

شبیه‌سازی دینامیک، تعیین و کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از کواترنیون

چکیده

بحث تعیین و کنترل وضعیت ماهواره از دیرباز مورد توجه محققان و دانشمندان عرصه هوافضا بوده است. به همین جهت، در این پژوهش مطالعه‌ای بر روی سیستم تعیین و کنترل وضعیت فضاپیما شده است. در این مقاله، نرم‌افزاری برای مدل‌سازی دینامیک وضعیت، تعیین وضعیت و کنترل وضعیت یک فضاپیما با توصیف کواترنیونی تشریح و ارائه شده است. عملکرد صحیح الگوریتم‌ها در آخر مورد بررسی و تحقیق قرار گرفته است. تعیین وضعیت با استفاده از روش q و با اندازه‌گیری بردارهای خورشید و مغناطیس در دستگاه بدنی و محاسبه بردارهای خورشید و مغناطیس در دستگاه مرجع پیاده‌سازی شده است. کنترلر PD مورد استفاده نیز، با روش خطای کواترنیون پیاده‌سازی شده است. وضعیت مطلوب، به صورت یه بردار شامل زوایای اوپلر در بلوک هدایت تعبیه شده است. اغتشاش گرادیان جاذبه نیز به دلیل اثرگذاری بالای آن در مدارهای پایین (LEO) در شبیه‌سازی قرار داده شده است.

واژگان کلیدی

دینامیک وضعیت فضاپیما، کنترل وضعیت فضاپیما، تعیین وضعیت فضاپیما، شبیه‌سازی ماهواره، کواترنیون، روش q .

۱- مقدمه

زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت فضاپیما نقش مهمی در راستای موفقیت فضاپیما در مأموریت خود ایفا می‌کند. [۱] این زیرسیستم، جهت یک فضاپیما را نسبت به یک دستگاه مرجع (مثلاً دستگاه مرجع مداری) در فضای سه بعدی معین کرده، و سپس آن را به سمتی مطلوب کنترل می‌کند. حسگرها، عملگرها، آیونیک، الگوریتم‌ها، نرم افزار و تجهیزات ایستگاه زمینی اجزایی هستند که در این راستا در طول مأموریت فضاپیما مورد استفاده قرار می‌گیرند.

تعیین وضعیت، پردازشی است که طی آن اندازه‌گیری‌های سنسورهای مختلف به همراه اطلاعاتی که از دینامیک فضاپیما در دسترس است، مورد استفاده قرار می‌گیرد، تا مقادیری واحد و دقیق برای وضعیت فضاپیما نسبت به زمان محاسبه شود.

در کنترل وضعیت، با تلفیق داده‌های تخمین زده شده از تعیین وضعیت، و پاسخ فضاپیما به دینامیک وضعیت، گشتاوری متناسب برای دستیابی به وضعیت مطلوب را محاسبه می‌شود. این گشتاور سپس، توسط عملگرهای مختلفی بر روی فضاپیما اعمال می‌گردد. [۲]

زوایا اوپلر و کواترنیون‌ها دو مورد از محبوبترین مدل‌های مورد استفاده در توصیف وضعیت فضاپیما هستند. با وجود بهینه بودن روش زوایای اوپلر برای کنترل مدل خطی‌سازی شده فضاپیما، برخی محدودیت‌های این مدل باعث ترجیح مدل مبتنی بر کواترنیون می‌شود؛ این محدودیت‌ها عبارتند از:

۱. طراحی‌هایی که بر اساس مدل خطی فضاپیما صورت می‌گیرد، ممکن است نتواند که فضاپیما، که در واقعیت دینامیکی غیرخطی دارد، به صورت سراسری کنترل کند. در واقع، اگر وضعیت فضاپیما در نقطه‌ای باشد که با نقطه خطی شده بسیار فاصله داشته باشد، طراحی ممکن است به درستی عمل نکند.

۲. این مدل وابسته به ترتیب دوران فضاپیماست، و این موضوع می‌تواند در صورت رعایت نکردن این ترتیب در قسمت‌های مختلف پروژه باعث ایجاد خطای انسانی شود.

۳. در تمامی ترتیب‌های دوران، نقطه‌ای تکین وجود دارد که مدل در آن نقطه قابل اعمال‌سازی نیست.

بر این ایرادات می‌توان با استفاده از مدل‌های مبتنی بر کواترنیون‌ها مرتفع شد. [۱] به همین منظور در این پژوهش، پیاده‌سازی الگوریتم‌های تعیین وضعیت به روش q و کنترل وضعیت با روش خطای کواترنیون مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- دینامیک وضعیت و مدل‌سازی معادلات حرکت ماهواره

برای شبیه‌سازی حرکت وضعیت ماهواره حول مرکز ثقل، ابتدا باید شش پارامتر کلاسیک مداری، شامل نیم قطر بزرگ (a)، گریز از مرکز (e)، انحراف مداری (i)، میل گره صعودی (Ω)، آرگومان حضیض (ω) و آنومالی متوسط (M) را با الگوریتمی به سرعت و موقعیت مداری نسبت به دستگاه اینرسی تبدیل کرد. سپس، به کمک این مقادیر، سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع ($\omega_{BR} = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k}$) قابل محاسبه است. ω_{BR} از این نظر حائز اهمیت است که بر اساس آن می‌توان کواترنیون‌های یک جسم دورانی را نسبت به هر دستگاه مرجعی محاسبه کرد. این روند در بخش‌های بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله، مختصات مرجع مداری به صورت زیر تعریف می‌شود:

مرکز مختصات منطبق بر مرکز جرم فضاپیماست و همراه فضاپیما در مدار حرکت می‌کند. محور Z_R در جهت مرکز جرم زمین است. X_R در صفحه مدار، عمود بر Z_R و در جهت بردار سرعت ماهواره است. محور Y_R عمود بر صفحه محلی مدار است و از قانون دست راست تبعیت می‌کند. بنابراین بردار ω_{RI} نیز بردار سرعت زاویه‌ای این مختصات نسبت به دستگاه اینرسی تعریف می‌شود.

۲-۱- مکانیک مدار

از آن جایی که یک مدار کپلری را می‌توان داخل یک صفحه در نظر گرفت، می‌توانیم دستگاه مختصات $perifocal$ را به صورتی تعریف کرد که محور x در راستای حضیض، محور y در جهتی که ماهواره دارای آنومالی حقیقی ۹۰ درجه باشد، و راستای y آن طبق قانون دست راست، عمود بر صفحه مدار باشد؛ سپس داریم:

$$x_p = a \cos(\psi) - ae \quad (1)$$

$$y_p = a \sin(\psi) \sqrt{1 - e^2}$$

$$z_p = 0$$

که ψ معادل آنومالی خروج از مرکزی است و با استفاده از روش عددی از روی آنومالی متوسط محاسبه می‌شود.

سرعت مداری در این دستگاه نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_p = \frac{a^2}{n} [-\sin(\psi) \mathbf{P} + \sqrt{1 - e^2} \cos(\psi) \mathbf{Q} + 0\mathbf{W}] \quad (2)$$

ماتریس تبدیل دستگاه اینرسی به دستگاه perifocal به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \\ \mathbf{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & \sin(\omega) & 0 \\ -\sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

در نتیجه، با ضرب ترانزفاده ماتریس حاصل از معادله (3) در مقادیر موقعیت و سرعت در دستگاه perifocal، مقادیر موقعیت (\mathbf{r}_i) و سرعت (\mathbf{v}_i) در دستگاه اینرسی حاصل می‌شود. [3]

۲-۲- دینامیک وضعیت

اگر ماتریس $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}$ ماتریس اینرسی فضاپیما، و بردار سرعت زاویه‌ای بدنی نسبت به مختصات اینرسی فضاپیما باشد، و \mathbf{t}_d مجموع گشتاورهای اغتشاشی و \mathbf{u} گشتاور کنترلی باشد، برای فضاپیما داریم: [1]

$$\mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{BI} = -\boldsymbol{\omega}_{BI} \times (\mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_I) + \mathbf{t}_d + \mathbf{u} \quad (4)$$

۲-۳- سینماتیک وضعیت

با داشتن مقادیر \mathbf{r}_i و \mathbf{v}_i برای مدار بیضی‌شکل داریم، برای بدست آوردن نرخ بدنه فضاپیما نسبت به اینرسی $\boldsymbol{\omega}_{RI} = \omega_1 \mathbf{X}_R + \omega_2 \mathbf{Y}_R + \omega_3 \mathbf{Z}_R$ داریم:

$$\omega_1 = \omega_3 = 0 \quad (5)$$

$$\omega_2 = -\frac{1}{r^2 |\mathbf{v} \times \mathbf{r}|} \mathbf{v} \cdot [(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{r} - (r^2 \mathbf{v})]$$

همچنین رابطه زیر نیز برقرار است:

$$\boldsymbol{\omega}_{BI} = \boldsymbol{\omega}_{BR} + \boldsymbol{\omega}_{RI}^B \quad (6)$$

مقدار $\boldsymbol{\omega}_{BI}$ با انتگرال‌گیری از رابطه (4) و ضرب ماتریس دوران اینرسی به بدنه در مقدار حاصل از رابطه (5)، مقدار $\boldsymbol{\omega}_{RI}^B$ بدست می‌آید. در نتیجه، طبق رابطه (6)، مقدار $\boldsymbol{\omega}_{BR}$ بدست می‌آید. [3]

اگر بردار $\mathbf{q} = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$ کوآرنیونی برای توصیف وضعیت دستگاه بدنه نسبت به دستگاه مرجع باشد، معادله غیرخطی سینماتیک وضعیت فضاپیما به شرح زیر است:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

با انتگرال گیری از رابطه (۷)، کواتر نیون وضعیت ماهواره در لحظات بعدی قابل محاسبه است. [۱]

۳- کنترل وضعیت با استفاده از خطای کواتر نیون

فرض شود که وضعیت فضاپیما را با استفاده از ماتریس کسینوس هادی A نسبت به دستگاه مرجع مداری توصیف کنیم. اگر $[A_S]$ کسینوس هادی وضعیت واقعی فضاپیما (یا تخمین دقیقی از آن) و $[A_T]$ کسینوس هادی وضعیت مطلوب فضاپیما باشد، ماتریس کسینوس هادی خطا به صورت زیر تعیین می شود:

$$[A_E] = [A_S][A_T]^T \quad (۸)$$

مقدار $[A_E]$ را می توان به این صورت تعریف کرد، که اگر دو بردار وضعیت تخمینی و واقعی بر یکدیگر منطبق باشند، در نتیجه، این دو ماتریس بر یکدیگر منطبق شده و محورهای بدنی به وضعیت مطلوب در فضا رسیدند. در نتیجه، ماتریس خطا با ماتریس یکه برابر می شود و $[A_S] = [A_T]$.

با توصیف کواتر نیونی، معادله (۸) نتیجه می دهد:

$$q_S^{-1} q_T = q_E = \begin{bmatrix} q_{T_0} & q_{T_3} & -q_{T_2} & q_{T_1} \\ -q_{T_3} & q_{T_0} & q_{T_1} & q_{T_2} \\ q_{T_2} & -q_{T_1} & q_{T_0} & q_{T_3} \\ -q_{T_1} & -q_{T_2} & -q_{T_3} & q_{T_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -q_{S_1} \\ -q_{S_2} \\ -q_{S_3} \\ q_{S_0} \end{bmatrix} \quad (۹)$$

طبق روش کنترل PD مقدار گشتاورهای کنترلی از معادله (۱۰) محاسبه می شود:

$$u_x = 2K_x q_{E_1} q_{E_4} + K_{xd} p \quad (۱۰)$$

$$u_y = 2K_y q_{E_2} q_{E_4} + K_{yd} p$$

$$u_z = 2K_z q_{E_3} q_{E_4} + K_{zd} p$$

مقدارهای $K_x, K_y, K_z, K_{xd}, K_{yd}, K_{zd}$ بهره های کنترلی هستند که روش های مختلفی برای تعیین و بهبود عملکرد آنها وجود دارد. این مقادیر برای کنترلر طراحی شده در جدول (۱) آورده شده است:

جدول ۱- بهره های کنترلی وضعیت.

ضریب	مقدار
K_x	1000
K_y	2000
K_z	500
K_{xd}	-1000
K_{yd}	-700
K_{zd}	-1400

توجه شود که زمانی که مقادیرهای p ، q و r توسط حسگر ژایرو نرخی اندازه‌گیری نمی‌شود، می‌توان با مشتق‌گیری از کوآترنیون‌ها و معادله (۱۱) این مقادیر را حساب کرد: [۳]

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} q_{S_0} & q_{S_3} & -q_{S_2} & -q_{S_1} \\ -q_{S_3} & q_{S_0} & q_{S_1} & -q_{S_2} \\ q_{S_2} & -q_{S_1} & q_{S_0} & -q_{S_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{S_1} \\ \dot{q}_{S_2} \\ \dot{q}_{S_3} \\ \dot{q}_{S_0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

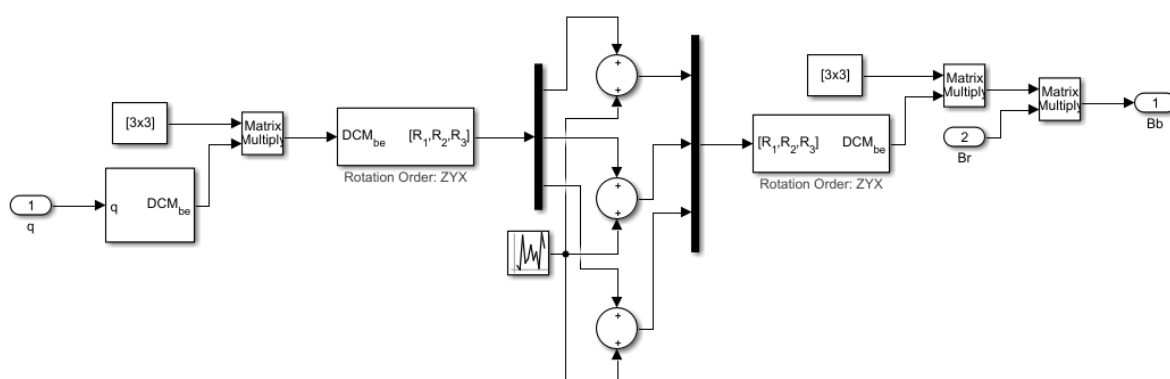
۴- تعیین وضعیت با روش q

برای تعیین وضعیت فضاپیما، در روش **TRIAD**، به دو بردار اندازه‌گیری شده نیاز است، این دو بردار برای دقت‌های پایین‌تر معمولاً از حسگر مغناطیسی و حسگر خورشید بدست می‌آید. این بردارها را نرمال می‌کنند، زیرا اندازه بردار اطلاعاتی درباره وضعیت فضاپیما نمی‌دهد. با توجه به قید یک بودن بردارها، هر کدام از بردارها دارای دو پارامتر مستقل هستند. در ماتریس وضعیت، با داشتن سه پارامتر می‌توان ماتریس را محاسبه کرد. در نتیجه این دو بردار وضعیت را فرامعین کرده‌اند.

اطلاعات این دو بردار را از دستگاه حسگر به دستگاه بدنی فضاپیما منتقل می‌کنند، و با تلفیق این اطلاعات و تخمین بردار مغناطیسی و بردار جهت خورشید در دستگاه اینرسی از طریق مدل‌های کامپیوتری، وضعیت فضاپیما را تعیین می‌کنند.

۴-۱- بلوک حسگرها

از حسگر خورشید و حسگر مغناطیس در این مقاله استفاده شده است. در داخل بلوک حسگر، وضعیت فضاپیما به دستگاه حسگر منتقل شده، و نویز با دامنه مشخصی (برای حسگر خورشید تا ۰.۰۰۵ درجه خطا، و برای حسگر مغناطیس تا ۰.۵ درجه خطا) به صورت رندوم بر روی مقدار خروجی آن اعمال شده است. تصویر این بلوک در شکل (۱) ملاحظه می‌شود. [۴]



شکل ۱- شماتیک بلوک حسگر.

همچنین برای محاسبه بردار خورشید در دستگاه اینرسی، ابتدا تاریخ را به تاریخ جولی تبدیل می‌کنیم.

$$JD = 365 Year - INT \left\{ \frac{7 \left[Year + INT \left(\frac{Month + 9}{12} \right) \right]}{4} \right\} + INT \left(\frac{275 Month}{9} + Day \right) \\ + 1721013.5 + \frac{Hour}{24} + \frac{Minute}{1440} + \frac{Seconds}{86400} \quad (12)$$

سپس، مقدار قرن جولی را نسبت به J2000 محاسبه می‌کنیم.

$$T_{UT} = \frac{JD - 2451545.0}{36525} \quad (13)$$

طول جغرافیایی متوسط خورشید محاسبه می‌شود:

$$\lambda_M = 280.4606184^\circ + 36000.7700531 T_{UT} \quad (14)$$

آنومالی متوسط خورشید طبق رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$M = 357.5277233^\circ + 35999.05034 T_{UT} \quad (15)$$

عرض جغرافیایی اقلیتیک به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\lambda_{ecliptic} = \lambda_M + 1.914666471^\circ \sin(M) + 0.019994643 \sin(2M) \quad (16)$$

میل اقلیتیک به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\epsilon = 23.439291^\circ - 0.0130042 T_{UT} \quad (17)$$

مقدار فاصله زمین تا خورشید نیز از رابطه (۱۸) حاصل می‌شود:

$$r = 1.000140612 - 0.016708617 \cos(M) - 0.000139589 \cos(2M) \quad (18)$$

در نهایت، بردار خورشید در دستگاه اینرسی از رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود: [۵]

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r \cos(\lambda_{ecliptic}) \\ r \cos(\epsilon) \sin(\lambda_{ecliptic}) \\ r \sin(\epsilon) \sin(\lambda_{ecliptic}) \end{bmatrix} AU \quad (19)$$

برای محاسبه بردار مغناطیس در دستگاه اینرسی از مدل WMM2015 که بلوک آماده آن در سیمولینک موجود است و دقت بالایی دارد، استفاده شده است.

این بردارها را با ماتریس دوران اینرسی به مرجع، در دستگاه مرجع بدست آورده تا در تعریف TRIAD از آن استفاده شود.

۲-۴- الگوریتم q برای تعیین وضعیت ماهواره

همانطور که گفته شد، برای چهار بردار مغناطیس در دستگاه مرجع و بدنه، و خورشید در دستگاه مرجع و بدنه می‌توان یک دستگاه سه تایی (TRIAD) تعریف کرد. بردارهای دستگاه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$t_1^r = \frac{s^r}{|s^r|} \quad (20)$$

$$t_2^r = \frac{s^r \times b^r}{|s^r \times b^r|} \quad (21)$$

$$t_3^r = t_1^r \times t_2^r \quad (22)$$

$$t_1^b = \frac{s^b}{|s^b|} \quad (23)$$

$$t_2^b = \frac{s^b \times b^b}{|s^b \times b^b|} \quad (24)$$

$$t_3^b = t_1^b \times t_2^b \quad (25)$$

در تشکیل TRIAD، هدف پیدا کردن ماتریس دوران بدنه به مرجع می‌باشد. در نتیجه، میتوان آن را به صورت مسئله واهبا تعریف کرد که هدف کمینه کردن تابع زیان زیر است. a_j ها وزن‌هایی هستند که برای حسگرهای دقیق‌تر می‌توان وزن بیشتری در محاسبات قائل شد.

$$L(A) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N a_j \|t_j^r - A t_j^b\|^2 \quad (26)$$

حل این مسئله با روش q میسر است. در این روش، ابتدا ماتریس پروفیل وضعیت (B) را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \sum_{j=1}^N a_j t_j^r t_j^{bT} \quad (27)$$

ماتریس K به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K = \begin{bmatrix} B + B^T - \text{trace}(B)I_3 & z \\ z^T & \text{trace}(B) \end{bmatrix} \quad (28)$$

که z برابر است با:

$$z = \begin{bmatrix} B_{23} - B_{32} \\ B_{31} - B_{13} \\ B_{12} - B_{21} \end{bmatrix} \quad (28)$$

روش q بیان می‌کند که بردار ویژه‌های متناظر با بزرگترین مقدار ویژه ماتریس K برابر با کواترنيون‌هاییست که تابع زیان را بهینه می‌کند. در نتیجه، با محاسبه این بردار ویژه، وضعیت تخمین زده می‌شود. [۶]

۵- نتایج

بلوک‌های مکانیک مدار، دینامیک و سینماتیک وضعیت، کنترلر، تعیین وضعیت و حسگرهای مغناطیس و خورشید در نرم‌افزار سیمولینک پیاده‌سازی شده‌اند. پیاده‌سازی صحیح دینامیک ماهواره با مسئله مشابهی در [۳] صحت‌سنجی شده است. در جدول (۲) ویژگی مدار شبیه‌سازی شده، و در جدول (۳) مقادیر اولیه انتگرال‌گیری آورده شده است. در جدول (۴) ماتریس اینرسی ماهواره قرار داده شده است.

جدول ۱- پارامترهای مداری.

پارامتر	واحد	مقدار
a	Km	7178.15
i	$^{\circ}$	75
ω	$^{\circ}$	0
Ω	$^{\circ}$	0
e	$^{\circ}$	0

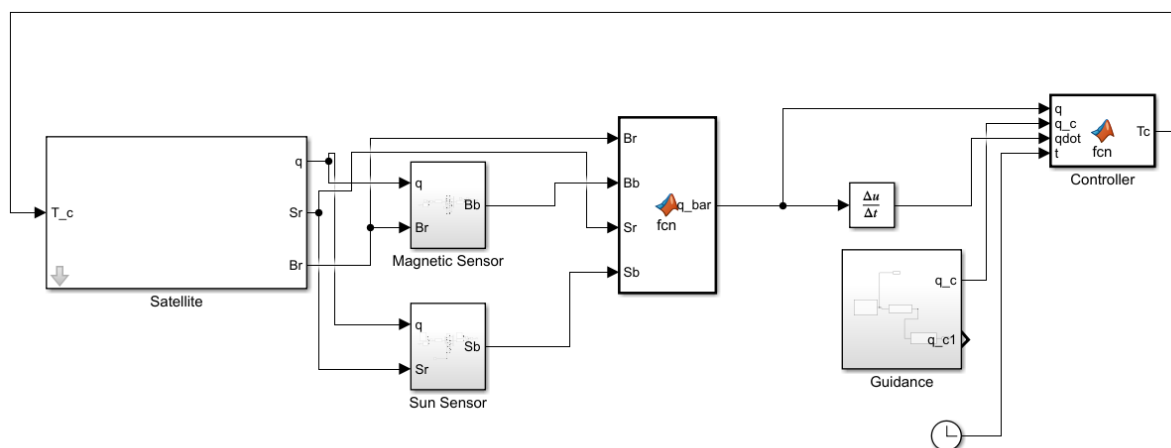
جدول ۳- مقادیر اولیه زوایای اوپلر و سرعت زاویه‌ای.

پارامتر	مقدار ($^{\circ}$)
ϕ_0	0
ψ_0	0
θ_0	0
p_0	0
q_0	0
r_0	0

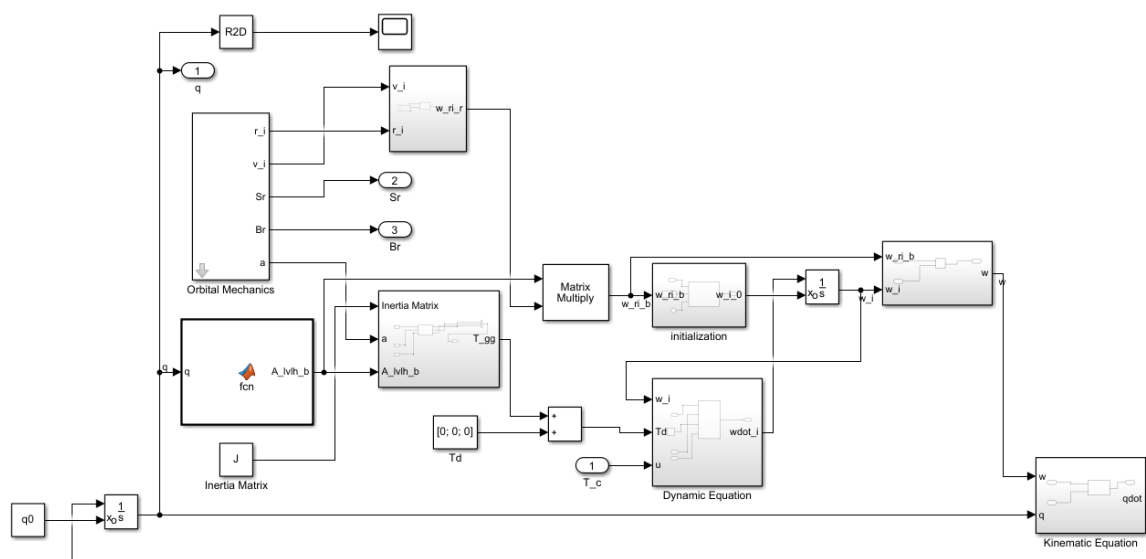
جدول ۴- ماتریس اینرسی فضاپیما.

پارامتر	مقدار
I_x	1000
I_y	500
I_z	700

در شکل (۲) ساختار کلی تمام بلوک‌های تشکیل دهنده مسئله، و در شکل (۳) ساختار بلوک ماهواره مشاهده می‌شود.



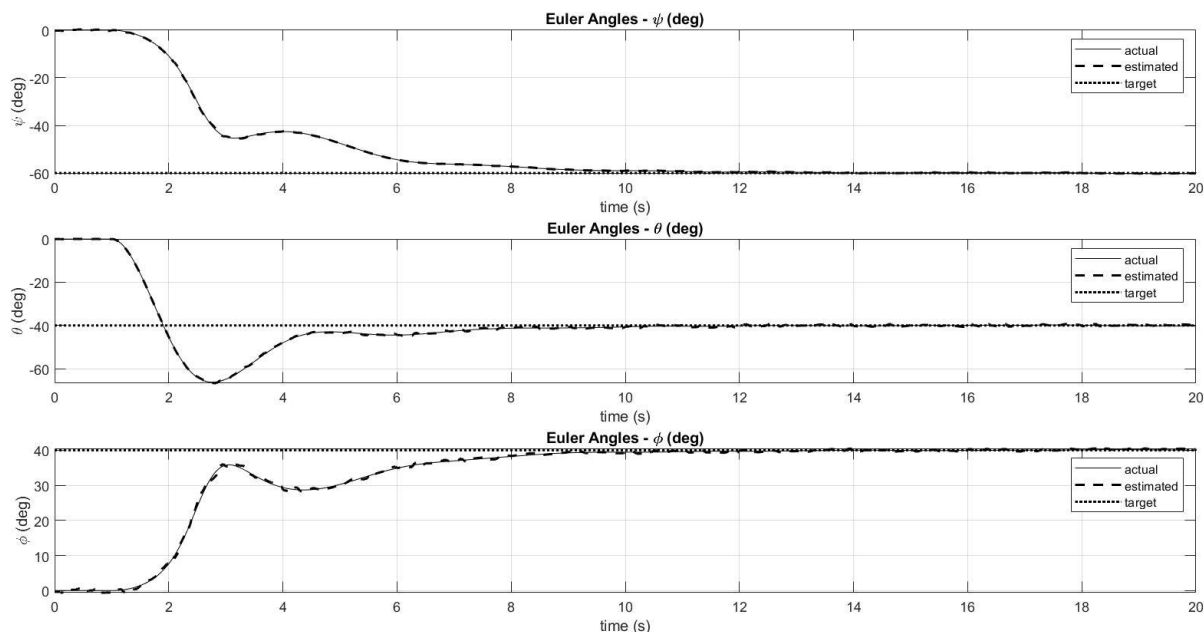
شکل ۲- شماتیک شبیه‌سازی دینامیک، تعیین و کنترل وضعیت ماهواره.



شکل ۳- شماتیک شبیه‌سازی دینامیک و سینماتیک وضعیت ماهواره.

اغتشاش گرادیان جاذبه به دلیل اثرگذاری بالای آن در داخل بلوک ماهواره تعبیه شده است، و از باقی اغتشاشات مداری صرف نظر شده است.

از آن جایی که توصیف زوایای اوپلر برای درک نتایج قابل لمس‌تر است، سه خروجی کواترنیون وضعیت واقعی، وضعیت تخمین زده شده و وضعیت مطلوب به زوایای اوپلر تبدیل شده‌اند و در شکل (۴) قابل مشاهده است.



شکل ۳- زوایای اوایلر واقعی، تخمینی و هدف.

۶- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

شبیه‌سازی دینامیک، تعیین و کنترل وضعیت فضایی مطابق روند و روش‌های معرفی شده در نرم‌افزار سیمولینک انجام شد. در شکل (۳)، با مقایسه مقدار وضعیت واقعی و تخمینی، می‌توان ملاحظه کرد که الگوریتم تعیین وضعیت به خوبی وضعیت را در هر لحظه تخمین زده است. همچنین، با مقایسه وضعیت هدف و وضعیت واقعی ملاحظه می‌شود که پس از ۱۰ ثانیه، مانور وضعیت صورت گرفته و وضعیت واقعی به وضعیت مطلوب همگرا شده است. در نتیجه، عملکرد صحیح و مناسب نرم‌افزار تهیه شده، تایید می‌شود.

مراجع

- [1] Yang, Y., 2019. *Spacecraft Modeling, Attitude Determination and Control Quaternion-based Approach*. Taylor & Francis Group, Boca Raton.
- [2] Wertz, J. R., Everett, D. F., Puschell, J. J., 2011. *Space Mission Engineering: The New SMAD*. Microcosm Press, Hawthorne.
- [3] Sidi, M. J., 1997. *Spacecraft Dynamics and Control A Practical Engineering Approach*. Cambridge University Press, United States of America.
- [4] Esmaelzadeh, R., 2019. Lectures on Spacecraft Dynamics and Control. On the WWW, at https://www.researchgate.net/publication/292606900_Lectures_on_Spacecraft_Dynamics_Control_20190202_In_Persian, February. PDF file.
- [5] Vallado, D. A., 1997. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*,. Donnelly & Sons Publisher, United States of America.
- [6] Markley, F. L., Crassidis, J. L., 2014. *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. Springer, New York.