Дифференциальные уравнения
Дифференциальные уравнения I-го порядка

Тип уравнения	Вид уравнения	Особенность уравнения	Метод решения
Уравнения с разделяющимися перемен-ными	$P_1(x)Q_1(y)dx+P_2(x)Q_2(y)dy=0$ $y' = f_1(x) \cdot f_2(y)$	Коэффициенты при dx и dy представляют собой произведения двух функций, одна из которых зависит от x, а другая только от y	$\int \frac{P_1(x)}{P_2(x)}dx + \int \frac{Q_2(y)}{Q_1(y)}dy = c$ $y' = \frac{dy}{dx}$
однородное	$P(x,y)dx+ Q(x, y)dy=0$ $y' = \varphi(\frac{y}{x})$	P(x,y) и Q(x, y) –однородные функции одного порядка	$\frac{y}{x} = u \quad y = u \cdot x$ $y' = u'x + u$ $dy = x \cdot du + u \cdot dx$
линейное	$y' + p(x) \cdot y = g(x)$	Искомая функция y и её производная y' входят в уравнение в первой степени, не перемножаясь между собой	$y = uv$ подстановка $y = (\int g(x) \cdot e^{\int p(x)dx}dx + c) \cdot e^{-\int p(x)dx}$
Бернулли	$y' + p(x) \cdot y = g(x) \cdot y^n$ $n \in R, \quad n \neq 0, n \neq 1$		$y = u \cdot v$

Уравнения, допускающие понижение порядка

Тип уравнения	Метод решения
$y^{(n)} = f(x)$	Порядок понижается путём последовательного интегрирования n раз
$y'' = f(x, y')$	$y' = t, \quad p = t(x), \quad y'' = t'$
$y'' = f(y, y')$	$y' = p, \quad p = p(y), \quad y'' = p \cdot p' = p \cdot \frac{dp}{dy}$

Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

$y'' + p \cdot y' + gy = 0$p и g – некоторые числа.

$k^2 + p \cdot k + g = 0$ - характеристическое уравнение

При решении характеристического уравнения возможны случаи

дискриминант	корни	Частное решение	Общее решение
D> 0	$k_1 \neq k_2$	$y_1 = e^{k_1(x)} \quad y_2 = e^{k_2(x)}$	$y = c_1 e^{k_1(x)} + c_2 e^{k_2(x)}$
D = 0	$k_1 = k_2$	$y_1 = e^{k_1(x)} \quad y_2 = xe^{k_2(x)}$	$y = (c_1 + c_2 x) \cdot e^{k_1(x)}$
D< 0	$k_1 = \alpha + \beta i$ $k_2 = \alpha - \beta i$	$y_1 = e^{(\alpha+\beta i)x}$ $y_2 = e^{(\alpha-\beta i)x}$	$y = e^{\alpha x}(c_1 cos\beta x + c_2 sin\beta x)$

ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

$y'' + p \cdot y' + gy = f(x)$p и g – некоторые числа.

$y = y_{\text{о.о}} + y_{\text{ч.н.}}$- общее решение

Случай 1. Правая часть уравнения $y'' + p \cdot y' + gy = f(x)$ имеет вид

$\boldsymbol{f(x) = P_n(x) \cdot e^{\alpha x}}$

$\alpha \epsilon R,\ P_n(x)$-многочлен степени n.

В этом случае частное решение $y_{\text{ч.н.}} = x^r \cdot Q_n(x) \cdot e^{\alpha x}$

r- число, показывающее, сколько раз ∝ является корнем характеристического уравнения$k^2 + p \cdot k + g = 0$

$Q_n(x)$ - многочлен степени n, записанный с неопределёнными коэффициентами

Случай 2. Правая часть имеет вид $f(x) = e^{\alpha x}(P_n(x) cos\beta x + Q_m(x) sin\beta x)$

$P_n(x),\ Q_m(x)$- многочлены степени n и m соответственно, α, β- действительные числа

В этом случае частное решение $y_{\text{ч.н.}} = x^r \cdot e^{\alpha x}(M_l(x) cos\beta x + N_l(x) sin\beta x)$

r- число, равное кратности $\alpha + \beta i$ как корня характеристического уравнения

$$k^2 + p \cdot k + g = 0$$

$M_l(x)$и $N_l(x)$ - многочлены степени l с неопределёнными коэффициентами

l- наивысшая степень многочленов $P_n(x),\ Q_m(x) l = \max(n.m)$