

بخش اول سولات تئوری

۱ استنتاج

۱.۱ روش Forward chaining

طبق الگوریتم مراحل زیر را طی می‌کنیم.

$$\begin{array}{l}
 - \left\{ \begin{array}{l} \text{Inferred} = \{\} \\ \text{Queue} = \{A, D\} \\ \text{Counts} = \begin{cases} (T \Rightarrow R) & 1 \\ (P \wedge Q \Rightarrow R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \Rightarrow P) & 3 \\ (A \Rightarrow B) & 1 \\ (D \wedge F \Rightarrow C) & 2 \\ (B \wedge D \Rightarrow T) & 2 \\ (A \wedge D \wedge T \Rightarrow E) & 3 \\ (E \wedge B \Rightarrow S) & 2 \\ (F \Rightarrow Q) & 1 \end{cases} \end{array} \right. \\
 A \left\{ \begin{array}{l} \text{Inferred} = \{A\} \\ \text{Queue} = \{D, B\} \\ \text{Counts} = \begin{cases} (T \Rightarrow R) & 1 \\ (P \wedge Q \Rightarrow R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \Rightarrow P) & 3 \\ (A \Rightarrow B) & 0 \\ (D \wedge F \Rightarrow C) & 2 \\ (B \wedge D \Rightarrow T) & 2 \\ (A \wedge D \wedge T \Rightarrow E) & 2 \\ (E \wedge B \Rightarrow S) & 2 \\ (F \Rightarrow Q) & 1 \end{cases} \end{array} \right. \\
 D \left\{ \begin{array}{l} \text{Inferred} = \{A, D\} \\ \text{Queue} = \{B\} \\ \text{Counts} = \begin{cases} (T \Rightarrow R) & 1 \\ (P \wedge Q \Rightarrow R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \Rightarrow P) & 3 \\ (A \Rightarrow B) & 0 \\ (D \wedge F \Rightarrow C) & 1 \\ (B \wedge D \Rightarrow T) & 1 \\ (A \wedge D \wedge T \Rightarrow E) & 1 \\ (E \wedge B \Rightarrow S) & 2 \\ (F \Rightarrow Q) & 1 \end{cases} \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
B \left\{ \begin{array}{l}
\text{Inferred} = \{A, D, B\} \\
\text{Queue} = \{T\} \\
\text{Counts} = \begin{cases} (T \implies R) & 1 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 3 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 1 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 1 \\ (E \wedge B \implies S) & 1 \\ (F \implies Q) & 1 \end{cases}
\end{array} \right. \\
T \left\{ \begin{array}{l}
\text{Inferred} = \{A, D, B, T\} \\
\text{Queue} = \{R, E\} \\
\text{Counts} = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 3 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 1 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 1 \\ (F \implies Q) & 1 \end{cases}
\end{array} \right. \\
R \left\{ \begin{array}{l}
\text{Inferred} = \{A, D, B, T, R\} \\
\text{Queue} = \{E\} \\
\text{Counts} = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 3 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 1 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 1 \\ (F \implies Q) & 1 \end{cases}
\end{array} \right. \\
E \left\{ \begin{array}{l}
\text{Inferred} = \{A, D, B, T, R, E\} \\
\text{Queue} = \{S\} \\
\text{Counts} = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 3 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 1 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 0 \\ (F \implies Q) & 1 \end{cases}
\end{array} \right.
\end{array}$$

$$S \left\{ \begin{array}{l} Inferred = \{A, D, B, T, R, E, S\} \\ Queue = \{\} \\ Counts = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 1 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 1 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 0 \\ (F \implies Q) & 1 \end{cases} \end{array} \right.$$

و در این مرحله صف خالی می‌شود و الگوریتم خاتمه می‌یابد پس فقط سمبل‌های $\{A, D, B, T, R, E, S\}$ قابل استنتاج هستند و سمبل‌های $\{P, Q, C, F\}$ قابل استنتاج نیستند.

۲.۱ افزودن سمبل تا جایی که تمام اتمیک‌ها قابل دسترس باشند.

در صورتی که تنها اتم F به مجموعه دانش اضافه شود تمام عبارات قابل استنتاج خواهد بود.

$$\begin{array}{l} - \left\{ \begin{array}{l} Inferred = \{A, D, B, T, R, E, S\} \\ Queue = \{F\} \\ Counts = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 1 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 1 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 0 \\ (F \implies Q) & 1 \end{cases} \end{array} \right. \\ \\ F \left\{ \begin{array}{l} Inferred = \{A, D, B, T, R, E, S, F\} \\ Queue = \{C, Q\} \\ Counts = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 1 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 0 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 0 \\ (F \implies Q) & 0 \end{cases} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
C \left\{ \begin{array}{l}
Inferred = \{A, D, B, T, R, E, S, F, C\} \\
Queue = \{Q, P\} \\
Counts = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 2 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 0 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 0 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 0 \\ (F \implies Q) & 0 \end{cases}
\end{array} \right. \\
Q \left\{ \begin{array}{l}
Inferred = \{A, D, B, T, R, E, S, F, C, Q\} \\
Queue = \{P\} \\
Counts = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 1 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 0 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 0 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 0 \\ (F \implies Q) & 0 \end{cases}
\end{array} \right. \\
P \left\{ \begin{array}{l}
Inferred = \{A, D, B, T, R, E, S, F, C, Q, P\} \\
Queue = \{\} \\
Counts = \begin{cases} (T \implies R) & 0 \\ (P \wedge Q \implies R) & 0 \\ (S \wedge A \wedge C \implies P) & 0 \\ (A \implies B) & 0 \\ (D \wedge F \implies C) & 0 \\ (B \wedge D \implies T) & 0 \\ (A \wedge D \wedge T \implies E) & 0 \\ (E \wedge B \implies S) & 0 \\ (F \implies Q) & 0 \end{cases}
\end{array} \right.
\end{array}$$

۲ استنتاج

تمام عبارت‌های موجود در استنتاج را به صورت \vee تعدادی اتم می‌نویسیم و به صورت زیر مراحل را طی می‌کنیم.

Step	Proposition	Explanation
1	P	premise
2	$V \vee T$	premise
3	$\neg P \vee U$	premise
4	$R \vee \neg Q$	premise
5	$\neg V \vee W$	premise
6	$\neg P \vee Q$	premise
7	$\neg S \vee U \vee T$	premise
8	$\neg P \vee \neg R \vee S$	premise
9	U	Resolution 1 , 3
10	Q	Resolution 1 , 6
11	$\neg R \vee S$	Resolution 1 , 8
12	R	Resolution 4 , 10
13	S	Resolution 11 , 12

۳ بررسی استنتاج

۱.۳ الف

$$\begin{aligned} E \wedge R &\implies B \\ E &\implies R \vee P \vee L \\ K &\implies B \\ \neg(K \wedge B) \\ P &\implies \neg K \end{aligned}$$

عبارت $K \implies \neg(K \wedge E)$

این عبارت مستقل از مقدار متغیرها همیشه درست است پس استنتاج معتبر است (عبارت Sat معادل به صورت $True \implies \dots$ خواهد شد که همیشه درست است).

$$\begin{aligned} K &\implies \neg(K \wedge E) \\ \neg K \vee \neg(K \wedge E) \\ \neg K \vee \neg K \vee \neg E \\ (\neg K \vee \neg K) \vee \neg E \\ True \vee \neg E \\ True \end{aligned}$$

عبارت $K \wedge E \implies R$

می دانیم در صورتی که نتیجه به صورت $P \implies Q$ باشد می توان مقدم را در فرض ها در نظرگفت و استنتاج حاصل هم ارز استنتاج اولیه خواهد بود پس داریم:

Step	Proposition	Explanation
1	$E \wedge R \implies B$	premise
2	$E \implies R \vee P \vee L$	premise
3	$K \implies B$	premise
4	$\neg L \vee \neg B$	premise
5	$P \implies \neg K$	premise
6	$K \wedge E$	first part of the conclusion
7	K	Simplification 6
8	E	Simplification 6
9	$\neg P$	Modus tollens 5 , 7
10	$R \vee P \vee L$	Modus ponens 8 , 2
11	$R \vee L$	Disjunctive syllogism 10 , 9
12	B	Modus ponens 3 , 7
13	$\neg L$	Disjunctive syllogism 4 , 12
14	R	Disjunctive syllogism 11 , 13

عبارت $L \vee P \implies \neg K$

مشابه قسمت قبل عمل می کنیم و مقدم را جزو گزاره ها در نظر می گیریم. (عبارتی که در سوال داده شده است را عکس و قرینه می کنیم پس ارزش درستی آن تغییر نمی کند. بعد از آن مقدم را به عنوان گزاره ها در نظر می گیریم)

$$(L \vee P \implies \neg K) \iff (K \implies \neg L \wedge \neg P)$$

Step	Proposition	Explanation
1	$E \wedge R \implies B$	premise
2	$E \implies R \vee P \vee L$	premise
3	$K \implies B$	premise
4	$\neg L \vee \neg B$	premise
5	$P \implies \neg K$	premise
6	K	first part of the conclusion
7	$\neg P$	Resolution 5 , 6
8	B	Modus ponens 3 , 6
9	$\neg L$	Resolution 4 , 8
10	$\neg L \wedge \neg P$	Conjunction 7 , 9

عبارت $L \wedge P$

به ازای مقداردهی زیر تمام گزاره‌ها درست هستند ولی نتیجه غلط است پس گزاره استنتاج نمی‌شود.

$$\begin{aligned} B &= True \\ L &= True \\ P &= False \\ E &= False \end{aligned}$$

۲.۳ ب

$$\begin{aligned} A &\implies B \wedge C \\ C &\implies D \vee E \vee F \\ B &\implies D \wedge E \\ A \end{aligned}$$

عبارت B

Step	Proposition	Explanation
1	$A \implies B \wedge C$	Premise
2	$C \implies D \vee E \vee F$	Premise
3	$B \implies D \wedge E$	Premise
4	A	Premise
5	$B \wedge C$	Modus ponens 1 and 4
6	B	Simplification

عبارت F

در صورتی که متغیرها به صورت زیر مقداردهی شوند تمام گزاره‌های اولیه درست هستند ولی F نادرست است پس استنتاج امکان‌پذیر نیست.

$$\begin{aligned} A &= True \\ B &= True \\ C &= True \\ D &= True \\ E &= True \\ F &= False \end{aligned}$$

عبارت $A \vee E$

Step	Proposition	Explanation
1	$A \implies B \wedge C$	Premise
2	$C \implies D \vee E \vee F$	Premise
3	$B \implies D \wedge E$	Premise
4	A	Premise
5	$A \vee E$	Addition on 4

۳.۳ پ

$$\begin{aligned} \neg C &\implies \neg K \\ C &\implies A \vee B \\ B &\implies R \vee C \\ K &\wedge \neg M \end{aligned}$$

عبارت $A \vee R$

به ازای مقداردهی زیر گزاره‌ها درست هستند ولی نتیجه غلط است پس استنتاج ممکن نیست.

$$\begin{aligned} A &= False \\ R &= False \\ K &= True \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M &= False \\
 C &= True \\
 B &= True
 \end{aligned}$$

عبارت $A \vee B$

Step	Proposition	Explanation
1	$\neg C \implies \neg K$	Premise
2	$C \implies A \vee B$	Premise
3	$B \implies R \vee C$	Premise
4	$K \wedge \neg M$	Premise
5	K	Simplification on 4
6	C	Modus tollens 1 , 5
7	$A \vee B$	Modus ponens 2 , 6

عبارت $A \vee K$

Step	Proposition	Explanation
1	$\neg C \implies \neg K$	Premise
2	$C \implies A \vee B$	Premise
3	$B \implies R \vee C$	Premise
4	$K \wedge \neg M$	Premise
5	K	Simplification on 4
6	$A \vee K$	Addition on 5

عبارت $True$

همیشه یک عبارت درست نتیجه منطقی یک استنتاج است. چون عبارت $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_j \implies True)$ همیشه درست است. پس استنتاج معتبر نداریم.

۴ بررسی عبارت از نظر همیشه درست بودن و ارضایپذیر بودن

عبارت $Smoke \Rightarrow Smoke$

این عبارت همیشه درست است.

$$\begin{aligned} & Smoke \Rightarrow Smoke \\ & \equiv \neg Smoke \vee Smoke \\ & \equiv True \end{aligned}$$

عبارت $Smoke \Rightarrow Fire$

این عبارت به ازای مقادیر متفاوت می تواند درست یا غلط باشد و توتولوژی نیست.

$Smoke$	$Fire$	$Smoke \Rightarrow Fire$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

عبارت $(Smoke \Rightarrow Fire) \Rightarrow (\neg Smoke \Rightarrow \neg Fire)$

گزاره به ازای بعضی مقادیر درست و بعضی نادرست است.

$Smoke$	$Fire$	$Smoke \Rightarrow Fire$	$\neg Smoke \Rightarrow \neg Fire$	$(Smoke \Rightarrow Fire) \Rightarrow (\neg Smoke \Rightarrow \neg Fire)$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

عبارت $Smoke \vee Fire \vee \neg Fire$

چون یک متغیر و نقیض آن یا شده اند پس عبارت همیشه درست است.

$$\begin{aligned} & Smoke \vee Fire \vee \neg Fire \\ & \equiv Smoke \vee (Fire \vee \neg Fire) \\ & \equiv Smoke \vee (True) \\ & \equiv True \end{aligned}$$

عبارت $((Smoke \wedge Heat) \Rightarrow Fire) \Leftrightarrow ((Smoke \Rightarrow Fire) \vee (Heat \Rightarrow Fire))$

فرض می کنیم عبارت صورت سوال P نام دارد.

$Smoke$	$Heat$	$Fire$	$(Smoke \wedge Heat) \Rightarrow Fire$	$Smoke \Rightarrow Fire$	$Heat \Rightarrow Fire$	P
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

طبق جدول این گزاره همیشه درست است.

عبارت $(Smoke \implies Fire) \implies ((Smoke \wedge Heat) \implies Fire)$

$Smoke$	$Heat$	$Fire$	$Smoke \implies Fire$	$(Smoke \wedge Heat) \implies Fire$	P
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

طبق جدول این گزاره همیشه درست است.

عبارت $Big \vee Dumb \vee (Big \implies Dumb)$

Big	$Dumb$	$Big \implies Dumb$	$Big \vee Dumb \vee (Big \implies Dumb)$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

عبارت $(A \wedge B) \vee (\neg C) \vee (\neg A \wedge C) \implies \neg A \vee B \vee \neg C$

$$\begin{aligned}
 & (A \wedge B) \vee (\neg C) \vee (\neg A \wedge C) \\
 \equiv & (A \wedge B) \vee ((\neg C \vee \neg A) \wedge (\neg C \vee C)) \\
 \equiv & (A \wedge B) \vee ((\neg C \vee \neg A) \wedge True) \\
 \equiv & (A \wedge B) \vee ((\neg C \vee \neg A)) \\
 \equiv & (A \wedge B) \vee (\neg C) \vee (\neg A) \\
 \equiv & (\neg A) \vee (A \wedge B) \vee (\neg C) \\
 \equiv & (\neg A \vee A) \wedge (\neg A \vee B) \vee (\neg C) \\
 \equiv & True \wedge (\neg A \vee B) \vee (\neg C) \\
 \equiv & (\neg A \vee B) \vee (\neg C) \\
 \equiv & \neg A \vee B \vee \neg C
 \end{aligned}$$

۵ بررسی صحت استنتاج

بخش اول

$$\begin{array}{l} P \wedge Q \\ P \Rightarrow (R \wedge Q) \\ R \Rightarrow (S \vee T) \\ \neg S \end{array}$$

$$\therefore T$$

طبق روند زیر می‌توان استنتاج را انجام داد.

Step	Proposition	Explanation
1	$P \wedge Q$	Premise
2	$P \Rightarrow (R \wedge Q)$	Premise
3	$R \Rightarrow (S \vee T)$	Premise
4	$\neg S$	Premise
5	P	Simplification 1
6	$R \wedge Q$	Modus ponens 2 , 5
7	R	Simplification 6
8	$S \vee T$	Modus ponens
9	T	Disjunctive syllogism 4 , 8

بخش دوم

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow (Q \Rightarrow R) \\ P \vee S \\ T \Rightarrow Q \\ \neg S \end{array}$$

$$\therefore \neg R \Rightarrow \neg T$$

طبق قضیه می‌توان مقدم نتیجه استنتاج را به عنوان گزاره‌ها اولیه بپذیریم. پس استنتاج به صورت زیر تبدیل می‌شود و با استنتاج اولیه هم‌ارز است.

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow (Q \Rightarrow R) \\ P \vee S \\ T \Rightarrow Q \\ \neg S \\ \neg R \end{array}$$

$$\therefore \neg T$$

مراحل زیر را برای استنتاج طی می‌کنیم.

Step	Proposition	Explanation
1	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$	Premise
2	$P \vee S$	Premise
3	$T \Rightarrow Q$	Premise
4	$\neg S$	Premise
5	$\neg R$	First part of the conclusion
6	P	Disjunctive syllogism 2 , 4
7	$Q \Rightarrow R$	Modus ponens 1 , 6
8	$\neg Q$	Modus tollens 5 , 7
9	$\neg T$	Modus tollens 3 , 8

بخش سوم

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \neg P \vee R \\ \neg R \end{array}$$

$$\therefore \neg Q$$

با توجه به مراحل زیر عبارت نقیض نتیجه ذکر شده در این سوال حاصل می‌شود پس این استنتاج صحیح نیست.

Step	Proposition	Explanation
1	$P \vee Q$	Premise
2	$\neg P \vee R$	Premise
3	$\neg R$	Premise
4	$Q \vee R$	Resolution 1 , 2
5	$\neg Q$	Disjunctive syllogism 3 , 4

به ازای هر مقداردهی که تمام گزاره‌های اولیه را ارضا کند نتیجه‌ی ذکر در صورت سوال غلط خواهد بود.

بخش چهارم

$$\begin{aligned}
 P &\iff Q \\
 Q &\implies R \\
 R \vee \neg S \\
 \neg S &\implies Q
 \end{aligned}$$

$\therefore S$

به ازای مقداردهی زیر مقدمات درست هستند ولی نتیجه نهایی ذکر شده در استنتاج حاصل نمی‌شود.

$$\begin{aligned}
 S &= False \\
 Q &= True \\
 P &= True \\
 R &= True
 \end{aligned}$$

بخش پنجم

$$\begin{aligned}
 P \\
 P &\implies R \\
 P &\implies (Q \vee \neg R) \\
 \neg Q \vee \neg S
 \end{aligned}$$

$\therefore S$

با توجه به مراحل زیر عبارت نقیض نتیجه ذکر شده در این سوال حاصل می‌شود پس این استنتاج صحیح نیست.

Step	Proposition	Explanation
1	P	Premise
2	$P \implies R$	Premise
3	$P \implies (Q \vee \neg R)$	Premise
4	$\neg Q \vee \neg S$	Premise
5	R	Modus ponens 1 , 2
6	$Q \vee \neg R$	Modus ponens 1 , 3
7	$\neg R \vee \neg S$	Resolution 4 , 6
8	$\neg S$	Disjunctive syllogism 5 , 7

به ازای هر مقداردهی که تمام گزاره‌های اولیه را ارضا کند نتیجه‌ی ذکر در صورت سوال غلط خواهد بود.

۶ تبدیل به فرم CNF و بررسی ارضا پذیر بودن یا نبودن

گزاره ها را یک به یک تبدیل می کنیم و به صورت Or تعداد متغیر یا نقیض آن ها باشد.

$$\begin{aligned} P &\implies (Q \vee R) \wedge \neg(Q \wedge R) \\ P &\implies (Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee \neg R) \\ \neg P &\vee ((Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \\ (\neg P \vee Q \vee R) &\wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \end{aligned}$$

به طور مشابه می توان عبارت $P \implies (S \vee T) \wedge \neg(S \wedge T)$ به $(\neg P \vee S \vee T) \wedge (\neg P \vee \neg S \vee \neg T)$ تبدیل کنیم. پس با نوشتن تمام داده ها با فرم مناسب به گزاره های زیر می رسیم. (همه ی این گزاره ها باید با هم And شوند و استنتاج تشکیل شود.)
 $(P) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee \neg R) \wedge (\neg P \vee S \vee T) \wedge (\neg P \vee \neg S \vee \neg T) \wedge (\neg S \vee Q) \wedge (R \vee T) \wedge (\neg T \vee S)$

الگوریتم بررسی ارضا پذیری را به صورت زیر بررسی می کنیم.

Step	Proposition	Explanation
1	P	
2	$\neg P \vee Q \vee R$	
3	$\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$	
4	$\neg P \vee S \vee T$	
5	$\neg P \vee \neg S \vee \neg T$	
6	$\neg S \vee Q$	
7	$R \vee T$	
8	$\neg T \vee S$	
9	$Q \vee R$	Resolution 1 , 2
10	$\neg Q \vee \neg R$	Resolution 1 , 3
11	$S \vee T$	Resolution 1 , 4
12	$\neg S \vee \neg T$	Resolution 1 , 5
13	$R \vee S$	Resolution 7 , 8
14	$R \vee \neg T$	Resolution 12 , 13
15	$\neg T \vee Q$	Resolution 6 , 8
16	$\neg T \vee \neg R$	Resolution 10 , 15
17	$\neg T$	Resolution 14 , 16
18	R	Resolution 7 , 17
19	$\neg Q$	Resolution 10 , 18
20	S	Resolution 11 , 17

چون در روند فوق تمام متغیرها مقداردهی شدند و جمله تهی حاصل نشد پس با مقداردهی زیر عبارت ارضا پذیر است.

$$P = True$$

$$Q = False$$

$$R = True$$

$$S = False$$

$$T = False$$

۷ منطق گزاره‌ها

عبارت دوم صحیح است.

$$[\alpha \models \gamma] \vee [\beta \models \gamma] \implies [\alpha \wedge \beta \models \gamma]$$

استدلال زیر را برای درستی ارائه می‌کنیم و از سمت چپ به سمت راست می‌رسیم.

$$\begin{aligned} & [\alpha \models \gamma] \vee [\beta \models \gamma] \\ & (\neg\alpha \vee \gamma) \vee (\neg\beta \vee \gamma) \\ & \neg\alpha \vee \neg\beta \vee \gamma \\ & (\neg\alpha \vee \neg\beta) \vee \gamma \\ & \neg(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma \\ & \alpha \wedge \beta \models \gamma \end{aligned}$$

۸ تعداد مقاداردهی های درست

باید در هر بخش جدول صحت را رسم کرده و تعداد حالت هایی که ارزش کل عبارت درست است را شمارش کنیم.

$$۱.۸ \text{ الف } (((((A \Rightarrow B) \wedge C) \iff D) \vee E) \iff F)$$

اجزا کوچک تر عبارت فوق را به صورت زیر نامگذاری می کنیم.

$$P : (A \Rightarrow B)$$

$$Q : (A \Rightarrow B) \wedge C$$

$$R : ((A \Rightarrow B) \wedge C) \iff D$$

$$S : (((A \Rightarrow B) \wedge C) \iff D) \vee E$$

$$T : (((((A \Rightarrow B) \wedge C) \iff D) \vee E) \iff F)$$

A	B	C	D	E	F	P	Q	R	S	T
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0

0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

طبق جدول ۳۲ ردیف دارای ارزش درست است.

۲.۸ الف $((A \wedge B) \vee (B \wedge C))$

جدول درستی را به صورت زیر رسم می‌کنیم.

A	B	C	$A \wedge B$	$B \wedge C$	$((A \wedge B) \vee (B \wedge C))$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

طبق جدول ۳ ردیف دارای ارزش درست است.

۳.۸ الف $(A \iff B \iff C)$

A	B	C	$A \iff B$	$(A \iff B) \iff C$
0	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	0	0	1
1	1	0	1	0
0	0	1	1	1
1	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	1	1	1	1

طبق جدول ۴ ردیف دارای ارزش درست است.