

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт информационных технологий и анализа данных

---

наименование института

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2  
по дисциплине:  
**ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ**

---

**«Двойственная задача линейного программирования»**

---

Выполнил	АСУб-20-2		Арбакова А.В.
	шифр группы	подпись	Фамилия И.О.
Проверил			Китаева О.И.
	должность	подпись	Фамилия И.О.

Иркутск 2022 г.

## 1. Постановка задачи.

**Цель работы:** Приобретение навыков построения математических моделей прямой и двойственной задач линейного программирования.

**Задание:** Построить математическую модель для задачи индивидуального варианта, построить модель для двойственной задачи, решить задачи и дать экономическую интерпретацию полученных результатов.

### Задача (вариант 2):

Для изготовления четырех видов продукции (A, B, C, D) используют три вида сырья. Ресурсы сырья, норма его расхода на единицу продукции и цена продукции заданы в соответствующей таблице. Определите план выпуска продукции из условия максимизации прибыли.

#### Задание 2

Сырье	Нормы расхода				Ресурсы
	A	B	C	D	
I	1	1	0,5	4	1500
II	2	3	3	0	2000
III	3	0	5	1	2000
Прибыль	7,5	3	4	12	

## 2. Математическая модель прямой задачи линейного программирования.

Обозначим переменные:

$x_1$  – количество единиц продукции сырья вида A

$x_2$  – количество единиц продукции сырья вида B

$x_3$  – количество единиц продукции сырья вида C

$x_4$  – количество единиц продукции сырья вида D

Запишем систему ограничений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 0,5 \times x_3 + 4 \times x_4 \leq 1500 \\ 2 \times x_1 + 3 \times x_2 + 3 \times x_3 \leq 2000 \\ 3 \times x_1 + 5 \times x_3 + x_4 \leq 2000 \end{cases}$$

Целевая функция:

$$F(X) = 7,5 \times x_1 + 3 \times x_2 + 4 \times x_3 + 12 \times x_4 \rightarrow \max$$

Переменные  $x_1, x_2, x_3, x_4$  могут принимать только неотрицательные значения:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Получаем систему:

$$F(X) = 7,5 \times x_1 + 3 \times x_2 + 4 \times x_3 + 12 \times x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 0,5 \times x_3 + 4 \times x_4 \leq 1500 \\ 2 \times x_1 + 3 \times x_2 + 3 \times x_3 \leq 2000 \\ 3 \times x_1 + 5 \times x_3 + x_4 \leq 2000 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0 \end{cases}$$

### 3. Математическая модель двойственной задачи линейного программирования.

Поскольку исходная задача была на максимум, тогда двойственная задача будет на минимум. Коэффициенты при переменных в целевой функции соответствуют правым частям ограничений, а число переменных равно числу ограничений исходной задачи и равно трем.

$$Z(Y) = 1500 \times y_1 + 2000 \times y_2 + 2000 \times y_3 \rightarrow \min$$

Получаем ограничения, транспонируя матрицу коэффициентов в ограничениях:

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 7,5 \\ y_1 + 3y_2 \geq 3 \\ 0,5y_1 + 3y_2 + 5y_3 \geq 4 \\ 4y_1 + y_3 \geq 12 \end{cases}$$

Двойственная задача имеет вид:

$$Z(Y) = 1500 \times y_1 + 2000 \times y_2 + 2000 \times y_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 7,5 \\ y_1 + 3y_2 \geq 3 \\ 0,5y_1 + 3y_2 + 5y_3 \geq 4 \\ 4y_1 + y_3 \geq 12 \end{cases}$$

### 4. Результаты решения прямой задачи с использованием симплекс-таблиц.

C	-		7,5	3	4	12	0	0	0	ai/A(н.ст.)
-	Bx	ai0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	р.ст.
0	X5	1500	1	1	0,5	4	1	0	0	375
0	X6	2000	2	3	3	0	0	1	0	#ДЕЛ/0!
0	X7	2000	3	0	5	1	0	0	1	2000
	D	0	-7,5	-3	-4	-12	0	0	0	
C	-		7,5	3	4	12	0	0	0	ai/A(н.ст.)
-	Bx	ai0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
12	X4	375	0,25	0,25	0,125	1	0,25	0	0	1500
0	X6	2000	2	3	3	0	0	1	0	1000
0	X7	1625	2,75	-0,25	4,875	0	-0,25	0	1	590,909
	D	4500	-4,5	0	-2,5	0	3	0	0	
C	-		7,5	3	4	12	0	0	0	ai/A(н.ст.)
-	Bx	ai0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
12	X4	227,273	0	0,27273	-0,3182	1	0,27273	0	-0,0909	833,333
0	X6	818,182	0	3,18182	-0,5455	0	0,18182	1	-0,7273	257,143
7,5	X1	590,909	1	-0,0909	1,77273	0	-0,0909	0	0,36364	-6500
	D	7159,09	0	-0,4091	5,47727	0	2,59091	0	1,63636	
C	-		7,5	3	4	12	0	0	0	
-	Bx	ai0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
12	X4	157,143	0	0	-0,2714	1	0,25714	-0,857	-0,0286	
3	X2	257,143	0	1	-0,1714	0	0,05714	0,31429	-0,2286	
7,5	X1	614,286	1	0	1,75714	0	-0,0857	0,02857	0,34286	
	D	7264,29	0	0	5,40714	0	2,61429	0,12857	1,54286	

Полученные результаты:

$$F(X) = 7264,29$$

$$x_1 = 614,286$$

$$x_2 = 257,143$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 157,143$$

## 5. Результаты решения задачи двойственной задачи с помощью Excel-таблиц.

	Y1	Y2	Y3			ЦФ	7264,286
	2,614286	0,128571	1,542857				
	1500	2000	2000				
	Затраты ресурсов						
	1	2	3	7,5	>=	7,5	
	1	3	0	3	>=	3	
	0,5	3	5	9,407143	>=	4	
	4	0	1	12	>=	12	

Полученные результаты:

$$F(X) = 7264,286$$

$$y_1 = 2,614286$$

$$y_2 = 0,128571$$

$$y_3 = 1,542857$$

## 6. Сравнение результатов решения прямой и двойственной задачи и их экономическая интерпретация.

Значения целевых функций прямой и двойственной задач совпадают.

Максимальная прибыль достигается при выпуске 614 единиц продукции вида А, 257 единиц продукции вида В и 157 единиц продукции D. Продукцию вида С выпускать не рекомендуется.

Цены на I, II и III ресурсы, при которых производство будет безубыточным равны соответственно 2,614, 0,129 и 1,543. Для получения прибыли рекомендуется закупать эти ресурсы по ценам ниже полученных.