Kalman Filter Übung 2

15. Januar 2021

Aufgabe 1

Die Höhe und die vertikale Geschwindigkeit eines Multikopters sollen durch ein lineares Kalman Filter geschätzt werden. Mit Hilfe eines nach unten gerichteten Abstandslasers kann der Multikopter seinen Abstand zum Boden y_{lidar} mit 20 Hz messen. Ein 1D Beschleunigungssensor wird verwendet, um die vertikale Beschleuginug des Multikopters y_{accel} mit 200 Hz zu bestimmen. Die Verkippung des Multikopters wird vernachlässigt. Das System kann durch folgende Zustandsgleichungen beschrieben werden:

$$\begin{array}{rcc} h(k+1) & = & h(k) + \Delta t \cdot v(k) + \frac{1}{2}\Delta t^2 \cdot a(k) \\ v(k+1) & = & v(k) + \Delta t \cdot a(k) \\ a(k+1) & = & a(k) \end{array} \tag{1}$$

wobei $h(k)$ die Höhe, $v(k)$ und $a(k)$ die vertikale Geschwindigkeit und Beschleunigung des Multikopters zum diskreten Zeitpunkt k und Δt die Updaterate des Kalman Filters sind.

a) System Design [1 BE]

Bestimme aus dem Gleichungssystem 1 die Zustandsmatrix $\boldsymbol{F}$ für den Zustandsraum $\boldsymbol{x}$:

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{x}(k), \text{ mit } \boldsymbol{x}(k) = \begin{bmatrix} h(k) \\ v(k) \\ a(k) \end{bmatrix} \tag{2}$$

b) Kalman Filter mit Beschleunigungssensor [8 BE]

Implementiere ein lineares Kalman Filter in MATLAB/Octave mit Hilfe des Templates *ex2_task1.m* und ergänze die entsprechenden Stellen im Code.

- Wähle einen geeigneten Startzustand für deinen Zustandsraum $\boldsymbol{x}$. Begründe deine Wahl.
- Berechne die Kovarianzmatrix des Messrauschens des Beschleunigungssensors R_{accel} aus den Rohdaten für die ersten 10 Sekunden. Die Kovarianzmatrix des Prozessrauschens ist gegeben durch:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{accel} \end{bmatrix} \tag{3}$$

- Bestimme dazu für den Zustandsraum $\boldsymbol{x}$ die Vorhersagematrix $\boldsymbol{H}_{accel}$ für die Messvorhersage des Beschleunigungssensors z_{accel} :

$$z_{accel}(k+1) = \boldsymbol{H}_{accel} \cdot \boldsymbol{x}(k+1) \tag{4}$$

- Implementiere die fehlenden Kalman Filter Gleichungen.
- Beachte, dass der Beschleunigungssensor auch die Erdbeschleunigung misst.
- Stelle die Ergebnisse graphisch dar. Plotte dazu jeweils die drei Systemzustände von $\boldsymbol{x}$ mit den Messwerten y_* und den tatsächlichen Werten $true_*$. Achte auf eine saubere Beschriftung.

c) Kalman Filter mit Beschleunigungssensor und Lidar [1 BE]

Füge die Lidarmessungen zu deinem Filter hinzu.

- Kommentiere Zeile 33 ein. Bestimme für den Zustandsraum $\boldsymbol{x}$ die Vorhersagematrix $\boldsymbol{H}_{lidar}$ für die Messvorhersage des Beschleunigungssensors z_{lidar} :

$$z_{lidar}(k+1) = \boldsymbol{H}_{lidar} \cdot \boldsymbol{x}(k+1) \tag{5}$$

- Kommentiere Zeile 37 ein. Berechne die Kovarianzmatrix des Messrauschens des Abstandssensors R_{lidar} aus den Rohdaten für die ersten 10 Sekunden.
- Kommentiere die Zeilen 68 bis 88 ein und ergänze die entsprechenden Stellen im Code.
- Beachte die Einheiten der Lidar Messung.
- Stelle die Ergebnisse graphisch dar. Plotte dazu jeweils die drei Systemzustände von $\boldsymbol{x}$ mit den Messwerten y_* und den tatsächlichen Werten $true_*$. Achte auf eine saubere Beschriftung.

d) Auswertung [4 BE]

Vergleiche die Plots aus Teilaufgabe b) und c). Was fällt beim Vergleich auf? Wie ist der Unterschied zwischen den Plots aus den beiden Teilaufgaben zu begründen.

Verändere nun die Kovarianzmatrizen R_{lidar} , R_{accel} und $\boldsymbol{Q}$ einzeln und plotte die Ergebnisse. Wie wirken sich die Veränderungen auf die Zustandsschätzung des Kalman Filters aus? Warum?

Aufgabe 2

Betrachtet wird nun ein System mit verkleinertem Systemzustand:

$$\boldsymbol{x}(k) = \begin{bmatrix} h(k) \\ v(k) \end{bmatrix} \tag{6}$$

Außerdem sollen die Messungen des Beschleunigungssensors nicht als Messung, sondern als Systemeingabe $u(k)$ verwendet werden, d.h. der Updateschritt für den Beschleunigungssensor aus Aufgabe 1 entfällt. Das Zustandsraummodell für diesen Filter lässt siche wie folgt beschreiben:

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{u}(k), \text{ mit } \boldsymbol{u}(k) = y_{accel}(k) \tag{7}$$

Das Prozessrauschen dieses Kalman Fitlers ist gegeben durch:

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{G} \cdot R_{accel} \cdot \boldsymbol{G}' \tag{8}$$

a) System Design [2 BE]

Bestimme die Zustandsmatrix F und die Eingangsmatrix G für den Zustandsraum x aus Gleichung 7 und unter der Verwndung des Gleichungssystems 1 aus Aufgabe 1.

b) Kalman Filter [2 BE]

Implementiere ein lineares Kalman Filter in MATLAB/Octave mit Hilfe des Templates *ex2_task2.m* und ergänze die entsprechenden Stellen im Code. Denk daran die Matrizen so anzupassen, dass sie zu dem verkleinerten Systemzustand passen.

Stelle die Ergebnisse graphisch dar. Plotte dazu jeweils die drei Systemzustände von $\boldsymbol{x}$ mit den Messwerten y_* und den tatsächlichen Werten $true_*$. Achte auf eine saubere Beschriftung.

c) Auswertung [2 BE]

Ermittle die mittlere Laufzeit für 100 Iterationen der beiden Filter. Welcher der beiden Filter ist schneller? Warum?