TP de Filtrage Numérique

SEATECH parcours IRIS

TP 4 : Comportement en phase des filtres numériques

1 Phase linéaire

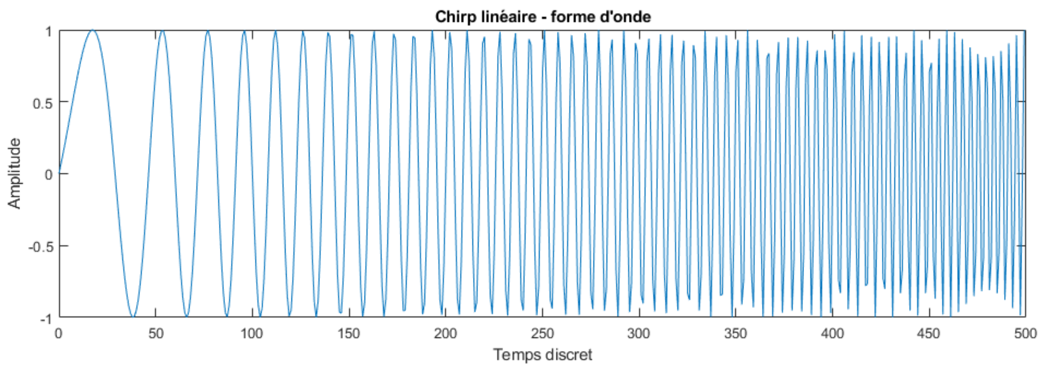
1.1 Signal chirp linéaire

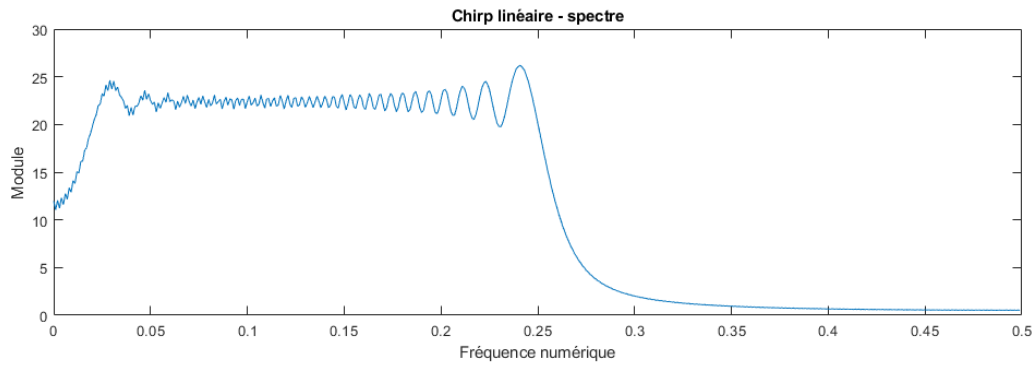
On considère un signal appartenant à la classe des chirps linéaires, qui sont utilisés dans les sonars. La forme d'onde du signal est définie par :

$$x[n] = \sin\left[2\pi(an+b)n\right], \quad n \in \{0 \cdots N-1\}$$

$$a = 2.5\,10^{-4}$$
$$b = 0.01$$
$$N = 500$$

Tracer la forme d'onde et le spectre de ce signal. Comment peut-on interpréter ce signal en termes de contenu fréquentiel ?





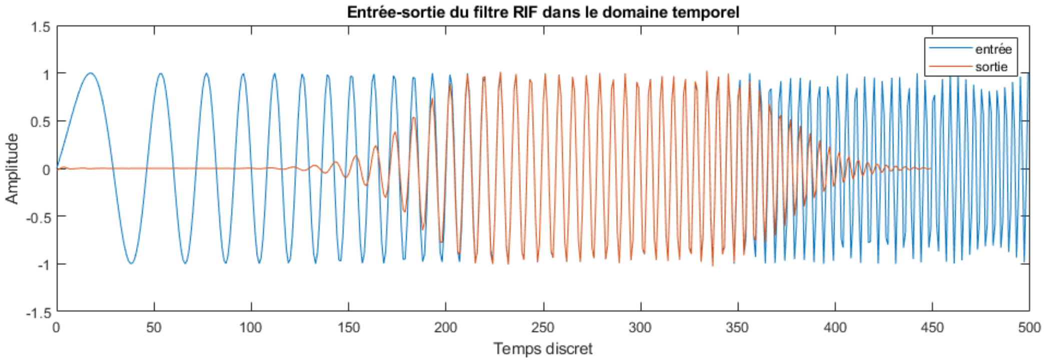
1.2 Filtrage RIF

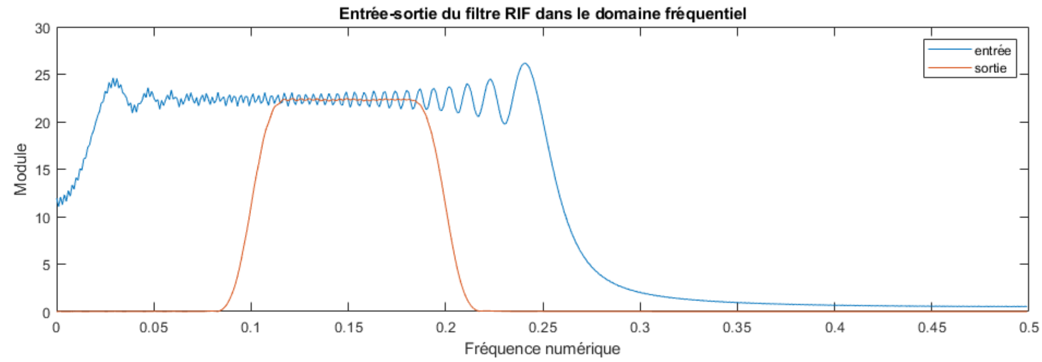
On souhaite filtrer le signal chirp en ne conservant que le contenu fréquentiel entre $\nu_1 = 0.1$ et $\nu_2 = 0.2$, en distordant le signal le moins possible.

Dans un premier temps, on considère un filtre RIF de type 1. En utilisant la fonction Matlab `fir1`, générer un RIF d'ordre 40 qui satisfait cette exigence de traitement et tracer sa réponse en fréquence (courbe de gain et courbe de déphasage).

Matlab permet de calculer facilement le regard de groupe d'un filtre en fonction de la fréquence avec la fonction `grpdelay` qui s'utilise comme la fonction `freqz`. Tracer le retard de groupe de ce filtre et justfier la forme de la courbe en utilisant les résultats du cours.

Appliquer le filtre RIF au signal chirp, et superposer les formes d'onde et les spectres des signaux d'entrée et de sortie en compensant le retard de groupe en sortie. Conclure sur l'action du filtre.

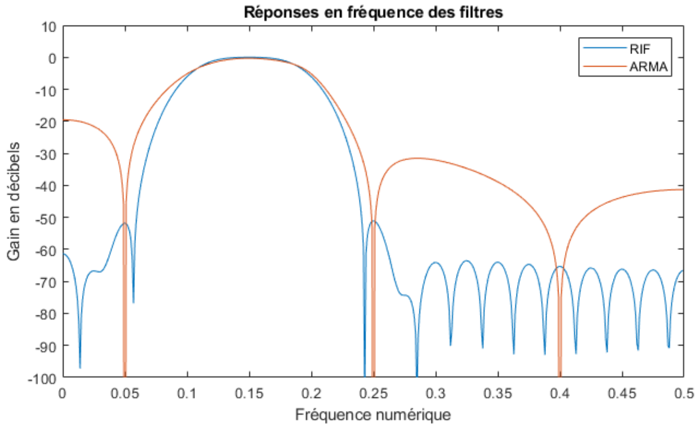


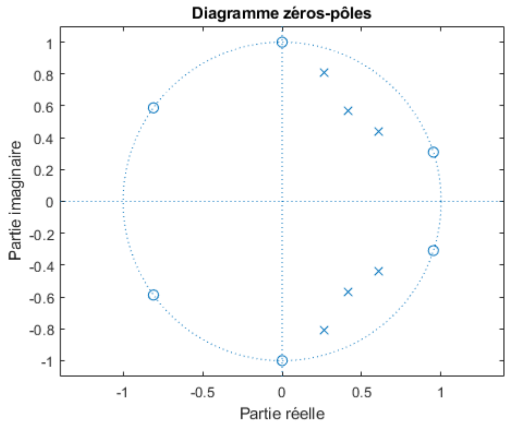


1.3 Filtrage ARMA

On va maintenant synthétiser un filtre ARMA dont la réponse en fréquence s'approche de celle du filtre RIF, mais qui sera nettement moins coûteux en termes d'algorithmique.

On propose d'utiliser un filtre à 3 paires de zéros et 3 paires pôles. Les zéros sont positionnés aux fréquences 0.05, 0.25 et 0.40. Les pôles aux fréquences 0.10, 0.15 et 0.20. Ajuster les modules des pôles, des zéros et le gain global afin d'obtenir des courbes de gain proches dans la bande passante. Tracer aussi la courbe de déphasage, le retard de groupe et le diagramme zéros-pôles du filtre ARMA.





Appliquer le filtre RIF au signal chirp, et superposer les formes d'onde et les spectres des signaux d'entrée et de sortie. Est-il possible de compenser rigoureusement le retard de groupe ? Pourquoi ?

Quels sont les avantages et inconvénients comparés de ces filtres ?

2 Phase minimale

On étudie le filtre passe-bas RII défini dans l'archive `Filtre_RII_PB.mat`. Afficher la réponse en fréquence (courbe de gain et courbe de phase) ainsi que le diagramme zéros-pôles. Pour faciliter la lecture du déphasage maximal, on propose de "dérouler" la courbe de phase en supprimant les sauts d'amplitude 2π (fonction Matlab `unwrap`). Mesurer graphiquement le déphasage maximal.

On va convertir ce filtre en version à phase minimale, sans modifier la courbe de gain. Pour cela, on va multiplier **formellement** le filtre par un passe-tout. On commence par séparer le numérateur de la fonction de transfert en deux partie :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \qquad B(z) = b_0 \prod_k \left(1 - z_k z^{-1}\right) = \left[b_0 \prod_n \left(1 - z_n^i z^{-1}\right)\right] \left[\prod_m \left(1 - z_m^e z^{-1}\right)\right]$$

où z_n^i et z_m^e représentent respectivement les zéros à l'intérieur et à l'extérieur du cercle unité. On écrit donc :

$$H(z) = \frac{B^i(z)\, B^e(z)}{A(z)} \qquad B^i(z) = b_0 \prod_n \left(1 - z_n^i z^{-1}\right) \qquad B^e(z) = \prod_m \left(1 - z_m^e z^{-1}\right)$$

On considère maintenant le polynome $\tilde{B}^e(z)$ qui est la version symétrique de $B^e(z)$. On obtient le filtre équivalent à phase minimale en multipliant la FT d'origine par un passe-tout :

$$\tilde{H}(z) = H(z)\, \frac{\tilde{B}^e(z)}{B^e(z)} = \frac{B^i(z)\, \tilde{B}^e(z)}{A(z)}$$

$\frac{\tilde{B}^e(z)}{B^e(z)}$ est passe-tout car le numérateur et le dénominateur de la FT sont des polynômes symétriques. En outre, les racines de racines $\tilde{B}^e(z)$ sont les $1/(z_m^e)^*$, autrement dit les versions miroir à l'intérieur du cercle unité des z_m^e. Ainsi, tous les zéros de $\tilde{H}(z)$ sont à l'intérieur du cercle.

En utilisant les fonctions `roots` et `poly`, calculer sous Matlab les polynômes $B^i(z)$ et $B^e(z)$. On symétrise $B^e(z)$ avec la fonction `fliplr` qui retourne les coefficients d'un vecteur dans le sens droite-gauche. Enfin, multiplier $B^i(z)$ et $\tilde{B}^e(z)$ avec la fonction `conv` (le produit de deux polynômes est équivalent à une convolution).

Afficher la réponse en fréquence (courbe de gain et courbe de phase) ainsi que le diagramme zéros-pôles du nouveau filtre. Mesurer le déphasage maximal et comparer avec le filtre précédent.

Générer et afficher la réponse impulsionnelle (pour une durée de 50 échantillons) des deux filtres en superposant les deux courbes. Conclure sur le comportement transitoire des filtres.