PROBLEMAS

Problemas da Seção 3.1: revisão da transformada de Laplace

3.1 Mostre que, em uma expansão em frações parciais, polos complexos conjugados têm coeficientes que também são complexos conjugados. (O resultado dessa relação é que, sempre quando pares de polos complexos conjugados estão presentes, apenas um dos coeficientes deve ser computado.)

3.2 Encontre a transformada de Laplace das seguintes funções:

(a) $f(t) = 1 + 2t$

(b) $f(t) = 3 + 7t + t^2 + \delta(t)$

(c) $f(t) = e^{-t} + 2e^{-2t} + te^{-3t}$

(d) $f(t) = (t + 1)^2$

(e) $f(t) = \text{senh}\, t$

3.3 Encontre a transformada de Laplace das seguintes funções:

(a) $f(t) = 3\cos 6t$

(b) $f(t) = \text{sen}\, 2t + 2\cos 2t + e^{-t}\,\text{sen}\, 2t$

(c) $f(t) = t^2 + e^{-2t}\,\text{sen}\, 3t$

3.4 Encontre a transformada de Laplace das seguintes funções:

(a) $f(t) = t\,\text{sen}\, t$

(b) $f(t) = t\cos 3t$

(c) $f(t) = te^{-t} + 2t\cos t$

(d) $f(t) = t\,\text{sen}\, 3t - 2t\cos t$

(e) $f(t) = 1(t) + 2t\cos 2t$

3.5 Encontre a transformada de Laplace das seguintes funções (* denota convolução):

(a) $f(t) = \text{sen}\, t\,\text{sen}\, 3t$

(b) $f(t) = \text{sen}^2\, t + 3\cos^2 t$

(c) $f(t) = (\text{sen}\, t)/t$

(d) $f(t) = \text{sen}\, t * \text{sen}\, t$

(e) $f(t) = \int_0^t \cos(t-\tau)\,\text{sen}\,\tau\, d\tau$

3.6 Dado que a transformada de Laplace de $f(t)$ é $F(s)$, encontre a transformada de Laplace das funções:

(a) $g(t) = f(t)\cos t$

(b) $g(t) = \int_0^t \int_0^{t_1} f(\tau)\, d\tau\, dt_1$

3.7 Encontre a função no domínio do tempo que corresponde a cada uma das seguintes transformadas de Laplace, utiliza expansão em frações parciais:

(a) $F(s) = \frac{2}{s(s+2)}$

(b) $F(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$

(c) $F(s) = \frac{3s+2}{s^2+4s+20}$

(d) $F(s) = \frac{3s^2+9s+12}{(s+2)(s^2+5s+11)}$

(e) $F(s) = \frac{1}{s^2+4}$

(f) $F(s) = \frac{2(s+2)}{(s+1)(s^2+4)}$

(g) $F(s) = \frac{s+1}{s^2}$

(h) $F(s) = \frac{1}{s^6}$

(i) $F(s) = \frac{4}{s^4+4}$

(j) $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2}$

3.8 Encontre a função no domínio do tempo que corresponde a cada uma das seguintes transformadas de Laplace:

(a) $F(s) = \frac{1}{s(s+2)^2}$

(b) $F(s) = \frac{2s^2+s+1}{s^3-1}$

(c) $F(s) = \frac{2(s^2+s+1)}{s(s+1)^2}$

(d) $F(s) = \frac{s^3+2s+4}{s^4-16}$

(e) $F(s) = \frac{2(s+2)(s+5)^2}{(s+1)(s^2+4)^2}$

(f) $F(s) = \frac{(s^2-1)}{(s^2+1)^2}$

(g) $F(s) = \tan^{-1}(\frac{1}{s})$

3.9 Resolva as seguintes EDOs usando a transformada de Laplace:

(a) $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + 3y(t) = 0$; $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$

(b) $\ddot{y}(t) - 2\dot{y}(t) + 4y(t) = 0$; $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$

(c) $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = \operatorname{sen} t$; $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$

(d) $\ddot{y}(t) + 3y(t) = \operatorname{sen} t$; $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$

(e) $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = e^t$; $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 2$

(f) $\ddot{y}(t) + y(t) = t$; $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = -1$

3.10 Usando a integral de convolução, encontre a resposta ao degrau do sistema cuja resposta ao impulso é dada abaixo e mostrada na Fig. 3.47:

$$h(t) = \begin{cases} te^{-t} & t \geq 0, \\ 0 & t < 0. \end{cases}$$

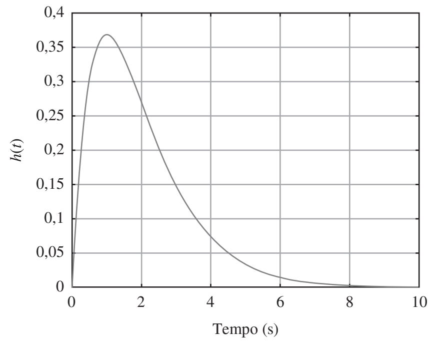
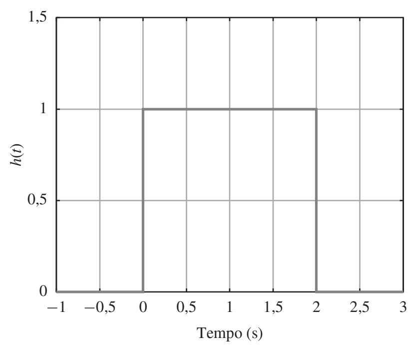


Figura 3.47 Resposta ao impulso para o Problema 3.10.

3.11 Usando a integral de convolução, encontre a resposta do degrau do sistema cuja resposta ao impulso é dada abaixo e mostrada na Fig. 3.48:

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 2, \\ 0, & t < 0 \text{ e } t > 2. \end{cases}$$

Figura: 3.48 Resposta ao impulso para o Problema 3.11.



3.12 Considere o sistema de segunda ordem padrão

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}.$$