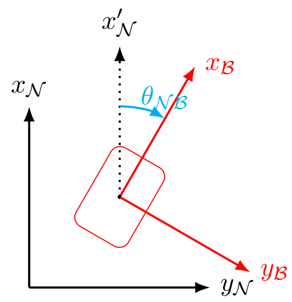
Übung 9
Erweiterter Kalman Filter

29. Januar 2021



Aufgabe 1

Es soll ein erweitertes Kalman Filter für ein Fahrzeug entworfen werden. Auf dem Fahrzeug ist ein 2-DoF Beschleunigungssensor, ein 1-DoF Drehratensensor, ein Magnetkompass der die Nordrichtung $\theta_{\mathcal{NB}}$ direkt misst und ein GPS Empfänger verbaut. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass der GPS Empfänger die 2D Position in Metern bezüglich eines Navigationsframes $\mathcal{N}$ misst.

Es sind folgende Messmodelle gegeben:

1. Beschleunigungssensor (@100 Hz): lineare Beschleunigung in x und y Achse $\boldsymbol{y}_a \in \mathbb{R}^2$
$$\boldsymbol{y}_a = \begin{bmatrix} a_{\mathcal{B},x} \\ a_{\mathcal{B},y} \end{bmatrix} + \boldsymbol{v}_a \tag{1}$$
2. Drehratensensor (@100 Hz): Drehrate in z Achse $y_g \in \mathbb{R}$
$$y_g = \omega_{\mathcal{B},z} + \boldsymbol{v}_\omega \tag{2}$$
3. Magnetkompass (@20 Hz): Absoluten Drehwinkel um z Achse $y_\theta \in \mathbb{R}$
$$y_\theta = \theta_{\mathcal{NB}} + \boldsymbol{v}_\theta \tag{3}$$
4. GPS Empfänger (@10 Hz): 2D Position $\boldsymbol{y}_{GPS} \in \mathbb{R}^2$
$$\boldsymbol{y}_{GPS} = \begin{bmatrix} x_{\mathcal{N}} \\ y_{\mathcal{N}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{v}_{GPS} \tag{4}$$

Die Messungen der Sensoren sind normalverteilt mit einer Standardabweichung von σ_a^2, σ_ω^2, σ_θ^2 und σ_{GPS}^2. Es wird isotropes Rauschen angenommen, d.h. das Rauschen ist in allen Richtungen gleich stark. Aufgrund der hohen Samplerate sollen der Beschleunigungssenor und der Drehratensensor als **Systemeingang** verwendet werden. Der Systemzustand $\boldsymbol{x}$ soll aus der Position und Geschwindigkeit des Fahrzeugs im Navigationsframe $\mathcal{N}$ und Orientierung des Fahrzeugs $\theta_{\mathcal{NB}}$ bestehen:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_{\mathcal{N}} \\ y_{\mathcal{N}} \\ v_{x,\mathcal{N}} \\ v_{y,\mathcal{N}} \\ \theta_{\mathcal{NB}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^5 \tag{5}$$

Das Bewegungsmodel des Fahrzeugs ist durch folgendes, nicht-lineares Zustandsraummodel gegeben:

$$\begin{aligned}
x_{\mathcal{N}}(k+1) &= x_{\mathcal{N}}(k) + v_{x,\mathcal{N}}(k)\Delta t + \frac{1}{2}\left[\cos(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},x} - \sin(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},y}\right]\Delta t^2 \\
y_{\mathcal{N}}(k+1) &= y_{\mathcal{N}}(k) + v_{y,\mathcal{N}}(k)\Delta t + \frac{1}{2}\left[\sin(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},x} + \cos(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},y}\right]\Delta t^2 \\
v_{x,\mathcal{N}}(k+1) &= v_{x,\mathcal{N}}(k) + \left[\cos(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},x} - \sin(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},y}\right]\Delta t \\
v_{y,\mathcal{N}}(k+1) &= v_{y,\mathcal{N}}(k) + \left[\sin(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},x} + \cos(\theta_{\mathcal{NB}}(k))a_{\mathcal{B},y}\right]\Delta t \\
\theta_{\mathcal{NB}}(k+1) &= \theta_{\mathcal{NB}}(k) + \omega_{\mathcal{B},z}\Delta t
\end{aligned} \tag{6}$$

Linearisierung [6 BE]

Linearisiere das nicht-lineare Zustandsraummodel in Gleichung (6) und bestimme $\boldsymbol{F}$.

Messvorhersage [4 BE]

Bestimme die Funktionen zur Messvorhersage $\boldsymbol{h}_\theta$ und $\boldsymbol{h}_{GPS}$ sowie deren Jacobi-Matrizen $\boldsymbol{H}_\theta$ und $\boldsymbol{H}_{GPS}$.

Prozessrauschen [3 BE]

Bestimme das Prozessrauschen $\boldsymbol{Q}$.

Hinweis: Bestimme das Rauschen $\boldsymbol{U}$ der Systemeingänge. Durch Ableiten des Zustandsraummodels nach den Systemeingängen (Jacobi-Matrix) kann $\boldsymbol{F_U}$ berechnet werden. Es genügt $\boldsymbol{F_U}$ und $\boldsymbol{U}$ zu bestimmen, denn damit ergibt sich:

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{F_U}\boldsymbol{U}\boldsymbol{F_U}^\top \tag{7}$$

Messrauschen [2 BE]

Bestimme das Messrauschen $\boldsymbol{R}_a$ und $\boldsymbol{R}_\theta$.