



مسئله ۱. (۱۰ نمره)

الگوریتم پرسپترون را در نظر بگیرید. فرض کنید $\forall t: \|x_t\|_2 = 1$ است و همچنین

$$\exists u \in \mathbb{R}^N, \|u\|_2 = 1, \quad \forall t \quad y_t \langle u, x_t \rangle \geq \delta \quad \text{for some } \delta > 0$$

اثبات کنید تعداد خطاهای الگوریتم حداکثر $\frac{1}{\delta^2}$ است.

مسئله ۲. (۱۰ نمره)

فرض کنید $g(\cdot)$ خروجی الگوریتم Adaboost باشد. با فرض تعریف خطای تجربی به صورت

$$\text{err}(g) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbb{1}\{g(x_i) \neq y_i\}$$

اثبات کنید

$$\text{err}(g) \leq \prod_{t=1}^T Z_t$$

(راهنمایی: $\mathbb{1}(x \leq 0) \leq e^{-x}$ برقرار است. همچنین ابتدا اثبات کنید $D_{T+1}(i) = \frac{\exp(-y_i g_T(x_i))}{m \prod_{t=1}^T Z_t}$)

(شبکه الگوریتم‌های Adaboost و Perceptron در صفحه‌ی آینده آمده‌اند.)

```

ADABOOST( $S = ((x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m))$ )
1  for  $i \leftarrow 1$  to  $m$  do
2       $\mathcal{D}_1(i) \leftarrow \frac{1}{m}$ 
3  for  $t \leftarrow 1$  to  $T$  do
4       $h_t \leftarrow$  base classifier in  $\mathcal{H}$  with small error  $\epsilon_t = \mathbb{P}_{i \sim \mathcal{D}_t} [h_t(x_i) \neq y_i]$ 
5       $\alpha_t \leftarrow \frac{1}{2} \log \frac{1-\epsilon_t}{\epsilon_t}$ 
6       $Z_t \leftarrow 2[\epsilon_t(1-\epsilon_t)]^{\frac{1}{2}}$   $\triangleright$  normalization factor
7      for  $i \leftarrow 1$  to  $m$  do
8           $\mathcal{D}_{t+1}(i) \leftarrow \frac{\mathcal{D}_t(i) \exp(-\alpha_t y_i h_t(x_i))}{Z_t}$ 
9   $f \leftarrow \sum_{t=1}^T \alpha_t h_t$ 
10 return  $f$ 

```

شکل ۱: Adaboost Algorithm

```

PERCEPTRON( $\mathbf{w}_0$ )
1   $\mathbf{w}_1 \leftarrow \mathbf{w}_0$   $\triangleright$  typically  $\mathbf{w}_0 = \mathbf{0}$ 
2  for  $t \leftarrow 1$  to  $T$  do
3      RECEIVE( $\mathbf{x}_t$ )
4       $\hat{y}_t \leftarrow \text{sgn}(\mathbf{w}_t \cdot \mathbf{x}_t)$ 
5      RECEIVE( $y_t$ )
6      if ( $\hat{y}_t \neq y_t$ ) then
7           $\mathbf{w}_{t+1} \leftarrow \mathbf{w}_t + y_t \mathbf{x}_t$   $\triangleright$  more generally  $\eta y_t \mathbf{x}_t, \eta > 0$ .
8      else  $\mathbf{w}_{t+1} \leftarrow \mathbf{w}_t$ 
9  return  $\mathbf{w}_{T+1}$ 

```

شکل ۲: Perceptron Algorithm

موفق باشید (:)