Частные производные первого порядка

Примеры.

Найти частные производные первого порядка функции 2-х переменных, заданной в явном виде:

1. Z = $ln\ (3x^2 - 2y)$

$Z'_x = {}^{6x}\!/_{(3x^2 - 2y)}$; $Z'_y = {}^{-2}\!/_{(3x^2 - 2y)}$.

2. Z = $\arcsin\ (4x + y)$

$Z'_x = {}^{4}\!/_{\sqrt{1-(4x+y)^2}}$; $Z'_y = {}^{1}\!/_{\sqrt{1-(4x+y)^2}}$/

3. Z=$\sqrt{9 - x^2 - y^2}$

$Z'_x = {}^{-x}\!/_{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$; $Z'_y = {}^{-y}\!/_{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$

4. Z =ln (5x − 3y)

$Z'_x = {}^{5}\!/_{(5x - 3y)}$; $Z'_y = {}^{-3}\!/_{(5x - 3y)}$

5. Z = $\arccos\ (x + 3y)$

$Z'_x = {}^{-1}\!/_{\sqrt{1-(x+3y)^2}}$; $Z'_y = -\ {}^{3}\!/_{\sqrt{1-(x+3y)^2)}}$

6. Z = $ln\ (5x^2 - 2y)$

$Z'_x = {}^{10x}\!/_{(5x^2 - 3y)}$; $Z'_y = {}^{-3}\!/_{(5x^2 - 3y)}$.

7. Z = $\arcsin\ (4x + y)$

$Z'_x = {}^{4}\!/_{\sqrt{1-(4x+y)^2}}$; $Z'_y = {}^{1}\!/_{\sqrt{1-(4x+y)^2}}$/

8. Z=$\sqrt{9 - x^2 - y^2}$

$Z'_x = {-x}/{\sqrt{9-x^2-y^2}}$; $Z'_y = {-y}/{\sqrt{9-x^2-y^2}}$

9. Z =ln (5x − 3y)

$Z'_x = 5/(5x-3y)$; $Z'_y = -3/(5x-3y)$

10. Z $=(x-5y)^{-3}$

$Z'_x = -3/(x-5y)^4$; $Z'_y = 15/(x-5y)^4$

Примеры для самостоятельной работы:

Вычислить частные производные первого порядка функции двух переменных Z'_x и Z'_y:

1. Z = $ln\ (x^3+7y)$ **2.** Z = $\arcsin\,(8x-y)$ **3.** Z = $\frac{9}{\sqrt{2x^2-5y+y^2}}$ **4.** Z=$\sqrt{11-x^3+y^5}$ **5.** Z = $\frac{17}{\sqrt{2+4x^2-y^3}}$	***6.*** Z = ln ($3/(x-y)$) **7.** Z = $\arccos\,(4x-3y)$ **8.** Z = $\frac{-5}{\sqrt{6x^2+3x-y^3}}$ **9.** Z = $\frac{x+y}{\sqrt{x-y}}$ **10.** Z = $\frac{x}{\sqrt{x+y}}$

Частные производные первого порядка неявно заданной функции

Если функция двух независимых переменных $z = z(x,y)$ задана неявно в виде F(x,y,z) = 0 и выполнены условия теоремы существования (функция непрерывна на всей числовой оси и непрерывны ее частные производные) , то частные производные по переменным x и y будем вычислять по формулам:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F_z'};\quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F_z'};$$

Пример1. Найти частные производные функции z по переменным x и y :

$$3x^2-2y^3-7xy+z^2-2z+9=0$$

Решение. Дифференцируем функцию F(x,y,z) по переменной x:

$$F'_x(\mathrm{x,y,z}) = 6x - 7y$$

Дифференцируем функцию F(x,y,z) по переменной y:

$$F'_y(\mathrm{x,y,z}) = -6y^2 - 7x$$

Дифференцируем функцию F(x,y,z) по переменной z:

$$F'_z(\mathrm{x,y,z}) = 2\mathrm{z} - 2.$$

Получили частные производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{7y-6x}{2z-2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{6y^2+7x}{2z-2};$$

Примеры для самостоятельной работы:

Вычислить частные производные первого порядка функции двух переменных Z'_x и Z'_y, заданной неявно.

1. $x^3 - 3y^4 + 5xy + z^3 - 3z + 11 = 0$
2. $2x^2 - y^3 - e^{x+2y-z} + z^2 + 5z + 9 = 0$
3. $4x - 5y^3 + 9xy + z^2 - 2e^z - 12 = 0$
4. $\sin(4x - y^3) + \cos xy + z^2 - 1 = 0$
5. $e^{5x-y} + 9x + 3y + z^4 - 2e^{xz} - 15 = 0$