DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BASICAS
CICLO I / 14

GUIA 2 DE LABORATORIO EN MATLAB PARA METODOS NUMERICOS SOBRE INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN LINEAL

Conociendo las expresiones que definen la obtención de los polinomios para poder obtener el valor aproximado de la función en un valor específico, podemos desarrollar un programa que nos proporcione los valores de los coeficientes de dicho polinomio y luego podemos construir el polinomio para evaluarlo y compararlo con el valor exacto que proporciona la función. A continuación se muestra un ejemplo, en el cual se genera la matriz de diferencias divididas, en la cual los elementos se indican con la posición dentro de una matriz, luego se construye el polinomio correspondiente y se procede a evaluarlo y compararlo con el resultado que proporciona la función.El comando **length** proporciona el tamaño o longitud del vector; el comando **zeros(n,n)** genera una matriz cero de orden nxn. Para obtener un vector columna a partir de un vector fila, se utiliza el carácter: **’**, el cual indica transpuesta.

Para efectuar la interpolación, también se puede diseñar un programa mediante las ecuaciones que se establecen en clase en los diferentes métodos, por ejemplo:

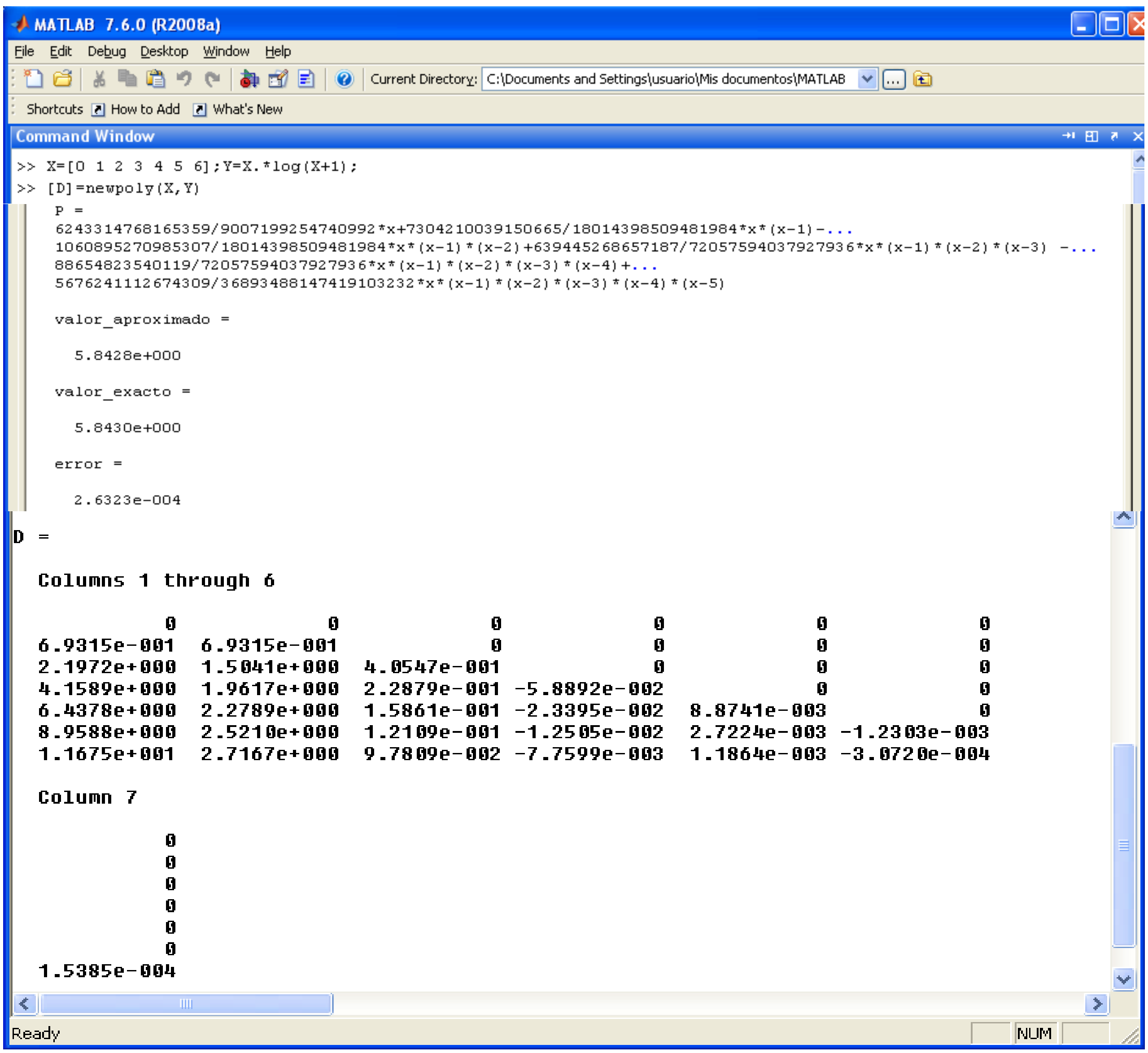
Editor - C:\Archivos de programa\MATLAB\R2008a\work\NEWPOLY.M

```
%este programa desarrolla la interpolación mediante diferencias divididas
%X es un vector fila que contiene los valores de x
%Y es un vector fila que contiene los valores de la función
%D es la matriz que contiene las diferencias divididas
function [D]=newpoly(X,Y)
n=length(X);
D=zeros(n,n);
D(:,1)=Y';
for j=2:n
    for k=j:n
        D(k,j)=(D(k,j-1)-D(k-1,j-1))/(X(k)-X(k-j+1));
    end
end
syms x
P=D(1,1)+D(2,2)*(x-X(1))+D(3,3)*(x-X(1))*(x-X(2))+D(4,4)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))+...
    D(5,5)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))*(x-X(4))+D(6,6)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))*(x-X(4))*(x-X(5))+...
    D(7,7)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))*(x-X(4))*(x-X(5))*(x-X(6))
valor_aproximado=subs(P,x,3.75)
f=x*log(x+1);
valor_exacto=subs(f,3.75)
```

Dependiendo de las operaciones que se deseen desarrollar, así será necesario emplear los comandos correspondientes.

Para evaluar una función definida como cadena de caracteres, es necesario definir la variable de la función como simbólica mediante el comando **syms**, luego se define la función y se procede a evaluarla utilizando el comando **subs**, para comparar el resultado se hace uso del comando **abs** que proporciona el valor absoluto.

Ejemplo1: Aproxime el valor de $f_{(3.75)}$ mediante diferencias divididas, si se tienen los siguientes valores de x: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6; además obtenga el valor exacto si se sabe que $f_{(x)}$ = xln(x+1)



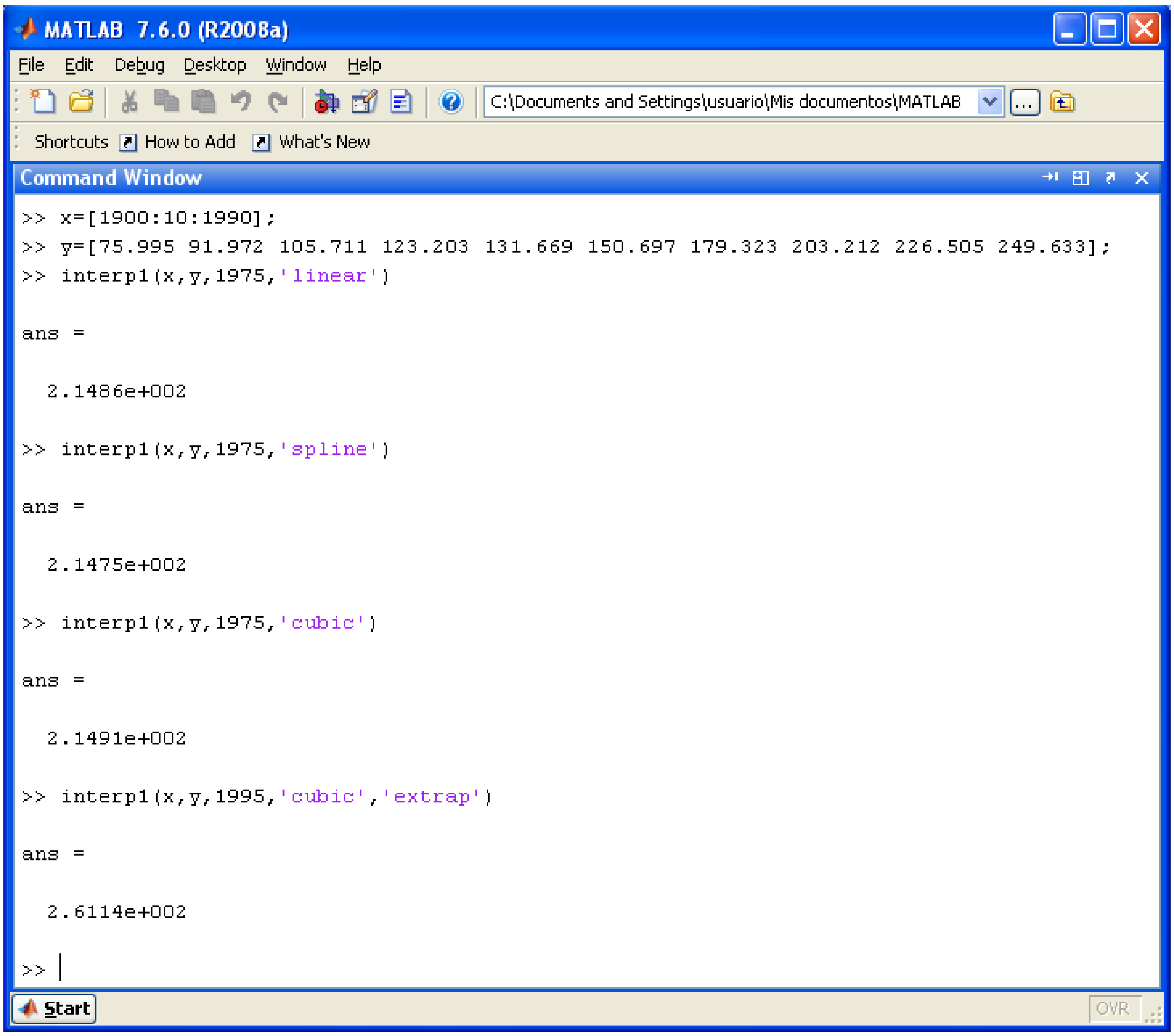
Ejemplo2:

Dados los siguientes valores de x: 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6 y la función $f_{(x)}$=sen(e^x -1), aproxime el valor de $f_{(1.3)}$, empleando diferencias divididas. Además obtenga el valor exacto y compárelo con el valor aproximado.

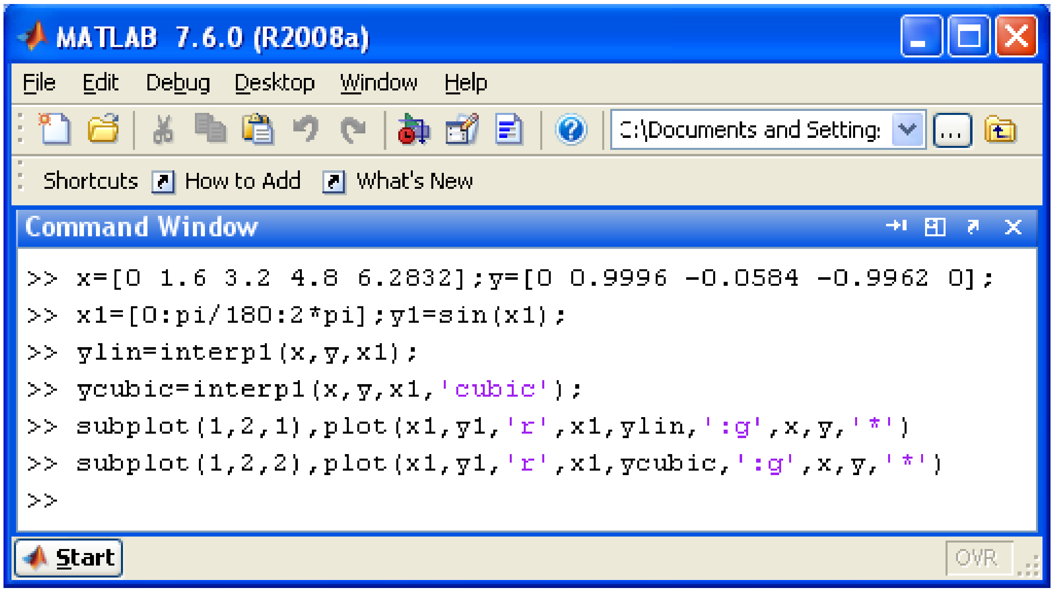
```
MATLAB 7.6.0 (R2008a)
File Edit Debug Desktop Window Help
Current Directory: C:\Documents and Settings\usuario\Mis documentos\MATLAB
Shortcuts  How to Add  What's New
Command Window
>> X=0.2:0.2:1.6;Y=sin(exp(X)-1);
>> [D]=newpoly(X,Y)

D =

  Columns 1 through 4

   0.21959835603395                  0                  0                  0
   0.47223509448438   1.26318369225214                  0                  0
   0.73258967803438   1.30177291774999   0.09647306374463                  0
   0.94098904705782   1.04199684511724  -0.64944018158188  -1.24318874221085
   0.98914371362476   0.24077333283467  -2.00305878070641  -2.25603099854089
   0.73215180810800  -1.28495952758379  -3.81433215104614  -3.01878895056622
   0.08628525871373  -3.22933274697134  -4.86093304846888  -1.74433482903790
  -0.72527914303946  -4.05782200876596  -2.07122315448655   4.64951648997055

  Columns 5 through 8

                  0                  0                  0                  0
                  0                  0                  0                  0
                  0                  0                  0                  0
                  0                  0                  0                  0
  -1.26605282041254                  0                  0                  0
  -0.95344744003166   0.31260538038089                  0                  0
   1.59306765191040   2.54651509194205   1.86159142630097                  0
   7.99231414876056   6.39924649685016   3.21060950409009   0.96358434127794

EDU» syms x
EDU» P=D(1,1)+D(2,2)*(x-0.2)+D(3,3)*(x-0.2)*(x-0.4)+D(4,4)*(x-0.2)*(x-0.4)*(x-0.6)+...
D(5,5)*(x-0.2)*(x-0.4)*(x-0.6)*(x-0.8)+D(6,6)*(x-0.2)*(x-0.4)*(x-0.6)*(x-0.8)*(x-1.0)+...
D(7,7)*(x-0.2)*(x-0.4)*(x-0.6)*(x-0.8)*(x-1.0)*(x-1.2)+...
D(8,8)*(x-0.2)*(x-0.4)*(x-0.6)*(x-0.8)*(x-1.0)*(x-1.2)*(x-1.4);
EDU» % El valor aproximado es:
EDU» valor_aprox=subs(P,x,1.3)

valor_aprox =

   0.45523657623765

EDU» % El valor exacto es:
EDU» f=sin(exp(x)-1);
EDU» valor_exac=subs(f,x,1.3)

valor_exac =

   0.45493211815587

EDU» % El error será:
EDU» error = abs(valor_exac-valor_aprox)

error =

    3.044580817846421e-004
```

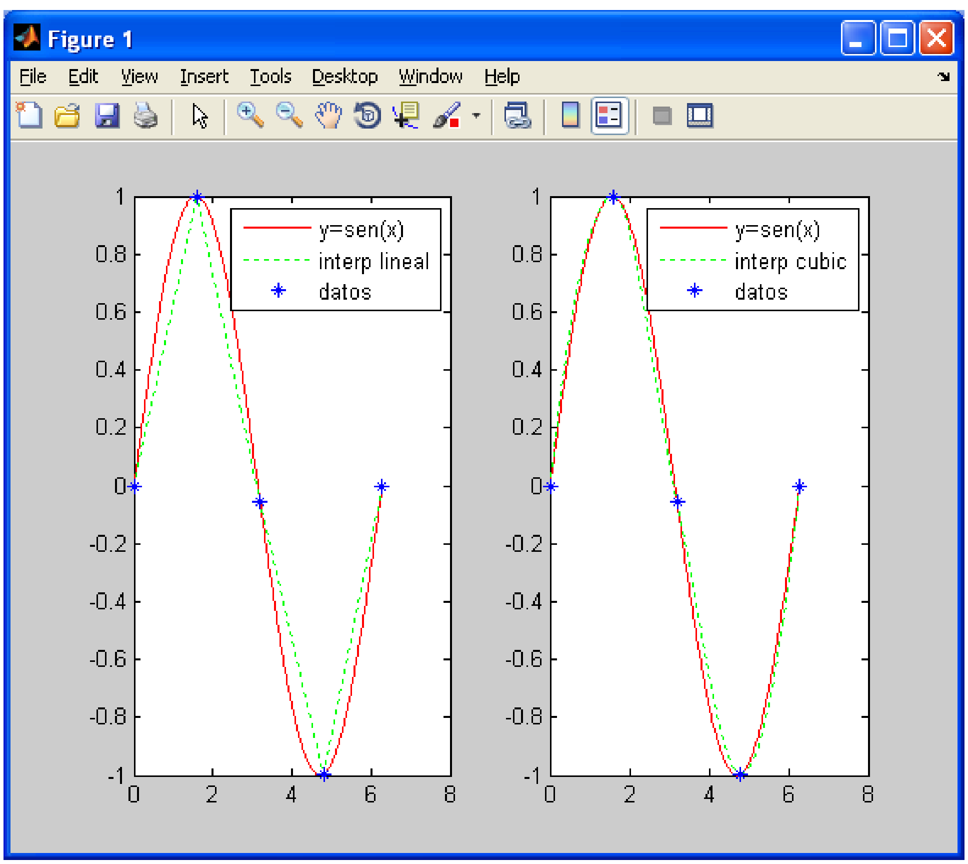
Matlab posee un comando que permite obtener el resultado de una interpolación, empleando el comando: **interp1(X,Y,Xi,'método')**, donde **X** e **Y** son los datos y **Xi** es el valor para el cual deseamos obtener la información y se encuentra dentro del intervalo de valores **X**. La opción método puede ser **linear, spline, cubic, pchip, nearest**, según que la interpolación sea lineal, escalonada, cúbica o lo mas cerca de. Además, si se desea obtener una extrapolación, deberemos emplear el siguiente comando: **interp1(X,Y,Xi,'método', 'extrap')**, donde **X** e **Y** son los datos y **Xi** es el valor para el cual deseamos obtener la información y se encuentra fuera del intervalo de valores **X**. Es de notar que cuando se realiza una interpolación lineal, en la opción método podemos obviar el comando linear; pero cuando realizamos una extrapolación, en la opción método debemos escribir el comando linear.

Ejemplo:



Además podemos representar gráficamente la interpolación y compararla con la gráfica de la función exacta, por ejemplo:





RESUELVA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

1. Dados los valores de x: 2, 2.1, 2.8, 3, 3.3, 3.9, 4, 4.2, 4.5, 4.7, 5.5, y la función $f_{(x)}=e^{-2x}sen(x/5)$, aproxime el valor de $f_{(3.75)}$, empleando **interpolación escalonada, cúbica, Diferencias divididas**. Además obtenga el valor exacto y compárelo con el valor aproximado.

2. Un automóvil realiza un recorrido por una carretera recta y se cronometra su recorrido en varios puntos. Los datos de las observaciones se incluyen en la tabla adjunta, donde el tiempo se indica en segundos, la distancia en pies y la velocidad en pies por segundo.

Tiempo	**0**	**3**	**5**	**8**	**13**
Distancia	**0**	**225**	**383**	**623**	**993**
Velocidad	**75**	**77**	**80**	**74**	**72**

   a) Aproxime el valor de la Distancia del automóvil en t = 7.68 seg. Mediante **interpolación cúbica y por Hermite**.
   b) Aproxime el valor de la Velocidad del automóvil en t = 12.75 seg. Mediante **interpolación escalonada y por Neville.**
   c) Aproxime el valor de la Velocidad y la Distancia del automóvil en t =13.25 seg. Mediante **interpolación cúbica y lineal.**

3. Dados los siguientes datos:

x	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$F_{(x)}$	-1.1733264	-0.6045824	-0.1716328	0.2312373	0.6753699	1.2815177

Aproxime el valor de $F_{(0.935)}$, mediante **interpolación cúbica y por Neville.**

4. Dados los siguientes datos:

x	**0.2**	**0.4**	**0.6**	**0.8**	**1.0**	**1.2**
$\mathbf{F_{(x)}}$	**1.1787359**	**1.3104793**	**1.3899781**	**1.4140628**	**1.3817733**	**1.2943968**

Determine lo siguiente:
a) El valor aproximado de $F_{(0.935)}$, mediante **interpolación cúbica, Lagrange.**
b) El valor aproximado de $F_{(1.227)}$, mediante **interpolación lineal, escalonada.**

5. Dados los valores de x: −1.2, −1.1, −0.92, −0.55, −0.42, −0.40, −0.38, −0.31, y la función $f_{(x)} = \log_{18}(12 - 5x^2)$, aproxime el valor de $\log_{18}(10.95118)$, empleando interpolación **cúbica, escalonada, Lagrange**. Además obtenga el valor exacto y compárelo con el valor aproximado.

6. Dados los valores de x: −2.85, −2.69, −2.41, −2.2, −2.19, −2.15, −1.9, y la función $h_{(x)} = e^{-2x^2/5}$, aproxime el valor de $e^{-1..96249}$ empleando **interpolación cúbica, escalonada, Hermite**. Además obtenga el valor exacto y compárelo con el valor aproximado.

7. Dados los valores de x: −1.87, −1.63, −1.27, −0.89, −0.15, 0.1, 0.18, 0.75, 0.99 y la función $f_{(x)} = \tan(\pi x/8)$, aproxime el valor de $f_{(-1.435)}$, $f_{(0.365)}$, $f_{(1.109)}$ empleando **interpolación lineal, cúbica, Diferencias Divididas**. Además obtenga el valor exacto y compárelo con el valor aproximado.

8. La distancia $D_{(t)}$ recorrida por un automóvil se establece mediante la siguiente ecuación: $D_{(t)} = -70 + 7t + 70e^{-t/10}$, considerando los siguientes valores de t: 2.5, 2.98, 3.85, 5.02, 6.85, 8.85, 11.5, 15.5, 17.5.

Determine:

a) El valor aproximado de la distancia recorrida en t = 10.875, empleando **Hermite, mediante Diferencias**; además obtenga el valor exacto.
b) El valor aproximado de la distancia recorrida en t = 17.835, empleando **interpolación escalonada, lineal**; además obtenga el valor exacto.

9. En un experimento se ha medido el coeficiente de compresibilidad del oxígeno líquido a distintas temperaturas:

T, °K	**60**	**65**	**70**	**75**	**80**	**85**	**90**
χ, atm^{-1}	**0.95×10^{-4}**	**1.06×10^{-4}**	**1.2×10^{-4}**	**1.35×10^{-4}**	**1.54×10^{-4}**	**1.78×10^{-4}**	**2.06×10^{-4}**

Aproxime el coeficiente de compresibilidad a una temperatura de -318.37°F, empleando **interpolación escalonada, Neville**.

10. Aplique el método de **Lagrange** para aproximar $f_{(1.3675)}$ si se tiene:

x	**1.27**	**1.29**	**1.31**	**1.33**	**1.35**	**1.37**
$F_{(x)}$	**13.270567**	**13.781763**	**14.307413**	**14.847887**	**15.403567**	**15.974842**

Además compare con el valor exacto de la función, obteniendo el error, si ésta es: $f_{(x)} = 3xe^x - \cos(x)$.

11. Cada 10 años se levanta un censo de la población en Estados Unidos. En la siguiente tabla se incluyen datos de la población:

Año	**1940**	**1950**	**1960**	**1970**	**1980**	**1990**
Población en miles	**132,165**	**151,326**	**179,323**	**203,302**	**226,542**	**249,633**

Aproxime la población en el año de 1988, empleando el Método de **Neville.** Además estime cuál sería la población en el año de 1996, empleando **interpolación escalonada, lineal.**

12. Se desea aproximar el valor del volumen específico del agua en fase vapor entre el punto triple y el punto de ebullición normal del agua. De la tabla de vapor, se obtienen los siguientes datos:

T(°C)	**0.01**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**
$\mathbf{v_{g(T)}}$	**206.14**	**106.38**	**57.79**	**32.89**	**19.52**	**12.03**

Emplee **interpolación cúbica, Diferencias Divididas** para aproximar el valor del volumen específico del agua cuando la temperatura es de 83.21°F.

13. Si la densidad depende de la temperatura, considere los siguientes datos:

Temperatura (°C)	**Densidad (Kg/m^3)**
94	**929**
205	**902**
371	**860**

Obtenga la densidad para una temperatura de 599.7°K, empleando **interpolación cúbica, Lagrange**. Además estime la densidad para una temperatura de 659.86°K, empleando **interpolación lineal.**

14. La distancia $D_{(t)}$ recorrida por un automóvil se establece mediante la siguiente ecuación: $D_{(t)} = 3te^{t} - \cos(t)$, considerando los siguientes valores de t: 1.25, 1.9, 2.9, 3.5, 4.78, 5.15, 6.97, 7.6, 9.85. Determine:

a) El valor aproximado de la distancia recorrida en t = 8.125, empleando **interpolación cúbica y por Hermite**.
b) El valor aproximado de la distancia recorrida en t = 10.55, empleando **interpolación lineal.**

15. Se sospecha que las elevadas concentraciones de tanina en las hojas de los robles maduros inhiben el crecimiento de las larvas de la polilla invernal que tanto dañan a los árboles en algunos años. La tabla anexa contiene el peso promedio de dos muestras de larva, tomadas en los primeros 28 días después del nacimiento. La primera muestra se crió en hojas de robles jóvenes, mientras que la segunda lo hizo en hojas maduras del mismo árbol. Emplee **interpolación escalonada, Neville,** para aproximar el peso promedio de la muestra 1 y de la muestra 2 después de catorce días de su nacimiento. Además estime cuál sería el peso de la muestra 1 y de la muestra 2 después de treinta días de su nacimiento, empleando **interpolación lineal.**

Día	**0**	**6**	**10**	**13**	**17**	**20**	**28**
Peso muestra 1 mg	**6.67**	**17.33**	**42.67**	**37.33**	**30.10**	**29.31**	**28.74**
Peso muestra 2 mg	**6.67**	**16.11**	**18.89**	**15.00**	**10.56**	**9.44**	**8.89**

16. La viscosidad de un aceite varía con la temperatura, a continuación se muestran los siguientes resultados:

T (°K)	**273**	**280**	**290**	**300**	**310**	**320**	**330**	**340**
μ(Ns/m^2)	**3.85**	**2.17**	**0.999**	**0.486**	**0.253**	**0.141**	**0.0836**	**0.0531**

Aproxime la viscosidad del aceite cuando la temperatura es 87.98°F, empleando **interpolación escalonada, Diferencias Divididas.** Además estime la viscosidad del aceite cuando la temperatura sea de 74.8°C, empleando **interpolación lineal.**

17. La velocidad de un automóvil V(t) se cronometra y se muestra en la siguiente tabla:

Tiempo (seg)	**Velocidad (p/seg)**
0	**75**
3	**77**
5	**80**
8	**74**
13	**72**

Obtenga la velocidad del automóvil para t=7.15seg, empleando **interpolación cúbica, Lagrange**.

18. Un automóvil recorre una pista de carreras en 84 segundos. Su velocidad en cada intervalo de 6 segundos se determina mediante una pistola de radar y está dada, en pies/seg, desde el principio del recorrido, por los datos de la siguiente tabla:

T	**0**	**6**	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**	**42**	**48**	**54**	**60**	**66**	**72**	**78**	**84**
V	**124**	**134**	**148**	**156**	**147**	**133**	**121**	**109**	**99**	**85**	**78**	**89**	**104**	**116**	**123**

Aproxime el valor aproximado de la velocidad en t = 57 segundos, empleando **interpolación cúbica, Diferencias Divididas** y además la velocidad en t = 86 segundos, empleando **interpolación lineal**.

19. Un objeto se suspende en un túnel de viento y se mide la fuerza para varios niveles de velocidad del viento. A continuación se presentan los siguientes resultados:

V, m/s	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**
F, N	**25**	**70**	**380**	**550**	**610**	**1220**	**830**	**1450**

Aproxime el valor de la fuerza, cuando la velocidad sea de 248.4 km/h, mediante **interpolación escalonada, Neville.** Además estime la fuerza, cuando la velocidad sea de 300.96 km/h.

20. Dados los valores de x: 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6 y la función: $f_{(x)}=8\text{seno}^2(\pi x/12 + e^{-x} - 0.25)$, determine:

a) El valor valor de $f_{(1.48)}$ empleando **interpolación escalonada**.
b) El valor exacto de $f_{(1.48)}$
c) El valor valor de $f_{(1.55)}$ empleando **Hermite mediante Diferencias**.

21. A partir de los siguientes valores de x: 0.1, 0.25, 0.4, 0.55. emplee **interpolación cúbica y de Lagrange**, para aproximar el valor de $f_{(0.375)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(0.576)}$ mediante **interpolación lineal,** además obtenga el valor exacto de la función, si $f_{x)} = \ln(x^2 + 1) - \text{sen}(x)$.

22. A partir de los siguientes valores de x: 0.12, 0.24, 0.39, 0.5, 0.6, emplee **interpolación escalonada y Hermite**, para aproximar $f_{(0.42)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(0.7)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f_{x)} = x\cos(x) - 2x^2 + 3x - 1$.

23. A partir de los siguientes valores de x: 3.3, 4.5, 5.1, 5.6, 5.7, 5.9, emplee **interpolación escalonada y Neville** para aproximar $f_{(5.43)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(5.95)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f_{x)} = x\ln x$.

24. A partir de los siguientes datos de x: 0.2, 0.4, 0.6, 0.9, 1.0, emplee **interpolación cúbica y Lagrange**, para aproximar $f_{(0.365)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(1.075)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f_{x)} = x\,\text{sen}(x) + 4x^2 - 2x + 1$.

25. A partir de los siguientes datos de x: 0.03, 0.09, 0.17, 0.19, 0.28, 0.35, emplee **interpolación cúbica y Diferencias divididas**, para aproximar $f_{(0.26)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(0.378)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f_{x)} = \tan(e^{2x} - 4)$.

26. A partir de los siguientes datos de t: 1, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 14, 15, emplee **interpolación escalonada y Neville**, para aproximar $v_{(13.25)}$ y luego aproxime el valor de $v_{(15.65)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $v_{(t)} = \left(\frac{gm}{c}\right)\left(\frac{t}{3.75+t}\right)$, considere: $g = 9.8\ m/s^2$, m = 150.7 lb, c = 12.5 kg/s.

27. La viscosidad dinámica del agua μ se relaciona con la temperatura T y se muestra en la siguiente tabla:

T (°C)	**0**	**5**	**10**	**20**	**30**	**40**
$\mu(10^{-3}\ N.s/m^2)$	**1.787**	**1.519**	**1.307**	**1.002**	**0.7975**	**0.6529**

Obtenga la viscosidad del agua cuando la temperatura sea de 301.78°K, empleando **interpolación cúbica, Lagrange.**

28. Se desea aproximar la concentración de oxígeno disuelto a nivel del mar para agua dulce. A continuación se muestran datos donde se relaciona la concentración de oxígeno como función de la temperatura:

T(°C)	0	8	16	24	32	40
O(mg/L)	14.621	11.483	9.870	8.418	7.305	6.413

Emplee **Diferencias divididas** e **interpolación lineal** para aproximar la concentración de oxígeno disuelto cuando la temperatura sea de 94.37°F.

29. Se realiza un experimento para determinar la elongación porcentual de un material conductor de electricidad como función de la temperatura. Los datos que resultan se muestran en la siguiente tabla:

T(°C)	200	250	300	375	425	475	600
% de elongación	7.5	8.6	8.7	10	11.3	12.7	15.3

Obtenga el porcentaje de elongación para una temperatura de 742.93°K, empleando **interpolación cúbica y mediante Neville.**

30. Se realiza un experimento para definir la relación entre el esfuerzo aplicado y el tiempo para que se fracture cierto tipo de acero inoxidable. A continuación se muestran los resultados, para distintos esfuerzos, en la siguiente tabla:

Esfuerzo aplicado(kg/mm^2)	5	10	15	20	25	30	35	40
Tiempo para la fractura(hr)	40	30	25	40	18	20	22	15

Aproxime el tiempo de fractura para un esfuerzo de 22 kg/mm^2, mediante **interpolación cúbica y Lagrange.**

31. Se mide la caída de voltaje V a través de un resistor para ciertos valores de corriente i, según se indica en la siguiente tabla:

i (amp)	0.25	0.75	1.25	1.5	2.0
v (volts)	-0.45	-0.6	0.70	1.88	6.0

Aproxime el voltaje en el resistor cuando la corriente sea igual a 1.85 amp, mediante **interpolación escalonada y Diferencias Divididas.**