

## ЗАДАНИЕ на лабораторные работы №4

**Тема:** Построение и программная реализация алгоритма наилучшего среднеквадратичного приближения.

**Цель работы.** Получение навыков построения алгоритма реализации метода наименьших квадратов с использованием полиномов заданной степени в одномерном и двумерном вариантах при аппроксимации табличных функций с весами.

**Исходные данные.**

### 1. Одномерная аппроксимация.

1.1. Таблица функции  $y = f(x)$  с весами  $\rho_i$  с количеством узлов  $N$ . Сформировать таблицу самостоятельно со случайным разбросом точек.

$x_i$	$y_i$	$\rho_i$

Предусмотреть в интерфейсе удобную возможность изменения пользователем весов в таблице.

1.2. Степень аппроксимирующего полинома -  $n$ .

### 2. Двумерная аппроксимация.

2.1. Таблица функции 2-х переменных  $z = f(x, y)$  с весами  $\rho_i$  с количеством узлов  $N$ . Сформировать таблицу самостоятельно со случайным разбросом точек.

$x_i$	$y_i$	$z_i$	$\rho_i$

2.2. Двумерный полином первой и второй степеней. Например,  $z = a + bx + cy$ .

**Результат работы программы.**

Графики, содержащие точки - заданная табличная функция и кривые (поверхности)- отображают найденные полиномы.

При каких исходных условиях следует представить результаты?

1. Веса всех точек **одинаковы** и равны, например, единице. В одномерном варианте обязательно построить полиномы степеней  $n=1$  и  $2$ . Можно привести результаты и при других степенях полинома, однако, не загромождая сильно при этом рисунок.

В двумерном варианте построить точки и поверхности, представляющие **двумерные полиномы**.

2. Веса точек **разные**. Продемонстрировать, как за счет назначения весов точкам можно изменить положение на плоскости прямой линии (полином первой степени), аппроксимирующей **один и тот же набор точек** (одну таблицу  $y(x)$ ). Например, назначая веса узлам в таблице **изменить знак углового коэффициента прямой**. На графике в итоге должны быть представлены точки исходной функции и две аппроксимирующие их прямые линии. Одна отвечает значениям  $\rho_i=1$  для всех узлов, а другая - назначенным весам точек.

### Примерные вопросы при защите лабораторной работы.

1. Каков будет результат при задании степени одномерного полинома  $n=N-1$  (числу узлов таблицы минус 1)?

2. Будет ли работать Ваша программа при  $n \geq N$ ? Что именно в алгоритме требует отдельного анализа данного случая и может привести к аварийной остановке?

3. Получить формулу для коэффициента одномерного полинома  $a_0$  при степени полинома  $n=0$ . Какой смысл имеет величина, которую представляет данный коэффициент?

4. Показать, что при аппроксимации одномерным полиномом 1-й степени прямая пройдет через «центр тяжести» заданного множества точек, т.е. через точку

$$X = \frac{\sum_i \rho_i x_i}{\sum_i \rho_i}, Y = \frac{\sum_i \rho_i y_i}{\sum_i \rho_i}.$$

5. Записать и вычислить определитель матрицы СЛАУ для нахождения коэффициентов одномерного полинома для случая, когда  $n=N=2$ . Принять все  $\rho_i=1$ .

6. Построить СЛАУ при выборочном задании степеней аргумента полинома  $\varphi(x) = a_0 + a_1 x^m + a_2 x^n$ , причем степени  $n$  и  $m$  в этой формуле известны.

7. Предложить схему алгоритма решения задачи из вопроса 5, если степени  $n$  и  $m$  подлежат определению наравне с коэффициентами  $a_k$ , т.е. количество неизвестных равно 5.

**Методика оценки работы.**

Модуль 2, срок - 11-я неделя..

1. Задание полностью выполнено, все графики приведены - 11 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на вопросы – до 17 баллов (максимум).