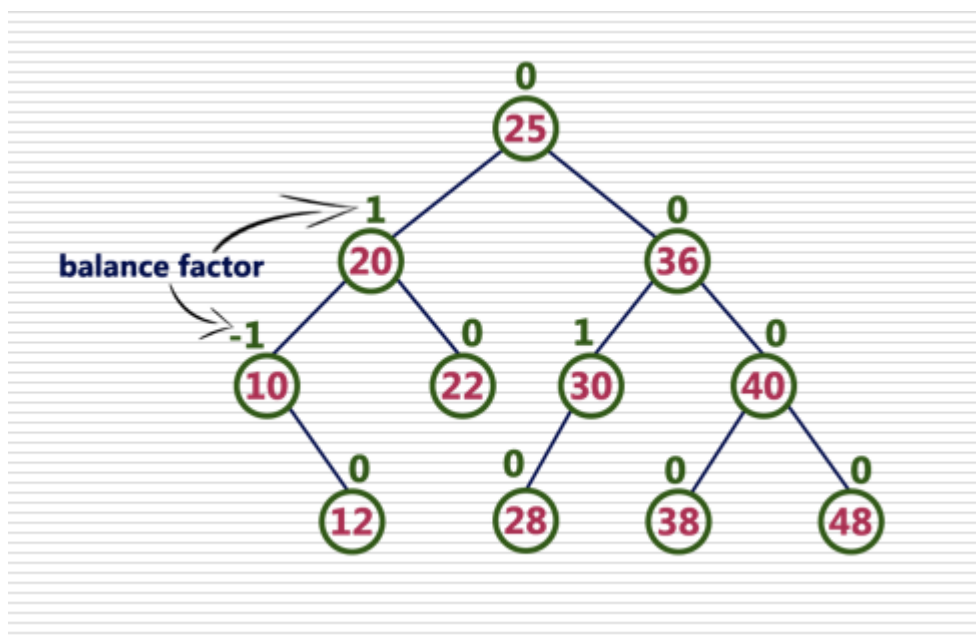


解决方案：

- 随机化插入
- AVL树

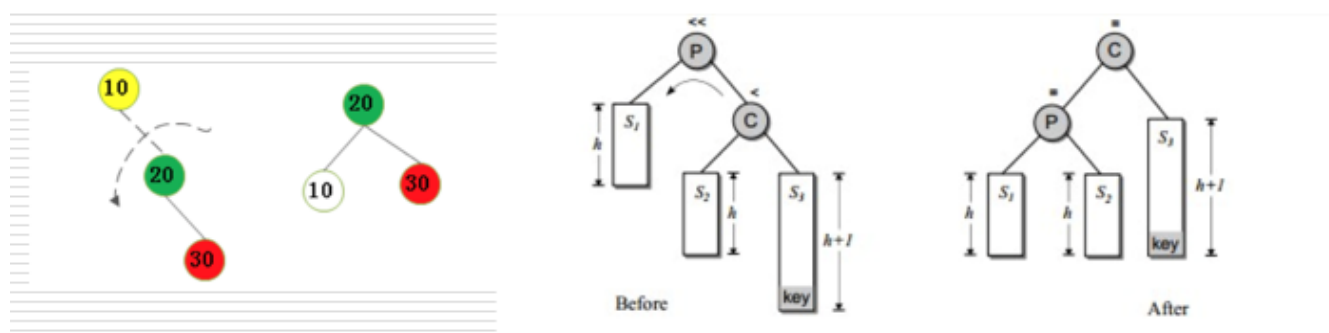
4. AVL树

AVL树：AVL树是一棵自平衡的二叉搜索树。AVL树具有以下性质：根的左右子树的高度之差的绝对值不能超过1 根的左右子树都是平衡二叉树

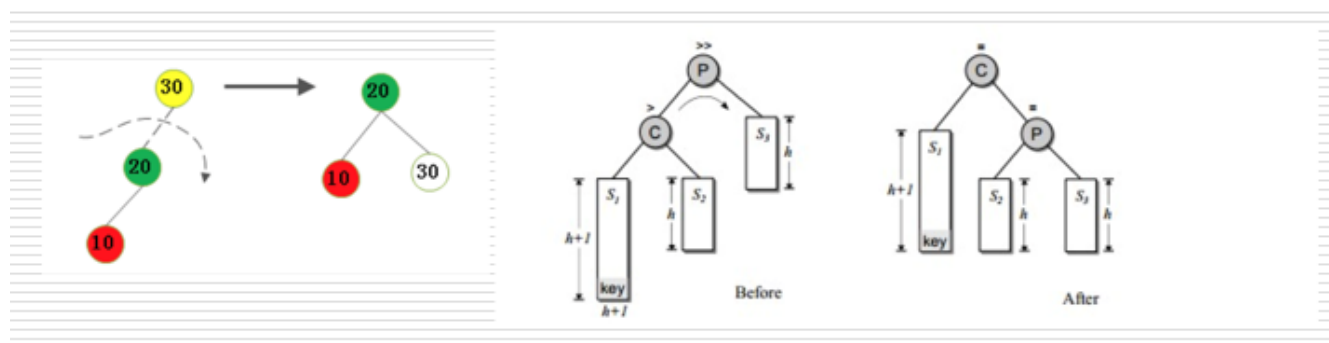


AVL插入——旋转

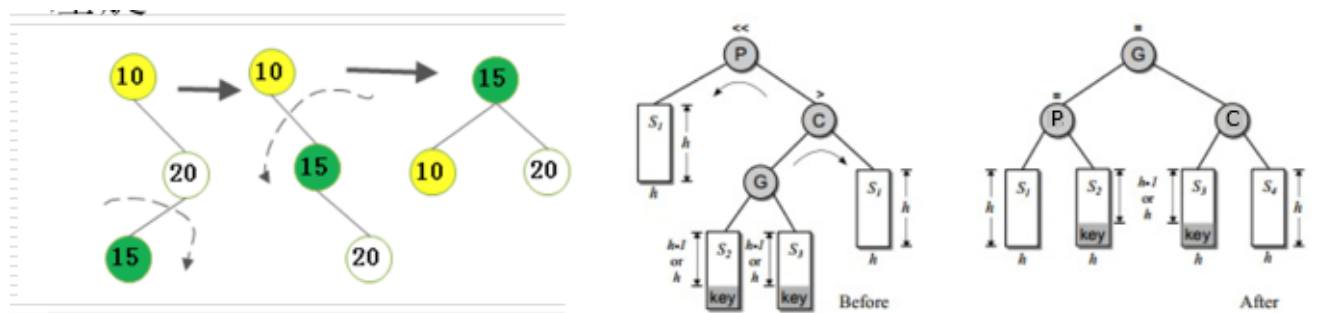
1.不平衡是由于对K的右孩子的右子树插入导致的：左旋



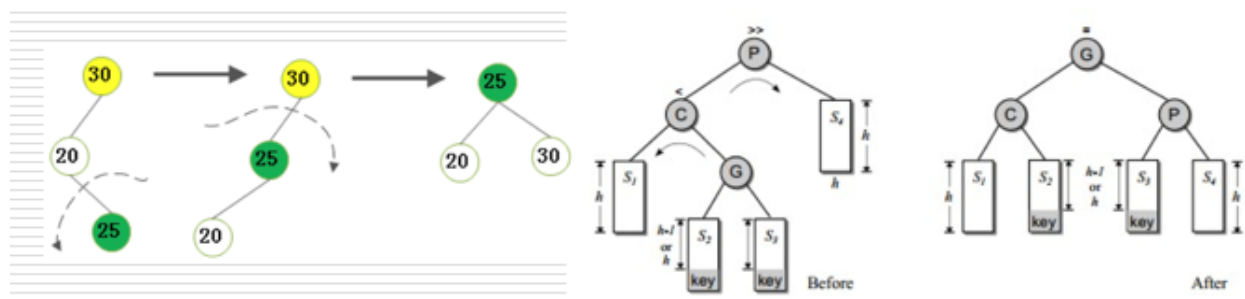
2.不平衡是由于对K的左孩子的左子树插入导致的：右旋



3.不平衡是由于对K的右孩子的左子树插入导致的：右旋-左旋



4.不平衡是由于对K的左孩子的右子树插入导致的：左旋-右旋



5. B树 | B+树**

