



## **DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BASICAS CICLO I /14**

### **GUIA 1 DE LABORATORIO EN MATLAB PARA METODOS NUMERICOS SOBRE SOLUCION DE ECUACIONES DE UNA VARIABLE**

#### **INTRODUCCIÓN**

Matlab es un sistema general de software para matemática especialmente, y otras aplicaciones. Estas comprenden las áreas de la ciencia, tecnología y negocios en donde se aplican métodos cuantitativos. Tiene extensiones a la programación y otros campos específicos de la Ingeniería.

Es un lenguaje de programación bastante comprensible, y no tan complejo como el lenguaje C ó Fortran. De manera que no es necesario saber Fortran ni C para entender Matlab.

A Matlab lo hace único las siguientes características:

- Hay continuidad entre valores reales y complejos
- La amplitud de intervalo y la exactitud de los números son mayores.
- Cuenta con una biblioteca matemática amplia.
- Abundantes herramientas gráficas.
- Capacidad de vincularse con los lenguajes de programación tradicionales.

Finalmente, decimos que Matlab significa **Laboratorio de Matrices**. Es decir que este procesador matemático tiene como elemento básico la matriz.

#### **Como entrar y salir de Matlab**

Para entrar a Matlab se hace lo siguiente:

- Se hace clic en el botón Inicio, luego en el menú de programas, se busca la carpeta **"Matlab"**, luego **"R2008a"** y a continuación **"MATLAB R2008a"**

- Alternativamente puede hacer doble clic en el icono de Matlab.



Ahora, para salir de Matlab se hace lo siguiente:

- Se hace clic en **X** de la parte superior derecha de la pantalla.
- Alternativamente, se teclea **>> exit** ó **>> quit**.

## Antes de iniciar

Antes de empezar a utilizar Matlab, es necesario conocer sobre algunos comandos que podrían ser de utilidad:

- **help:** Presenta una explicación sobre de los comandos. Se teclea help y el comando cuyo significado no se sabe.
- **clc:** borra todo lo tecleado en pantalla.
- **clear all:** borra la información asignada a las variables.
- **syms:** se utiliza para declarar como simbólica las variables.
- **length:** se utiliza para saber el tamaño de un vector.
- **max:** se emplea para saber el valor máximo de un vector.
- **rank:** se emplea para establecer el rango de una matriz.
- **subs:** se utiliza para evaluar funciones declaradas simbólicas.
- **abs:** se utiliza para obtener el valor absoluto.
- **solve:** se utiliza para obtener la solución de una o más ecuaciones.
- **roots:** se utiliza para obtener las raíces de polinomios.
- **diff:** se emplea para obtener la derivada de una función.
- **feval:** se emplea para evaluar funciones definidas en un archivo M.
- **inline:** se emplea para generar funciones objeto.
- **fprintf:** se emplea para dar formato de salida a los resultados.

## ARCHIVOS M

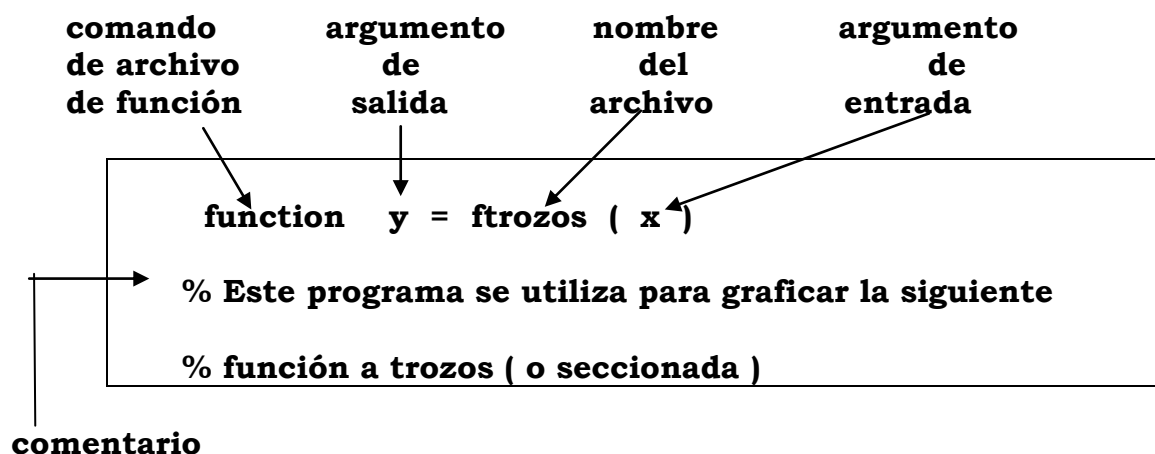
Un **archivo M** es un programa escrito con comandos de Matlab, que normalmente define una nueva función adicional al software. La extensión de este tipo de archivo es “.m “

Un **archivo M** puede ser : **de función o de guión**

Una de las aplicaciones más importante de un **archivo M de función**, se presenta en la definición de funciones a trozos( seccionadas), a través del comando **function**, cuya sintaxis es la siguiente:

**function argumento\_salida= nombre\_función (argumento\_entrada)**

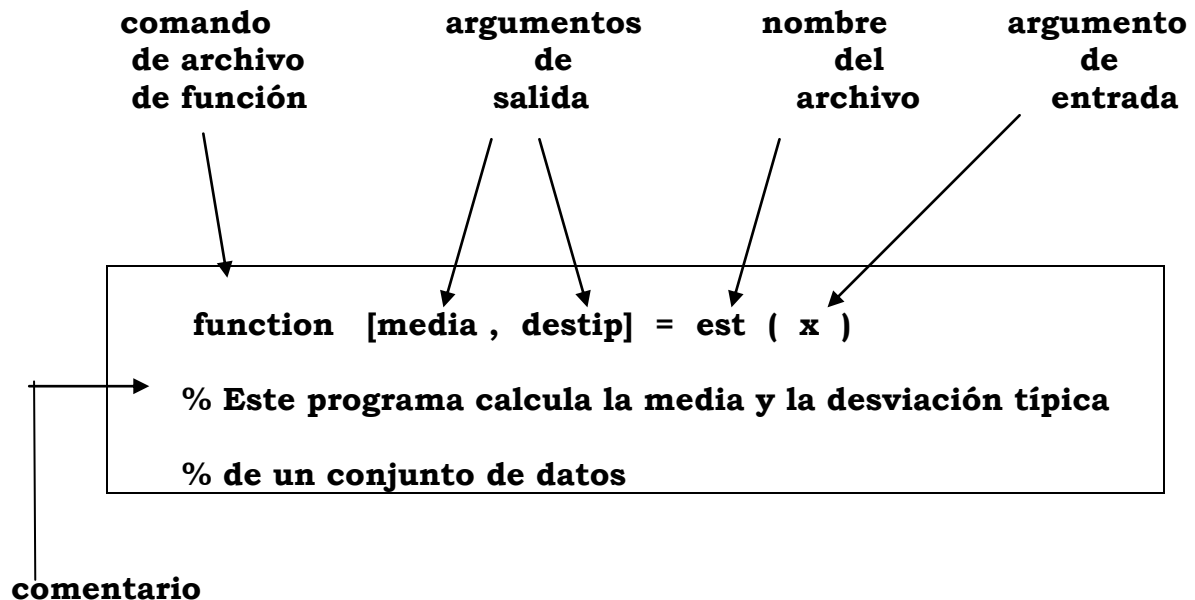
Por ejemplo:



Un archivo-M de función puede tener varios argumentos de entrada y de salida, su sintaxis es la siguiente :

**function [arg1\_sal,...,argn\_sal]=nombre\_función(arg1\_ent,...,argn\_ent)**

**Por ejemplo:**



**Observaciones :**

1. Los argumentos de salida de un archivo M de función, van entre corchetes separados por coma.
2. Los argumentos de entrada de un archivo M de función, van entre paréntesis separados por coma.

**Diferencias entre un archivo M de función y de guión :**

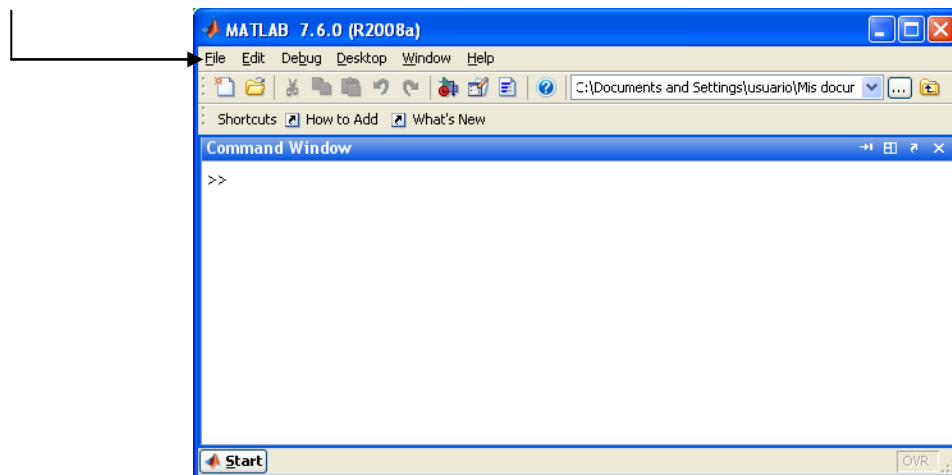
1. Un archivo M de función tiene el comando “function” en la primera línea del programa, en cambio un archivo M de guión no lleva el comando function.
2. Un archivo M de función tiene argumento(s) de entrada y de salida, en cambio un archivo M de guión no lleva dichos argumentos.

En un archivo M, es recomendable hacer algún comentario explicativo de lo que hace el programa y **para hacerlo es necesario escribir como primer caracter de la línea, el símbolo %**.

## Como iniciar un archivo M

Se selecciona la opción File de la barra superior de menús, como se muestra a continuación:

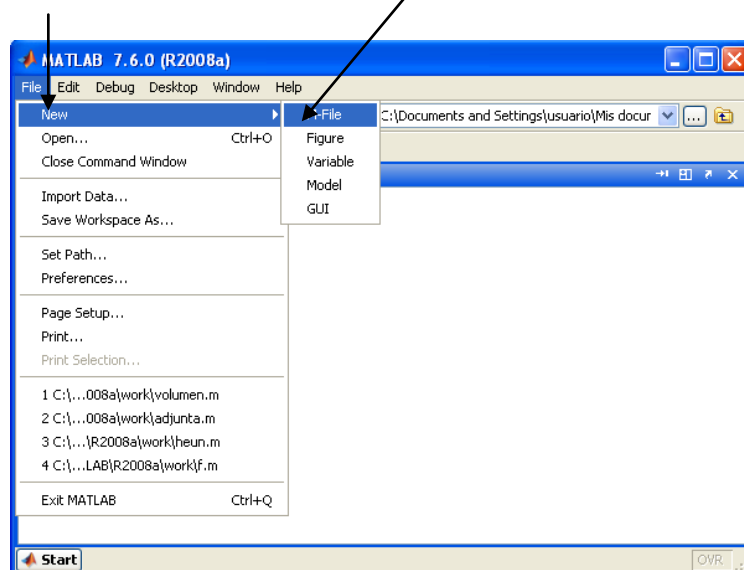
Hacer un click en el botón izquierdo del ratón, en File



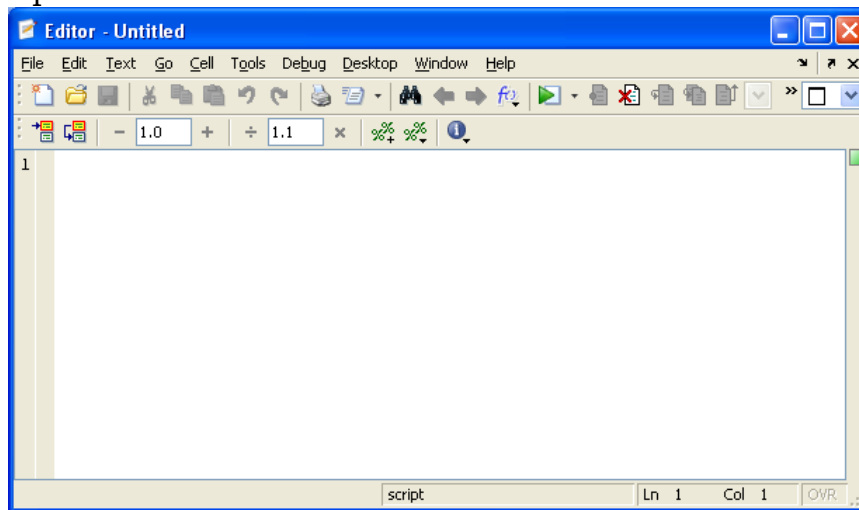
Al seleccionar la opción File, se obtiene el siguiente menú desplegable, en el que se observan las distintas opciones posibles para el trabajo con ficheros.

Hacer un click en el botón izquierdo del ratón, en New

Hacer un click en el botón izquierdo del ratón, en M-file



Al seleccionar la opción **New** y luego la sub-opción **M file**, aparece la siguiente pantalla:



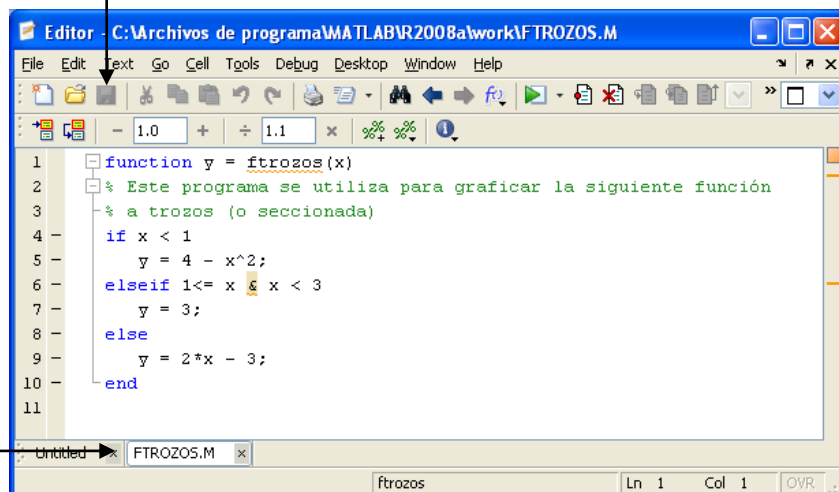
La **opción New** permite comenzar un nuevo trabajo y tiene dos opciones posibles: **M File** y **Figure**

La **sub-opción M File** abre el editor de texto de Matlab y presenta una ventana limpia para escribir en ella, como se muestra en la pantalla anterior.

### Como guardar un archivo M

Para guardar un archivo M, se puede seleccionar el icono del disco de 3½. Por defecto el archivo se guarda con el nombre de "ftrozoz.m" en un sub-directorio de Matlab.

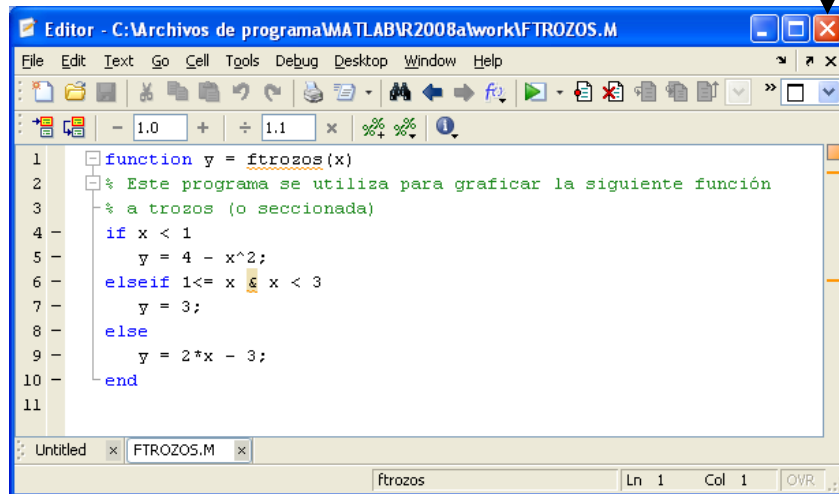
**Hacer un click en el botón  
Izquierdo del ratón**



**Nombre del archivo**

Una vez guardado el archivo, se sale del editor de texto de MATLAB cerrando la ventana de edición, así :

Hacer un click en el botón  
Izquierdo del ratón



## Como ejecutar un archivo M

Para ejecutar un archivo M, basta con teclear su nombre (sin extensión .m) en la ventana de comandos de Matlab y luego presionar Enter.

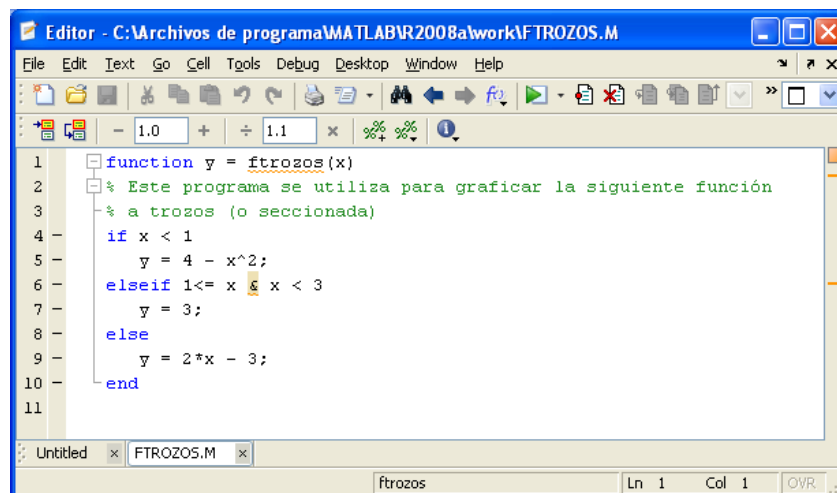
Ejemplo 1 :

Representar la gráfica de la siguiente función a trozos (o seccionada)

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & , \quad \text{si } x < 1 \\ 3 & , \quad \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 2x - 3 & , \quad \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

### Solución:

En el editor de texto de Matlab, se digita el siguiente archivo de función:

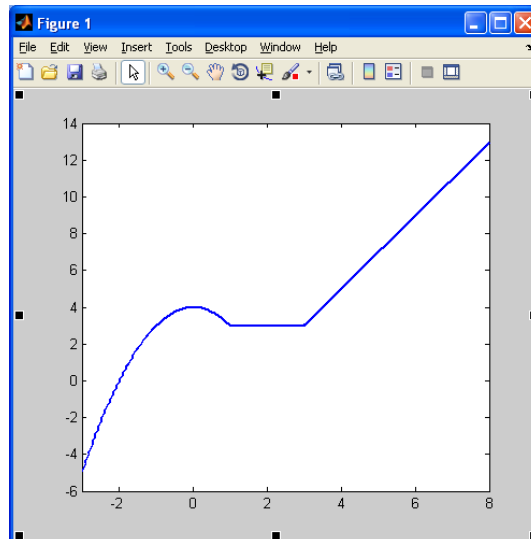


Después de haber digitado el programa, se guarda con el nombre de **“ftrozos”** (Matlab lo guarda por defecto con ese nombre y le agrega la extensión .m) y luego se sale del editor de texto de MATLAB cerrando la ventana de edición.

Estando en la ventana de comandos de Matlab, se ejecuta de esta manera:

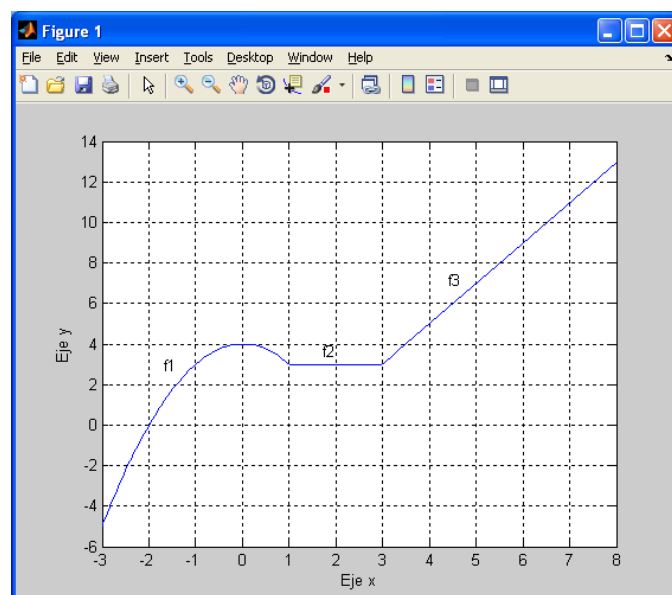
» **fplot ( ‘ ftrozos ‘ , [ - 3 , 8 ] )**      % Gráfica de la función f, en el intervalo dado.

Aparece la gráfica de la función a trozos ( o seccionada)



Luego, podemos agregar al gráfico algunas características tales como :

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| » <b>grid on</b>                     | % Sitúa rejillas en el gráfico   |
| » <b>xlabel ( ‘ Eje x ‘ )</b>        | % Sitúa en el eje x , “Eje x”  |
| » <b>ylabel ( ‘ Eje y ‘ )</b>        | % Sitúa en el eje y , “Eje y”  |
| » <b>gtext ( ‘ f<sub>1</sub> ‘ )</b> | % Sitúa f <sub>1</sub> en un punto seleccionado con el ratón dentro de la gráfica. |
| » <b>gtext ( ‘ f<sub>2</sub> ‘ )</b> | % Sitúa f <sub>2</sub> en un punto seleccionado con el ratón dentro de la gráfica. |
| » <b>gtext ( ‘ f<sub>3</sub> ‘ )</b> | % Sitúa f <sub>3</sub> en un punto seleccionado con el ratón dentro de la gráfica. |



Ejemplo 2: (Aplicación en Estadística)

Crear un archivo M de función que calcule la media y la desviación típica de los elementos de un conjunto de datos.

Solución:

Para resolver este problema, se utilizan las siguientes ecuaciones estadísticas:

$$\text{media} = \bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n}$$

$$\text{destip} = \sigma = \sqrt{\sum_{k=1}^n \frac{(x_k - \text{media})^2}{n}}$$

En el editor de texto de Matlab, se digita el siguiente archivo M de función:

```

1 function [media, destip]=est(x)
2 %Este programa calcula la media y la desviación típica
3 % de un conjunto de datos
4 n= length(x);
5 media =sum(x)/n;
6 destip=sqrt(sum((x-media).^2/n));
7 bar(x)

```

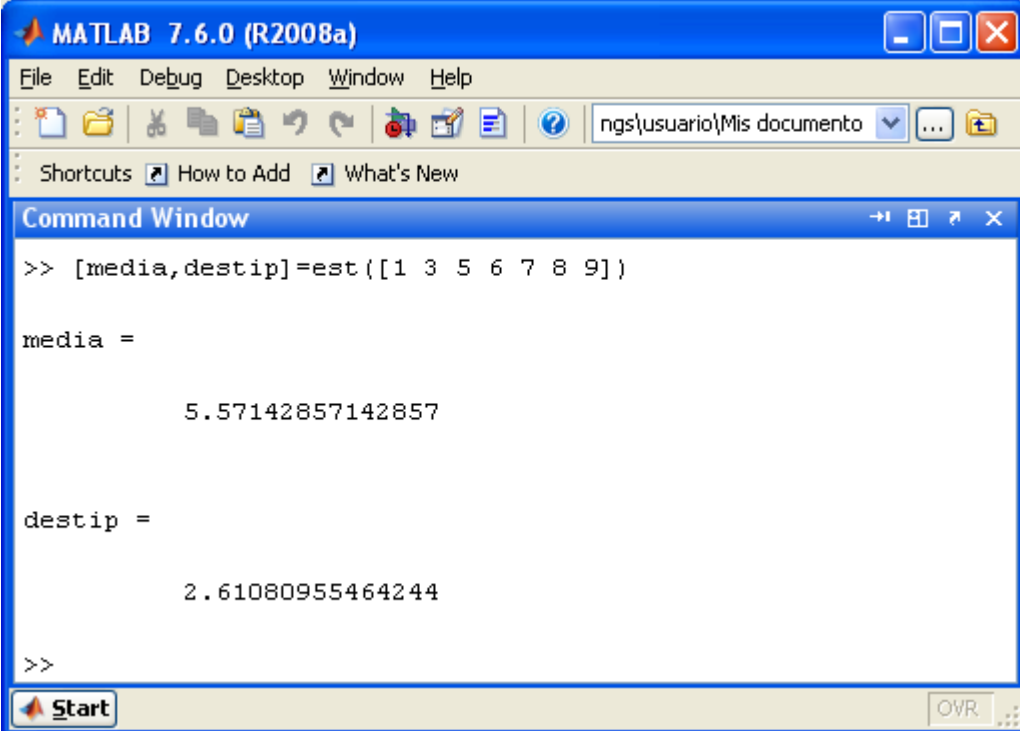
Después de haber digitado el programa, se guarda con el nombre de “**est**” (MATLAB lo guarda por defecto con ese nombre y le agrega la extensión .m ) y luego se sale del editor de texto de MATLAB cerrando la ventana de edición.

Ahora, calculamos la media y la desviación típica de los números:

**1, 3, 5, 6, 7, 8 y 9**



Estando en la ventana de comandos de Matlab, se ejecuta de esta manera:



The image shows the MATLAB 7.6.0 (R2008a) Command Window. The title bar is blue with the MATLAB logo and version. The menu bar includes File, Edit, Debug, Desktop, Window, and Help. The toolbar contains icons for file operations and help. The address bar shows the current directory as 'ngs\usuario\Mis documento'. Below the toolbar, there are links for Shortcuts, How to Add, and What's New. The Command Window itself has a blue header with the text 'Command Window' and standard window controls. The command prompt shows the execution of the command `[media, destip] = est([1 3 5 6 7 8 9])`. The output displays the values for 'media' and 'destip'.

```
>> [media, destip] = est([1 3 5 6 7 8 9])

media =

    5.57142857142857

destip =

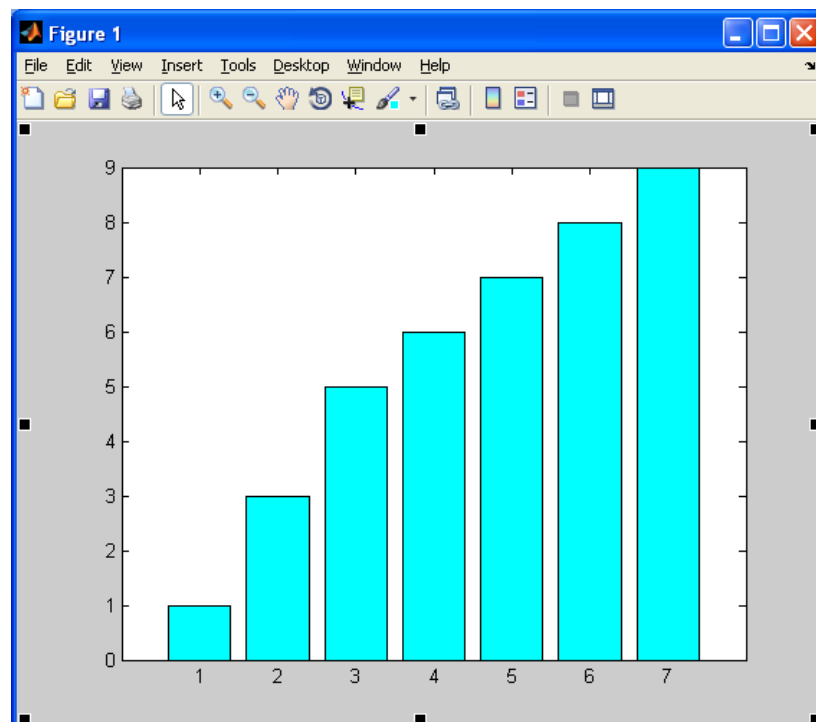
    2.61080955464244

>>
```

Podemos agregar al programa lo siguiente :

1. **bar(x):** comando que se utiliza para graficar un conjunto de datos
2. **grid on:** comando que se utiliza para colocar rejillas al gráfico

Se obtiene la gráfica del conjunto de datos { 1 , 3 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 }



### Ejemplo 3: (Aplicación en las Ciencias Físicas)

Desde el suelo se dispara un proyectil, con velocidad inicial  $\mathbf{v_0}$  y con ángulo inicial  $\theta_0$

Crear un archivo-M de guión que pida:

- \* **la velocidad inicial en mts/seg**
- \* **el ángulo inicial en grados**

Con estos datos de entrada, se desea:

- \* **calcular la altura máxima que alcanza el proyectil**
- \* **calcular el alcance máximo del proyectil**
- \* **graficar el movimiento del proyectil**

solución:

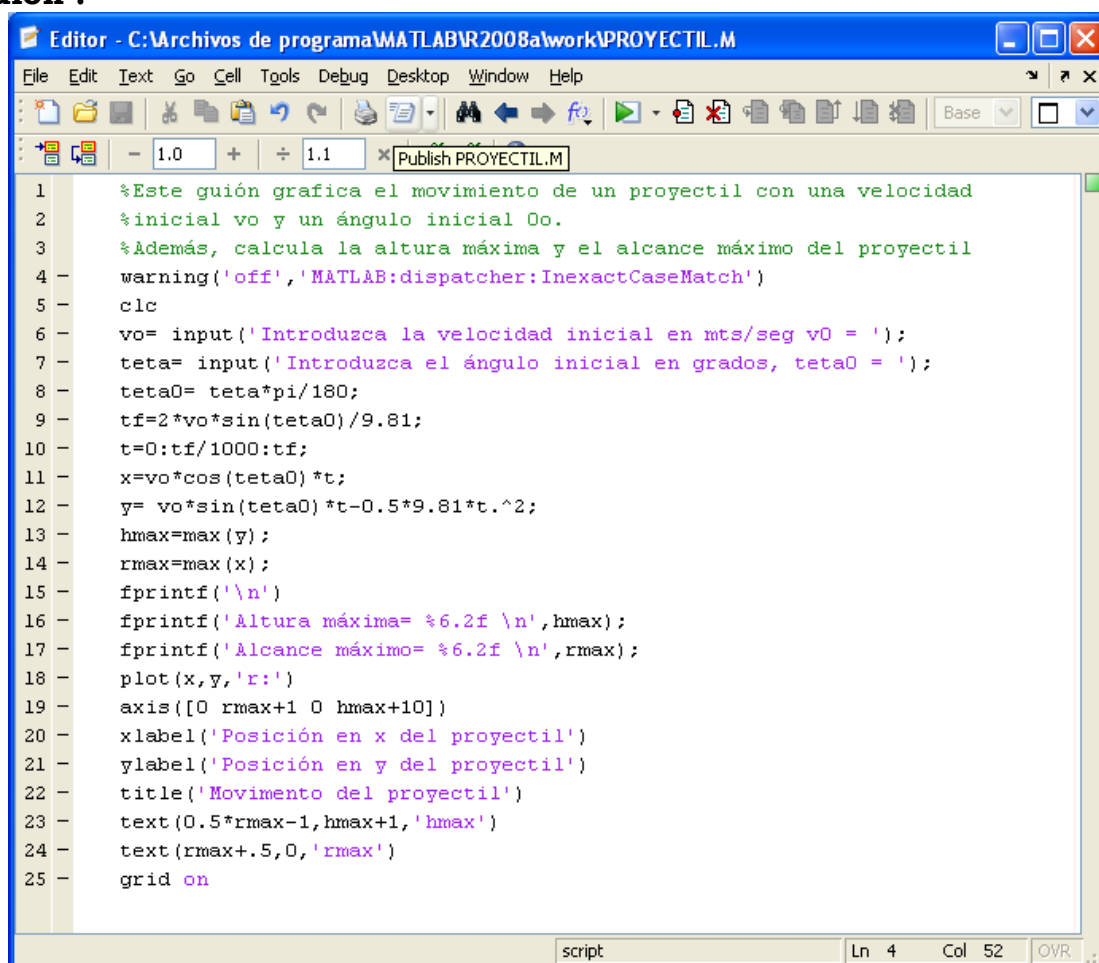
Para resolver este problema, se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$x = v_0 \cos(\theta_0) t$$

$$y = v_0 \sin(\theta_0) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t_i = 0 \quad y \quad t_f = \frac{2 v_0 \sin \theta_0}{g}$$

**En el editor de texto de Matlab, se digita el siguiente archivo M de guión :**



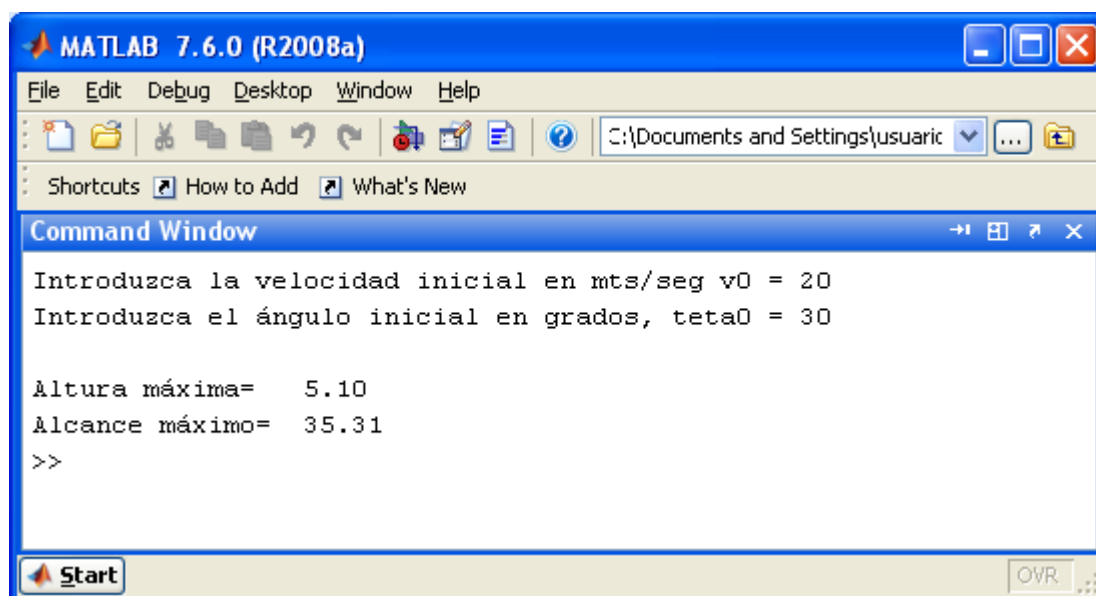
```

1 %Este guión grafica el movimiento de un proyectil con una velocidad
2 %inicial vo y un ángulo inicial Oo.
3 %Además, calcula la altura máxima y el alcance máximo del proyectil
4 warning('off','MATLAB:dispatcher:InexactCaseMatch')
5 clc
6 vo= input('Introduzca la velocidad inicial en mts/seg v0 = ');
7 teta= input('Introduzca el ángulo inicial en grados, teta0 = ');
8 teta0= teta*pi/180;
9 tf=2*vo*sin(teta0)/9.81;
10 t=0:tf/1000:tf;
11 x=vo*cos(teta0)*t;
12 y= vo*sin(teta0)*t-0.5*9.81*t.^2;
13 hmax=max(y);
14 rmax=max(x);
15 fprintf('\n')
16 fprintf('Altura máxima= %6.2f \n',hmax);
17 fprintf('Alcance máximo= %6.2f \n',rmax);
18 plot(x,y,'r:');
19 axis([0 rmax+1 0 hmax+10])
20 xlabel('Posición en x del proyectil')
21 ylabel('Posición en y del proyectil')
22 title('Movimiento del proyectil')
23 text(0.5*rmax-1,hmax+1,'hmax')
24 text(rmax+.5,0,'rmax')
25 grid on
  
```

Digitado el programa, se guarda con el nombre de **“proyectil”** (si usted lo desea así) y luego se sale del editor de texto de MATLAB cerrando la ventana de edición .

Estando en la ventana de comandos de Matlab, se ejecuta de esta manera :  
**» proyectil**

Ahora, calculamos la altura máxima y el alcance máximo del proyectil para una velocidad inicial de 20mts/seg y un ángulo inicial de 30 grados :

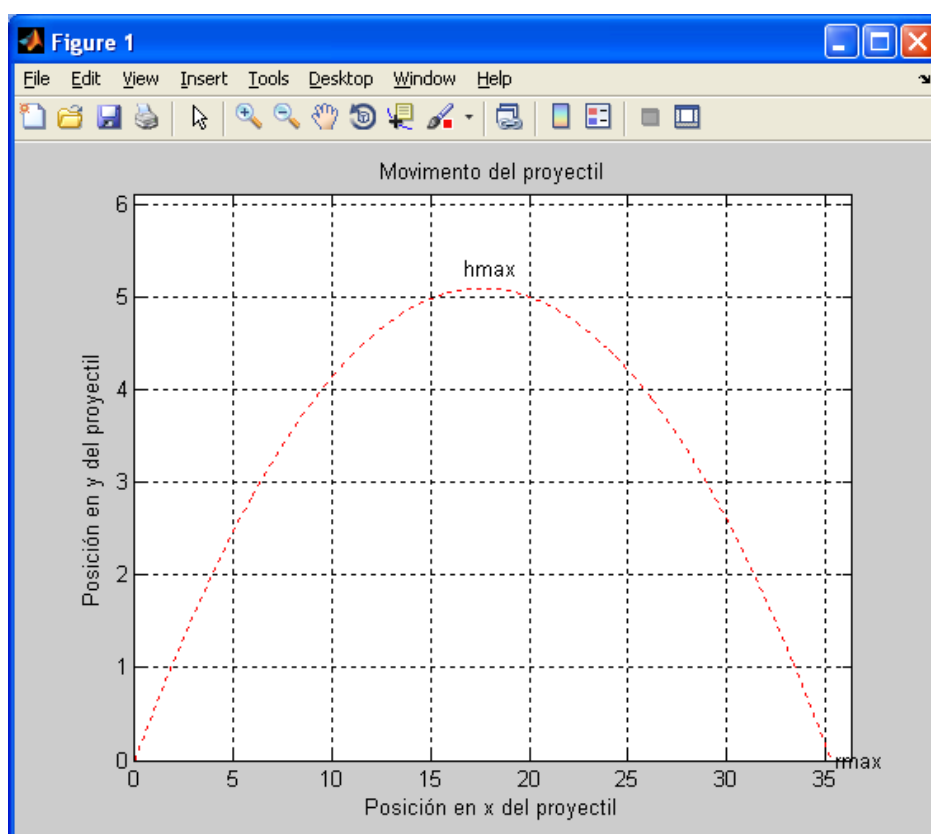


The image shows the MATLAB 7.6.0 (R2008a) Command Window. The window title is "MATLAB 7.6.0 (R2008a)". The menu bar includes File, Edit, Debug, Desktop, Window, and Help. The toolbar contains icons for file operations and help. The Command Window displays the following text:

```
Introduzca la velocidad inicial en mts/seg v0 = 20
Introduzca el ángulo inicial en grados, teta0 = 30

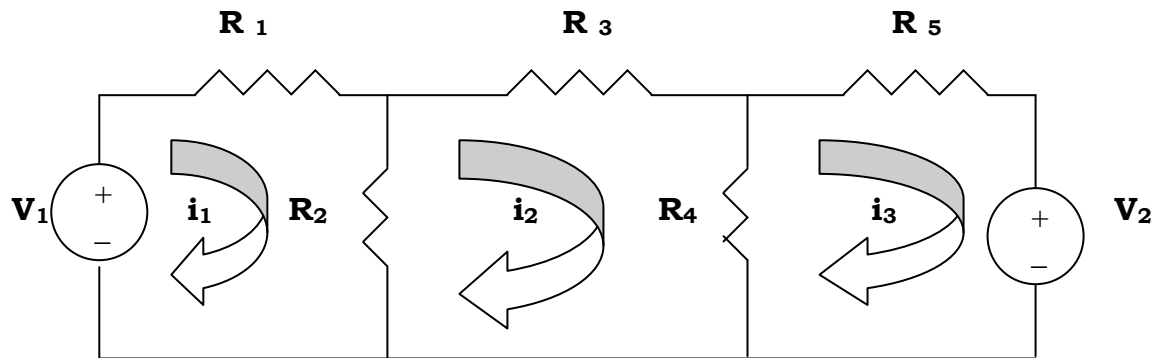
Altura máxima=    5.10
Alcance máximo=   35.31
>>
```

At the bottom of the window, there is a "Start" button and a status bar showing "OVR".



Ejemplo 4: (Aplicación en circuitos eléctricos)

Considere el circuito eléctrico que se muestra a continuación



**Circuito eléctrico con dos fuentes de voltaje**

Las tres ecuaciones que describen los voltajes alrededor de los tres lazos son:

$$\begin{aligned} -V_1 + R_1 i_1 + R_2 (i_1 - i_2) &= 0 \\ R_2 (i_2 - i_1) + R_3 i_2 + R_4 (i_2 - i_3) &= 0 \\ R_4 (i_3 - i_2) + R_5 i_3 + V_2 &= 0 \end{aligned}$$

Supongamos que conocemos:

**\*los valores de las resistencias:  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$  y**

**\*las fuentes de voltajes:  $V_1, V_2$**

Las incógnitas del sistema de ecuaciones son las corrientes de malla:  
 **$i_1, i_2, i_3$**

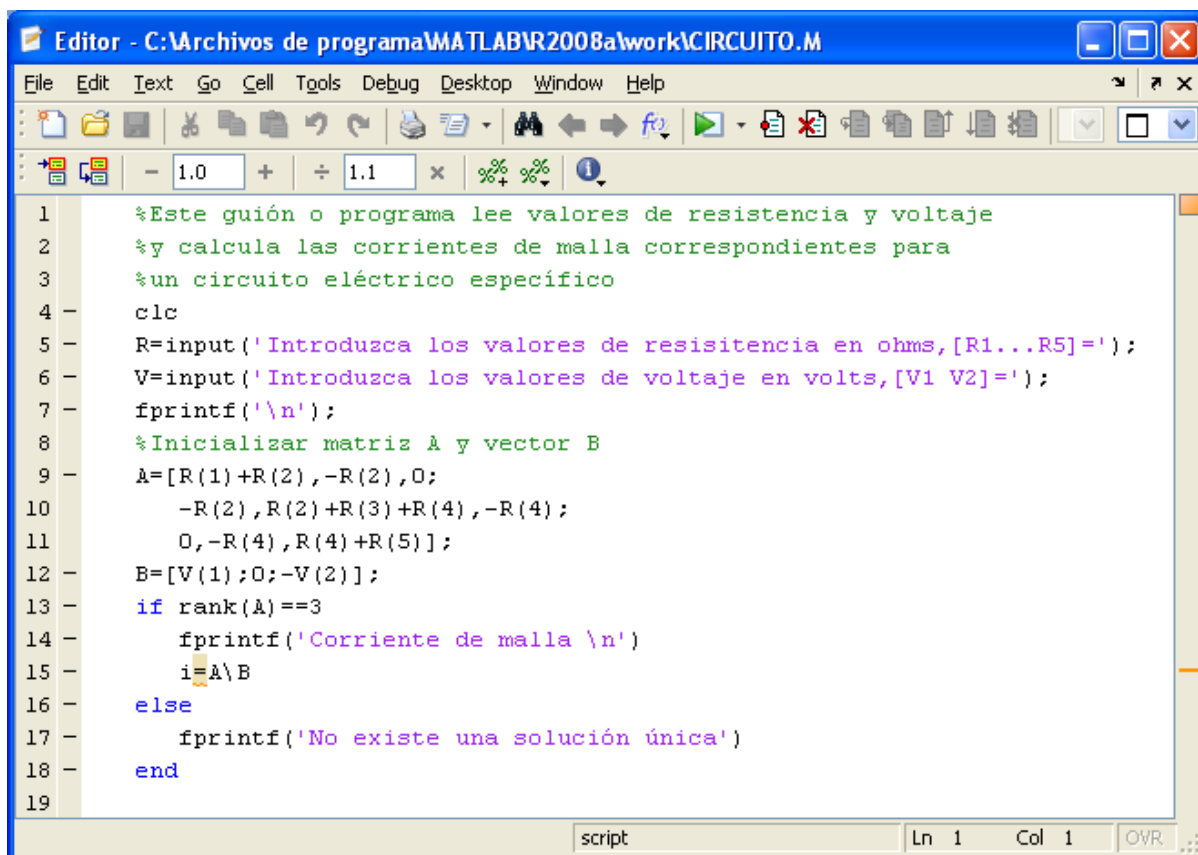
Entonces, podemos reacomodar el sistema de ecuaciones así:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2) i_1 - R_2 i_2 + 0 i_3 &= V_1 \\ -R_2 i_1 + (R_2 + R_3 + R_4) i_2 - R_4 i_3 &= 0 \\ 0 i_1 - R_4 i_2 + (R_4 + R_5) i_3 &= -V_2 \end{aligned}$$

Se desea, calcular las tres corrientes de malla:  **$i_1, i_2, i_3$**

Solución :

En el editor de texto de Matlab, se digita el siguiente archivo M de gui3n:



```

1 %Este gui3n o programa lee valores de resistencia y voltaje
2 %y calcula las corrientes de malla correspondientes para
3 %un circuito el3ctrico espec3fico
4 clc
5 R=input('Introduzca los valores de resisitencia en ohms,[R1...R5]=' );
6 V=input('Introduzca los valores de voltaje en volts,[V1 V2]=' );
7 fprintf('\n');
8 %Inicializar matriz A y vector B
9 A=[R(1)+R(2),-R(2),0;
10    -R(2),R(2)+R(3)+R(4),-R(4);
11    0,-R(4),R(4)+R(5)];
12 B=[V(1);0;-V(2)];
13 if rank(A)==3
14     fprintf('Corriente de malla \n')
15     i=A\B
16 else
17     fprintf('No existe una soluci3n 3nica')
18 end
19

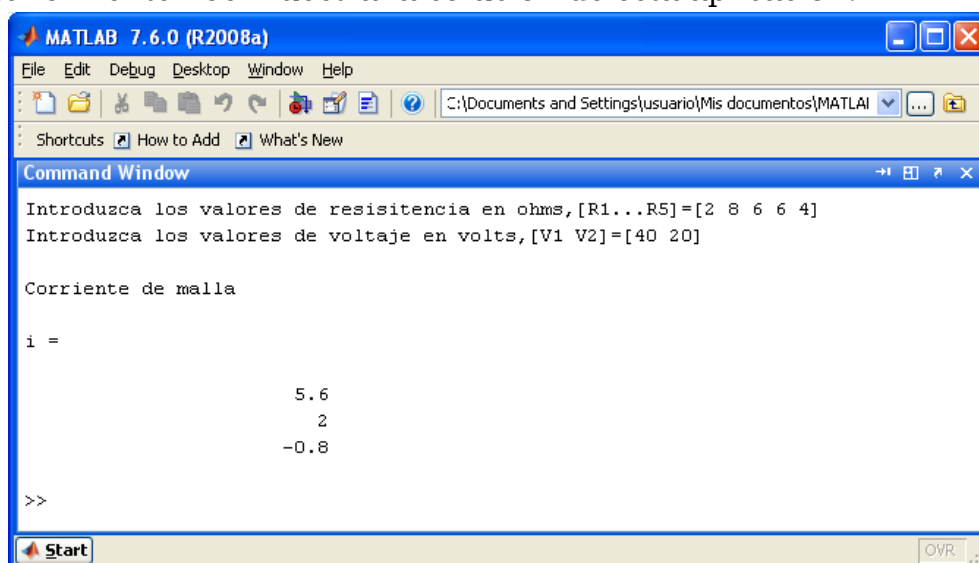
```

Despu3s de haber digitado el programa, se guarda con el nombre de **“circuito”** (si usted lo desea as3) y luego se sale del editor de texto de Matlab cerrando la ventana de edici3n.

Estando en la ventana de comandos de Matlab, se ejecuta de esta forma:

» **circuito** (nombre del archivo donde esta el programa)

Aparece en la pantalla mensajes para pedir los datos de entrada y posteriormente nos muestra la soluci3n de esta aplicaci3n:



```

MATLAB 7.6.0 (R2008a)
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\Documents and Settings\usuario\Mis documentos\MATLAB\
Shortcuts How to Add What's New
Command Window
Introduzca los valores de resisitencia en ohms,[R1...R5]=[2 8 6 6 4]
Introduzca los valores de voltaje en volts,[V1 V2]=[40 20]

Corriente de malla

i =

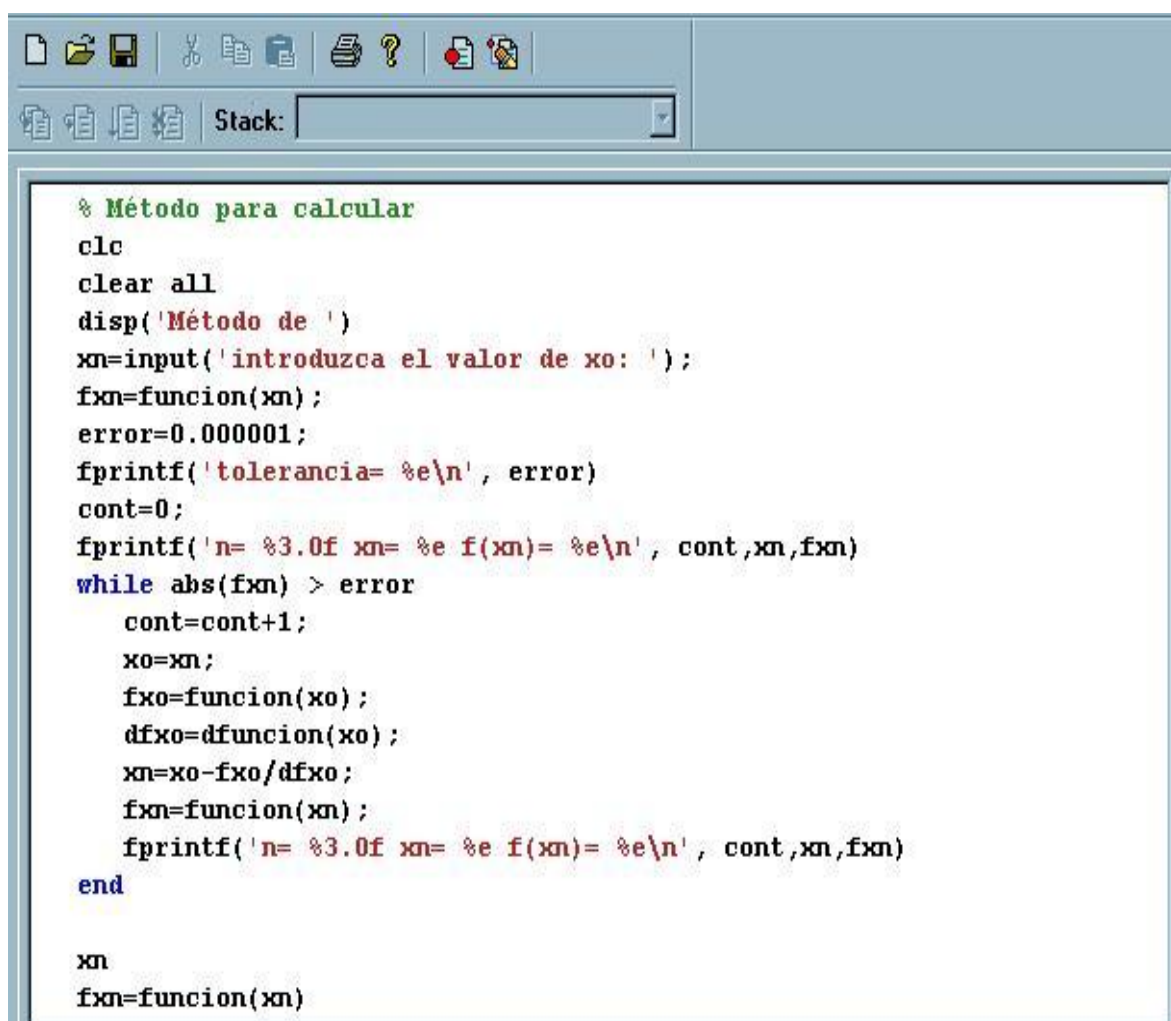
          5.6
           2
        -0.8

>>
Start

```

En algunas ocasiones a la hora de estar diseñando un programa es necesario, para desarrollar algún cálculo u obtener un dato específico, llamar a otra función que ha sido definida previamente o que ya existe. A continuación se muestra un ejemplo de un **archivo M tipo guión**, en el cual para ejecutar el programa principal es necesario llamar a otras funciones:

A continuación se muestra el ejemplo de un programa, donde las funciones internas que deben existir como un **archivo M de tipo función** son: **funcion** y **dfuncion**, de lo contrario al ejecutarse el programa principal mostrará un mensaje de error en la ventana de comandos de Matlab.



```

% Método para calcular
clc
clear all
disp('Método de ')
xn=input('introduzca el valor de xo: ');
fxn=funcion(xn);
error=0.000001;
fprintf('tolerancia= %e\n', error)
cont=0;
fprintf('n= %3.0f xn= %e f(xn)= %e\n', cont,xn,fxn)
while abs(fxn) > error
    cont=cont+1;
    xo=xn;
    fxo=funcion(xo);
    dfxo=dfuncion(xo);
    xn=xo-fxo/dfxo;
    fxn=funcion(xn);
    fprintf('n= %3.0f xn= %e f(xn)= %e\n', cont,xn,fxn)
end

xn
fxn=funcion(xn)

```

A continuación se presenta un **ejemplo** sobre un **archivo M de tipo función**, en el cual no se emplean **funciones internas**:

La ecuación de Colebrook para calcular el factor de fricción en tuberías viene dado de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right), \text{ donde: } \epsilon/D = \text{relación de rugosidad-Diámetro.}$$

Re = número de Reynolds.  
f = factor de fricción,  $0 < f < 1$

**Calcule el valor de f para una tubería cuya relación de rugosidad-Diámetro vale 0.002, el número de Reynolds es igual a 600000. Utilice el método de la secante, con una precisión de 0.000001 y que contenga la siguiente información:**

<b>Datos de entrada:</b>	<b>a y b, los cuales son los extremos del intervalo</b>
	<b>r= relación de rugosidad-Diámetro</b>
	<b>Re= número de Reynolds</b>
	<b>error= precisión</b>
<b>Datos de salida:</b>	<b>n= número de iteraciones</b>
<b>En forma de tabla</b>	<b>f= factor de fricción</b>
	<b>f(c)=valor de la función</b>
<b>Fuera de la tabla:</b>	<b>Factor de fricción en tuberías f = con seis decimales</b>

Solución:

Se genera el siguiente archivo M:

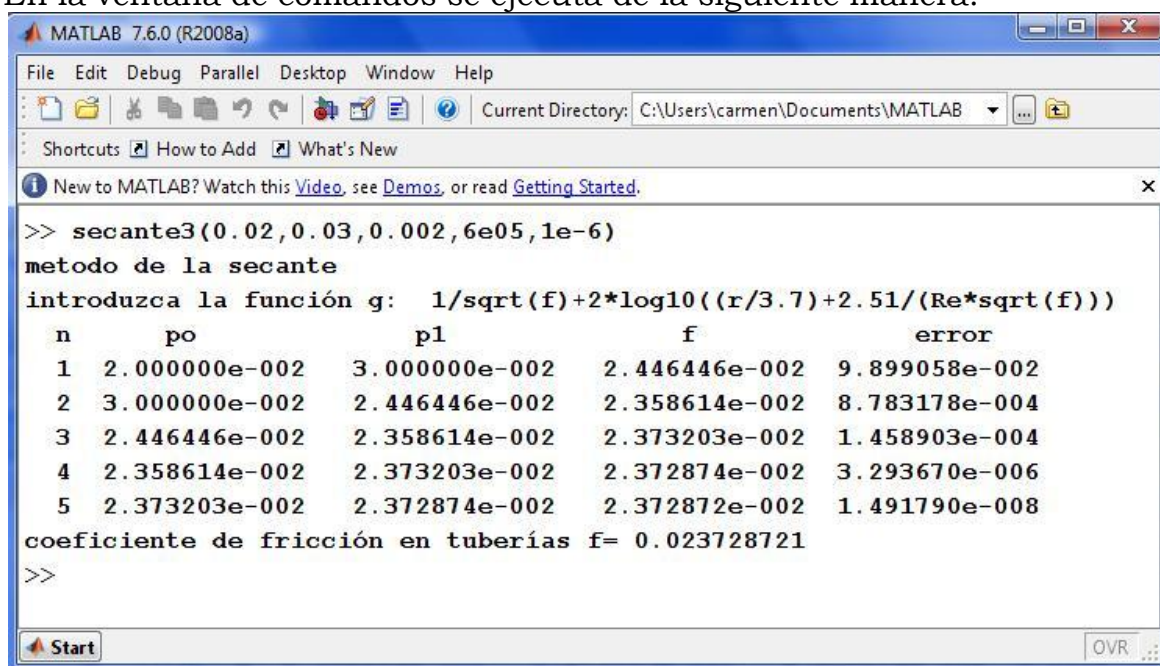
```

1 function F=secante3(po,p1,r,Re,delta)
2     disp('metodo de la secante')
3     syms f
4     %g=1/sqrt(f)+2*log10((r/3.7)+2.51/(Re*sqrt(f)));
5     g=input('introduzca la función g: ');
6     pk=p1-subs(g,p1)*(p1-po)/(subs(g,p1)-subs(g,po));
7     cont=1;
8     z=abs(subs(g,pk));
9     disp(' n      po          p1          f          error')
10    fprintf('%3.0f %e %e %e %e\n', cont,po,p1,pk,z)
11    while abs(pk-p1) > delta
12        cont=cont+1;
13        po=p1;
14        p1=pk;
15        pk=p1-subs(g,p1)*(p1-po)/(subs(g,p1)-subs(g,po));
16        %z=subs(g,pk);
17        tol=abs(pk-p1);
18        %fprintf('n= %3.0f f= %e error= %e\n', cont,pk,tol)
19        fprintf('%3.0f %e %e %e %e\n', cont,po,p1,pk,tol)
20    end
21    fprintf('coeficiente de fricción en tuberías f= %9.9f\n',pk)
22    %F=pk;
23

```



En la ventana de comandos se ejecuta de la siguiente manera:

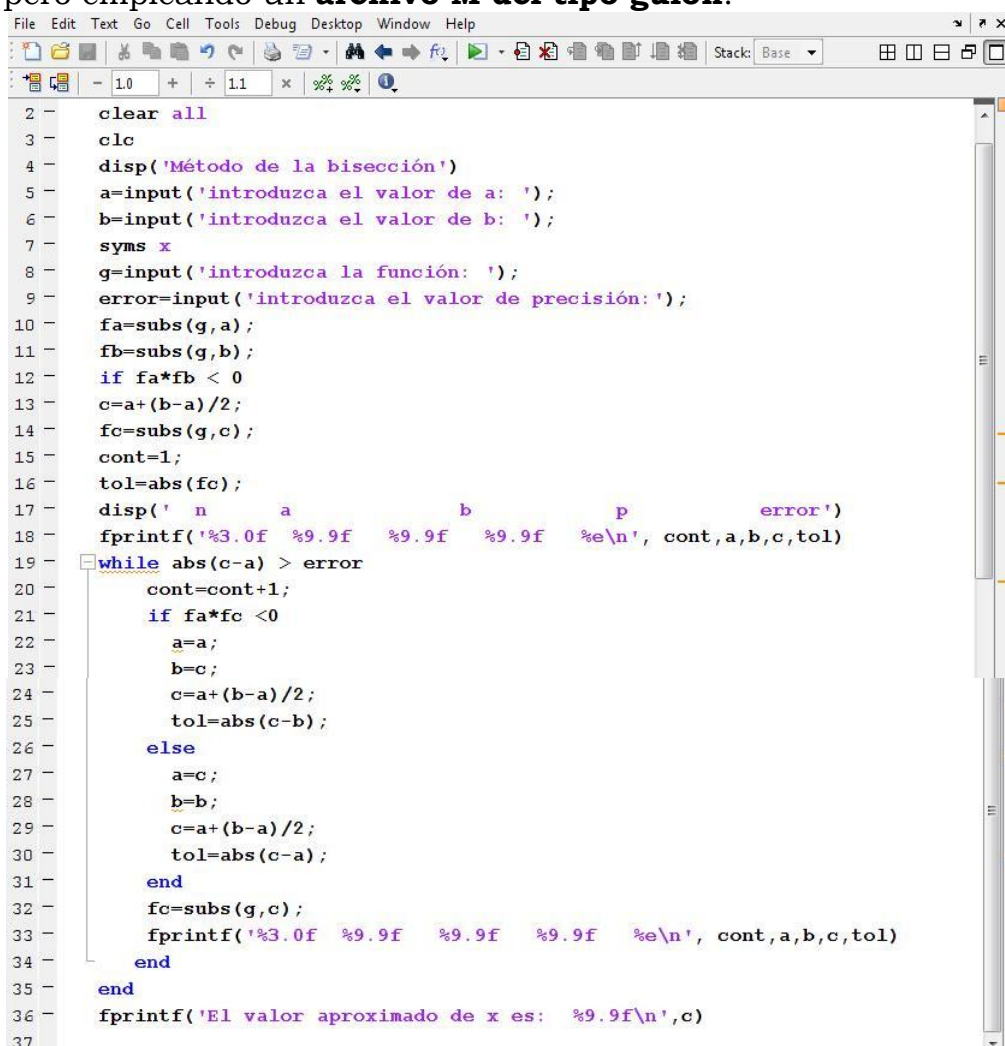


```

MATLAB 7.6.0 (R2008a)
File Edit Debug Parallel Desktop Window Help
Current Directory: C:\Users\carmen\Documents\MATLAB
Shortcuts How to Add What's New
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> secante3(0.02,0.03,0.002,6e05,1e-6)
metodo de la secante
introduzca la función g: 1/sqrt(f)+2*log10((r/3.7)+2.51/(Re*sqrt(f)))
    n      po      p1      f      error
    1  2.000000e-002  3.000000e-002  2.446446e-002  9.899058e-002
    2  3.000000e-002  2.446446e-002  2.358614e-002  8.783178e-004
    3  2.446446e-002  2.358614e-002  2.373203e-002  1.458903e-004
    4  2.358614e-002  2.373203e-002  2.372874e-002  3.293670e-006
    5  2.373203e-002  2.372874e-002  2.372872e-002  1.491790e-008
coeficiente de fricción en tuberías f= 0.023728721
>>

```

A continuación se muestra otro ejemplo:  $\text{Log}_9(17 - 3x) - x^2 = -31.9169784$ , pero empleando un **archivo M del tipo guión**:



```

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
Stack: Base
2 - clear all
3 - clc
4 - disp('Método de la bisección')
5 - a=input('introduzca el valor de a: ');
6 - b=input('introduzca el valor de b: ');
7 - syms x
8 - g=input('introduzca la función: ');
9 - error=input('introduzca el valor de precisión: ');
10 - fa=subs(g,a);
11 - fb=subs(g,b);
12 - if fa*fb < 0
13 - c=a+(b-a)/2;
14 - fc=subs(g,c);
15 - cont=1;
16 - tol=abs(fc);
17 - disp(' n      a      b      p      error')
18 - fprintf('%3.0f %9.9f %9.9f %9.9f %e\n', cont,a,b,c,tol)
19 - while abs(c-a) > error
20 -     cont=cont+1;
21 -     if fa*fc < 0
22 -         a=a;
23 -         b=c;
24 -         c=a+(b-a)/2;
25 -         tol=abs(c-b);
26 -     else
27 -         a=c;
28 -         b=b;
29 -         c=a+(b-a)/2;
30 -         tol=abs(c-a);
31 -     end
32 -     fc=subs(g,c);
33 -     fprintf('%3.0f %9.9f %9.9f %9.9f %e\n', cont,a,b,c,tol)
34 - end
35 - end
36 - fprintf('El valor aproximado de x es: %9.9f\n',c)
37 -

```



En la ventana de comandos se ejecuta de la siguiente manera:

```
Método de la bisección
introduzca el valor de a: 5.5
introduzca el valor de b: 5.6
introduzca la función: log(17-3*x)/log(9)-x^2+31.9169784
introduzca el valor de precisión: 1e-6
```

n	a	b	p	error
1	5.500000000	5.600000000	5.550000000	6.366838e-001
2	5.550000000	5.600000000	5.575000000	2.500000e-002
3	5.575000000	5.600000000	5.587500000	1.250000e-002
4	5.587500000	5.600000000	5.593750000	6.250000e-003
5	5.587500000	5.593750000	5.590625000	3.125000e-003
6	5.587500000	5.590625000	5.589062500	1.562500e-003
7	5.589062500	5.590625000	5.589843750	7.812500e-004
8	5.589843750	5.590625000	5.590234375	3.906250e-004
9	5.589843750	5.590234375	5.590039062	1.953125e-004
10	5.589843750	5.590039062	5.589941406	9.765625e-005
11	5.589941406	5.590039062	5.589990234	4.882813e-005
12	5.589990234	5.590039062	5.590014648	2.441406e-005
13	5.589990234	5.590014648	5.590002441	1.220703e-005
14	5.589990234	5.590002441	5.589996338	6.103516e-006
15	5.589996338	5.590002441	5.589999390	3.051758e-006
16	5.589999390	5.590002441	5.590000916	1.525879e-006
17	5.589999390	5.590000916	5.590000153	7.629395e-007

El valor aproximado de x es: 5.590000153

Para obtener raíces aproximadas, mediante comandos directos de Matlab, podemos emplear el comando **fzero**. La función **fzero** calcula una raíz a la vez, pero se necesita de un valor inicial el cual está cercano a la raíz buscada, por lo tanto depende de un parámetro o argumento que indica un punto de partida para buscar la raíz. La función **fzero( )** tiene también otras formas interesantes: **fzero('función', [x1,x2])** calcula una raíz en el intervalo **[x1,x2]**, pero es **necesario que la función tenga distinto signo en los extremos del intervalo**.

A continuación se muestra un ejemplo:

Si  $g(x) = 2 + \cos(e^x - 2) - e^x$ , obtenga el valor de  $x \in [0.5, 1.5]$  de tal manera que  $g(x) = 0$ , empleando el comando **fzero**.

Solución:

```
Command Window
>> fzero('2+cos(exp(x)-2)-exp(x)', [0.5 1.5])

ans =

    1.00762397165814

>> % otra manera puede ser:
>> fzero('2+cos(exp(x)-2)-exp(x)', 0.5)

ans =

    1.00762397165814

>> % otra forma puede ser:
>> fzero('2+cos(exp(x)-2)-exp(x)', 1.5)

ans =

    1.00762397165814
```

## DESARROLLE CADA UNO DE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

1. Si  $h(x) = \log_9(17 - 3x) + x^2$ , obtenga el valor de  $x \in [4, 5]$ , de tal manera que  $h(x) = 20.820156997794982$ , empleando el **método de la Secante** con una exactitud de  $10^{-12}$  y además empleando el comando **fzero**. **EMPLEE QUINCE DECIMALES.**
2. Emplee el **método de Iteración de Punto fijo** para obtener una aproximación al valor de:  $\log_{12}(5/3) + 0.25$ , con una exactitud de  $10^{-12}$ , además emplee el comando **fzero** para obtener el resultado. **EMPLEE QUINCE DECIMALES.**
3. La suma de dos números da como resultado 13.6. Si cada uno se aumenta en su raíz cúbica, el resultado del producto de las dos sumas es igual a 72.910915731844. Determine los dos números con una exactitud de  $10^{-12}$ , empleando el **método de Bisección y el método de Steffensen**. **EMPLEE QUINCE DECIMALES.**
4. Las ecuaciones que describen la posición de un proyectil lanzado desde el suelo, en metros, y tomando en cuenta la resistencia del aire y la masa del proyectil son:  

$$X = r(t) = CV_x(1 - e^{-t/C})$$

$$Y = f(t) = (CV_y + 9.8C^2)(1 - e^{-t/C}) - (9.8C)t$$

Siendo  $C = m/k$ , donde  $m$  = masa del proyectil y  $k$  = coeficiente de resistencia del aire.

$$V_x = V_o \cos \theta$$

$$V_y = V_o \sin \theta$$

Si se dispara un proyectil con ángulo de elevación  $\theta = 57^\circ 48' 54''$ , con  $V_o = 3925$  mt/seg,  $m = 159.09$  Kg y  $k = 9.5$ . Determine el tiempo que tarda el proyectil en llegar al punto más alto y en llegar al suelo, empleando el **método de la Secante**, con una precisión de  $10^{-12}$ ; además obtenga el alcance horizontal y el valor de la altura máxima.

5. Se construye una caja sin tapadera a partir de una hoja metálica rectangular que mide 86 por 68 centímetros. ¿Cuál debe ser el lado de los cuadrados que hay que recortar en cada esquina para que el volumen de la caja sea 32,077.5 centímetros cúbicos? Precisión:  $10^{-12}$ . Emplee el **método de la Posición falsa**. **EMPLEE QUINCE DECIMALES**
6. Emplee el **método de Müller** para hallar una aproximación a un cero o raíz del siguiente polinomio:  $P(x) = x^5 + 11x^4 - 21x^3 - 10x^2 + 21x + 5$ . Utilice los siguientes valores iniciales:  $p_0 = -13$ ,  $p_1 = -12.1$  y  $p_2 = -11.5$ , con una precisión de  $10^{-12}$ . **EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

7. Se desea conocer el volumen específico del Nitrógeno a una presión **P** de **2015 kPa** y una temperatura **T** de **65.84°F**, empleando la ecuación de estado de Van der Waals:

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \quad \text{donde : } a = \frac{27(RT_c)^2}{64P_c}, b = \frac{RT_c}{8P_c}$$

De las tablas termodinámicas, se obtienen los siguientes datos:

**P<sub>c</sub> = 3390 kPa**

**T<sub>c</sub> = 126.2°K**

**R = 0.2968 kJ/kg°K**

Emplee **el método de Steffensen** para calcular el valor de **V**, considerando como valor inicial **V<sub>o</sub> = RT/P**, con una precisión de 10<sup>-12</sup>.

8. Una barra larga de diámetro D recibe calor por efecto Joule de una resistencia eléctrica. Simultáneamente, disipa calor por convección y radiación, siendo la ecuación que satisface el equilibrio la siguiente:

$$\pi D h (T - T_s) + \pi D \epsilon \sigma (T^4 - T_s^4) - I^2 R = 0 \quad , \text{ donde:}$$

<b>D:</b> es el diámetro de la barra con un valor de 986 mm
<b>σ:</b> es la constante de Stefan Boltzman cuyo valor es 5.67x10 <sup>-8</sup> W/mt <sup>2</sup> °K <sup>4</sup>
<b>ε:</b> es la emisividad de la superficie de la barra y se tomará igual a 0.8
<b>h:</b> es el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la barra y el aire estimado en 20 W/mt <sup>2</sup> °K
<b>T<sub>s</sub> :</b> es la temperatura ambiente igual a 77.9°F
<b>I<sup>2</sup>R:</b> es la potencia eléctrica por unidad de longitud, supuesta en 100 W/m
<b>T:</b> es la temperatura de equilibrio de la barra

Emplee el **método de Newton Raphson** para calcular el valor de **T**, con una precisión de 10<sup>-12</sup>.

**MUESTRE EN FORMA DE TABLA : NUMERO DE ITERACIONES, T<sub>o</sub>, VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

- 9 La concentración de un reactante en un reactor de mezcla completa viene dada por la siguiente expresión: **C<sub>(t)</sub> = 0.78 - 0.05te<sup>-0.4t</sup> - 0.23e<sup>-0.4t</sup>**, donde **C<sub>(t)</sub>** es la concentración del reactante (mol/L) y **t** el tiempo (min). Determine en cuánto tiempo la concentración del reactante es igual a 0.7365 mol/L.

Emplee **método de Posición Falsa**, con una exactitud de 10<sup>-12</sup>.

**MUESTRE EN FORMA DE TABLA : ITERACIONES, t<sub>o</sub>, t<sub>1</sub>, VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

10. Una esfera de madera de radio  $r$ , se sumerge en agua. Si la esfera está construida de una especie de pino cuya densidad es:  $\rho = 785 \text{ Kg/m}^3$  y su diámetro es de 568 mm, ¿cuánto es la profundidad  $h$  a la que está sumergido el polo sur de la esfera?, si se sabe que la masa de agua desplazada cuando se sumerge la esfera viene dada así:

$$M_a = \rho_a \int_0^h \pi(r^2 - (x-r)^2) dx, \text{ donde } \rho_a \text{ es la densidad del agua, } r \text{ es el radio de la esfera.}$$

Emplee el **método de Newton Raphson**, con una precisión de  $10^{-12}$ .  
**MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES,  $h_0$ , VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

11. La velocidad de caída de un paracaidista viene dada por la siguiente expresión:

$$v = \frac{mg}{c} \left( 1 - e^{\frac{-ct}{m}} \right) \quad \text{donde:}$$

$g = 9.8 \text{ m/seg}^2$   
 $c = \text{coeficiente de rozamiento} = 14 \text{ kg/seg}$

Si la velocidad del paracaidista es de 194.4 km/h, cuando  $t$  es igual a 17.65 segundos. Determine la masa " $m$ " del paracaidista empleando el **método de Iteración de Punto Fijo**, con una precisión de  $10^{-12}$ .

**MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES,  $m_0$ , VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

12. Un objeto que cae verticalmente en el aire está sujeto a una resistencia viscosa y también a la fuerza de gravedad. Suponga que dejamos caer un objeto de masa  $m$  desde una altura  $S_0$  y que la altura del objeto después de  $t$  segundos viene dada así:

$$S(t) = S_0 - \frac{mg}{k} t + \frac{m^2 g}{k^2} \left( 1 - e^{\frac{-kt}{m}} \right)$$

donde:  $g = 32.17 \text{ pies/seg}^2$

$k = \text{coeficiente de resistencia del aire} = 0.1 \text{ lb/seg}$

Suponga que  $m = 8.55 \text{ Kg}$ ,  $S_0 = 998 \text{ pies}$ . Determine el tiempo que tarda en recorrer 10,686.6 plg, empleando el **método de Steffensen**, con una exactitud de  $10^{-12}$ .

**MUESTRE EN FORMA DE TABLA : NUMERO DE ITERACIONES,  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ , VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

13. Para cierto tipo de régimen de transferencia de calor, la evaluación del número de Nusselt (Nu) se basa en el valor del número de Reynolds (Re) y del número Prandtl (Pr) a partir de la ecuación:

$$Nu = 0.3 + \left( 5 \sqrt[5]{1 + 8 \sqrt[8]{\left( \frac{Re}{282000} \right)^5}} \right)^4 \left( \frac{0.62 \sqrt{Re} \sqrt[3]{Pr}}{1 + 4 \sqrt[4]{\left( \frac{0.4}{Pr} \right)}} \right)$$

Emplee el **Método de La Secante** para calcular el **número de Reynolds** en el intervalo [29000, 29100], considere que el número de **Prandtl vale 0.7** y el **número de Nusselt vale 60**, con una precisión de  $10^{-12}$ .

**MUESTRE EN FORMA DE TABLA : #ITERACIONES, Po, P<sub>1</sub>, VALOR APROXIMADO, ERROR. UTILICE QUINCE DECIMALES.**

14. Se desea conocer el volumen específico del Dióxido de carbono a una presión **P de 2075 kPa** y una temperatura **T de 118.85°C**, empleando la ecuación de estado de Redlich-Kwong:

$$\left( P + \frac{a}{V(V+b)T^{0.5}} \right) (V - b) = RT \quad \text{donde : } a = 0.4278 \frac{R^2 T_c^{2.5}}{P_c}, b = 0.0867 \frac{RT_c}{P_c}$$

De tablas termodinámicas, se obtienen los siguientes datos:

$$\begin{aligned} P_c &= 7390 \text{ kPa} \\ T_c &= 304.2^\circ\text{K} \\ R &= 0.2968 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K} \end{aligned}$$

Emplee el **método de Steffensen**, con una exactitud de  $10^{-12}$ , para calcular el valor de **V**, considerando como valor inicial **V<sub>0</sub> = RT/P**.

**MUESTRE EN FORMA DE TABLA: #ITERACIONES, V<sub>0</sub>, V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub>, VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE NUEVE DECIMALES.**

15. La distancia D(t) recorrida por un automóvil se establece mediante la siguiente ecuación: **D<sub>(t)</sub> = -70 + 7t + 70e<sup>-t/10</sup>**. Aproxime el valor de "t" para el cual **D<sub>(t)</sub> = 21.98134192**, si t ∈ [9,9.5].

Emplee el **método de bisección** con una exactitud de  $10^{-12}$  y además emplee el comando **fzero**. **EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

16. Se suministran **2890 KJ/Kmol** de calor a presión constante a cierta cantidad de vapor de agua inicialmente a **263.93°F**. Calcule la temperatura final del sistema empleando el **método de la Secante**, con precisión de  $10^{-12}$ , si se sabe que:

$$Q = \int_{T_i}^{T_f} C_p dT, \text{ donde:}$$

$$C_p = 32.24 + 0.001924T + 1.055 \times 10^{-5}T^2 - 3.596 \times 10^{-9}T^3 \text{ (KJ/Kmol}^\circ\text{K)}$$

**EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

17. Se tienen dos postes, uno de 29 pies de altura y otro de 41 pies de altura, los cuales están separados entre sí 47 pies. Los postes se sostienen mediante dos cables, conectados a una sola estaca entre ellos, desde el nivel del suelo hasta la parte superior de cada poste. Emplee el **Método de la Secante** para determinar la distancia “x”, con respecto al poste de 41 pies, donde debe colocarse la estaca, para que la cantidad de cable utilizado sea igual a 85 pies, con una precisión de  $10^{-12}$ . **MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES,  $x_0$ ,  $x_1$ , VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

18. La velocidad vertical de un cohete se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$v = u \ln \left( \frac{m_0}{m_0 - qt} \right) - gt$$

donde:

$$g = 9.81 \text{ m/seg}^2$$

$$q = \text{tasa de consumo de combustible} = 2700 \text{ kg/seg}$$

$$u = \text{velocidad con la que se expelle el combustible} = 8820 \text{ km/h}$$

$$m_0 = \text{masa inicial del cohete} = 185000 \text{ kg}$$

Emplee el **MÉTODO DE POSICIÓN FALSA** para determinar el tiempo “t”, para el cual el cohete alcanza una velocidad de 1025m/s, con una precisión de  $10^{-12}$ . **MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES,  $t_0$ ,  $t_1$ , VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

19. Emplee el **MÉTODO DE MULLER** para obtener una raíz del polinomio:  
 $P(x) = 2x^5 + 11x^4 - 21x^3 - 10x^2 + 21x - 15$ , con **DOCE CIFRAS DECIMALES** y una precisión de  $10^{-12}$ . Utilice los valores:  $x_0=1$ ,  $x_1=1.8$ ,  $x_2=2$ .
20. Emplee el **MÉTODO DE MULLER** para obtener una raíz del polinomio:  
 $P(x) = 3x^5 + 11x^4 - 21x^3 - 10x^2 + 21x + 15$ , con **DOCE CIFRAS DECIMALES** y una precisión de  $10^{-12}$ . Utilice los valores:  $x_0 = -5.5$ ,  $x_1 = -5.2$ ,  $x_2 = -4.5$ .

21. Se diseña un tanque esférico para almacenar agua para un pequeño poblado. El volumen de líquido que puede contener se calcula mediante la siguiente ecuación:  $V = \pi h^2 \left( \frac{3R-h}{3} \right)$

**donde:**

**V = volumen en m<sup>3</sup>**

**h = profundidad del agua en el tanque en mts.**

**R = radio del tanque en mts.**

**Emplee el Método de la Secante para determinar la profundidad a la que debe llenarse el tanque de modo que contenga 30 m<sup>3</sup>, el radio del tanque debe ser igual a 3m, con una precisión de 10<sup>-12</sup>. MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES, h<sub>0</sub>, h<sub>1</sub>, VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

22. El volumen V de un líquido contenido en un tanque horizontal cilíndrico de radio R y longitud L, está relacionado con la profundidad del líquido h así:  $V = \left( R^2 \cos^{-1} \left( \frac{R-h}{R} \right) - (R-h)(2Rh - h^2)^{1/2} \right) L$

**donde:**

**V = volumen en m<sup>3</sup>**

**h = profundidad del agua en el tanque en mts.**

**R = radio del tanque en mts.**

**L = longitud del tanque en mts.**

**Emplee el MÉTODO DE NEWTON para determinar la profundidad del líquido en el tanque de modo que contenga 8 m<sup>3</sup>, el radio del tanque debe ser igual a 2 mts, la longitud del tanque debe ser igual a 5 mts con una precisión de 10<sup>-12</sup>. MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES, h<sub>0</sub>, VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

23. Una carga total Q se encuentra distribuida en forma uniforme alrededor de un conductor en forma de anillo con radio 'a'. Una carga 'q' se localiza a una distancia 'x' del centro del anillo. La fuerza eléctrica que el anillo ejerce sobre la carga está dada por la siguiente ecuación:

$$F = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \left( \frac{qQx}{\sqrt{(x^2+a^2)^3}} \right).$$

**donde:**

**ε<sub>0</sub> = permitividad del vacío igual a 8.85 x 10<sup>-12</sup> C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>**

**q = carga puntual en Coulomb (C)**

**Q = carga distribuida en el anillo en Coulomb (C)**

**a = radio del anillo en mts**

**F = Fuerza eléctrica en Newton (N)**

**x = distancia de la carga puntual al anillo en mts**

**Emplee el Método de la Posición Falsa para determinar la distancia 'x', de modo que la fuerza sea igual a 1N , el radio del anillo debe ser igual a 90 cm, q y Q deben ser de  $2 \times 10^{-5}$  C, con una precisión de  $10^{-12}$ . MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES,  $x_0$ ,  $x_1$  VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

24. La resistividad  $\rho$  de un lubricante de sílice se basa en la carga  $q$  en un electrón, la densidad del electrón  $n$  y la movilidad del electrón  $\mu$ . La densidad del electrón está dada en términos de la densidad del lubricante  $N$  y la densidad intrínseca de acarreo  $n_i$ . La movilidad del electrón está descrita por la temperatura  $T$ , la temperatura de referencia  $T_0$  y la movilidad de referencia  $\mu_0$ . Las ecuaciones que se requieren para calcular la resistividad son las siguientes:

$$\rho = \frac{1}{qn\mu}, \quad \text{donde:}$$

$$n = \frac{1}{2} \left( N + \sqrt{N^2 + 4n_i^2} \right) \quad \text{y} \quad \mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{-2.42}$$

**Emplee el MÉTODO DE STEFFENSEN para determinar la densidad del lubricante, de modo que  $T_0$  sea igual a 300°K,  $T$  sea igual a 1000°K,  $\mu_0$  sea igual a 1350 cm<sup>2</sup>/(V s),  $q$  sea igual a  $1.7 \times 10^{-19}$  C,  $n_i$  sea igual a  $6.21 \times 10^9$  cm<sup>-3</sup>,  $\rho$  sea igual a  $6.5 \times 10^6$  V s cm/C con una precisión de  $10^{-12}$ . MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES,  $N_0$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**

25. En un circuito RLC, la carga, que circula cuando se cierra un interruptor, en función del tiempo viene dada por la ecuación:

$$q(t) = q_0 e^{-Rt/(2L)} \cos \left( \sqrt{\frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{2L} \right)^2} t \right)$$

**Emplee el MÉTODO DE NEWTON para determinar el resistor apropiado para disipar energía a una razón específica. Suponga que la carga se debe disipar a 1% de su valor original en un tiempo igual a 0.05seg, considere la inductancia igual a 5H y la capacitancia igual a 100μF, con una precisión de  $10^{-12}$ . MUESTRE EN FORMA DE TABLA: NUMERO DE ITERACIONES,  $R_0$ , VALOR APROXIMADO, ERROR. EMPLEE QUINCE DECIMALES.**