ГЛАВА 19 ПЕРСОНАЛЬНЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

19.1. Индивидуальное практическое задание 1.

Определить тип дифференциальных уравнений и решить их.

Вариант 1

1. $\left(1+e^{3y}\right)x\,dx = e^{3y}dy$,
2. $xy' + y = y^2 \ln x$,
3. $\left(4x^2 + 3xy + y^2\right)dx + \left(4y^2 + 3xy + x^2\right)\,dy = 0$,
4. $(xy - x)^2\,dy + y\,(1-x)\,dx = 0$.

Вариант 2

1. $\left(1+x^2\right)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy$,
2. $xy' = y - xe^{y/x}$
3. $y' + 2y - y^2 = 0$
4. $xy\,dy = \left(y^2 + x\right)dx$

Вариант 3

1. $y' + \dfrac{2y}{x} = \dfrac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$,
2. $y\,dx - x\,dy = xy\,dx$
3. $y' - 2y = e^x - x$
4. $(x+y) - (y-x)\,y' = 0$

Вариант 4

1. $\sin x\,dy = y \ln y\,dx$
2. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - 2$
3. $y' + \dfrac{1-2x}{x^2} - 2$
4. $y' + 2y = y^2 e^x$

Вариант 5

1. $y' = \dfrac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$
2 . $y' = \dfrac{1+y^2}{xy\,(1+x^2)}$
3. $y' = e^{2x} - e^x y$
4. $y' - \dfrac{y}{1-x^2} = \dfrac{1+x}{y}$

Вариант 6

1. $\sqrt{1-y^2}\,dx + y\sqrt{1-x^2}\,dy = 0$ 2. $xy' + y = \ln x + 1$

3. $y' = y^4 \cos x + y\,tg\,x$ 4. $y' + x^2 y = xy$

Вариант 7

1. $(x^2 - xy + 3y^2)\,dx + (y^2 - x^2)\,dy = 0$ 2. $(xy' - 1)\ln x = 2y$

3. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$ 4. $(1 - e^x)\,y\,dy - e^y dx = 0$

Вариант 8

1. $xy' = y(1 + \ln \frac{y}{x})$ 2. $x^2 y' + xy + 1 = 0$

3. $(1 + e^x)\,y\,dy - e^y dx = 0$ 4. $y'x + y = -xy^2$

Вариант 9

1. $y - xy' = \dfrac{x}{Cos\,\frac{y}{x}}$, 2. $(1 + y^2)\,dx - (y + yx^2)\,dy = 0$

3. $y'x + x + y = 0$ 4. $y' - y + y^2 \cos x = 0$

Вариант 10

1. $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$ 3. $xy' - 2y = 2x^4$

2. $x(x-1)\,y' + y^3 = xy$ 4. $(1 + x^3)\,y^3 dx - (y^2 - 1)\,x^3 dy = 0$

Вариант 11

1. $y' = 2x(x^2 + y)$ 3. $yx' + x = 3y^2$

2. $(x + 2y)\,dx - x\,dy = 0$ 4. $y'ctg\,x + y = 2$

Вариант 12

1. $y' = 2x(x^2 + y)$, 3. $y' = y/x - 1$

3. $xy' + (x+1)\,y = 3x^2 e^{-x} y^3$ 4. $e^x \sin y\,dx + tg\,y\,dy = 0$

Вариант 13

1. $y'/7^{y-x} = 3,$

3. $(x-y)\,dx + (x+y)\,dy = 0$

2. $y' + y + y^2 = 0$

4. $y' - y = e^x$

Вариант 14

1. $xy' - y = x\,tg\,\dfrac{y}{x}$

2. $(x^2 + x)\,y\,dx + (y^2 + 1)\,dy = 0$

3. $(1 - x^2)\,y' + xy = 1$

4. $2x^3 yy' + 3x^2 y^2 = 1$

Вариант 15

1. $yy' + x = 1$

2. $xy' = y\cos\,(\ln\dfrac{y}{x})$

3. $xy' - x\cos x = y$

4. $y' - \dfrac{2x}{y} = y$

Вариант 16

1. $y' = \cos x + y\,tg\,x$

2. $y' - xy^2 = 2\,xy$

3. $xy^2 y' = x^2 y^3 + 2$

4. $(y' + \sqrt{xy}\,)\,dx = x\,dy$

Вариант 17

1. $xy' - 2x\sqrt[3]{y} = 4y^2$

2. $\left(x^2 - 1\right) y' + 2\,xy^2 = 0$

3. $\left(x + 4y\right)\,y' = 2x + 3y$

4. $xy' + 2\,xy = e^x$

Вариант 18

1. $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$

2. $xy'\left(\ln y - \ln x\right) = y$

3. $y' - 2x^3 = 2xy$

4. $dy + \left(xy - xy^3\right)\,dx = 0$

Вариант 19

1. $xy' - 2y = 2x^4$

2. $\left(x - y\cos {}^{y}\!/_{x}\right) dx + x^2 \cos {}^{y}\!/_{x}\; dy = 0$

3. $x\,dy + y\,dx = \ln y\,dx$

4. $2y' - \dfrac{x}{y} = \dfrac{xy}{x^2 - 1}$

Вариант 20

1. $(2x-y)\ dx + x\,dy = 0$

2. $y\sin x + y'\cos x = 1$

3. $\left(y^2+3\right) dx - \dfrac{e^x}{x} dy = dy$

4. $2\,xy^1 + y^2 = xy$.

Вариант 21

1. $\left(xy^2 - x^2 y\right)\ dx + \left(y^3 + x^3\right) dy = 0$,

2. $y - y' = y^2 + xy^1$

3. $y' = e^{x^2} \cdot x\left(1+y^2\right)$

4. $4y' = x^2 + y$

Вариант 22

1. $(x-y)dx + (x+y)\,dy = 0$

2. $xy' + x^2 + xy - y = 0$

3. $y' = (2y+1)\ tg\, x$

4. $xy' + y = \dfrac{\sin x}{y}$

Вариант 23

1. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$,

2. $y' - y = 2x - 3$

3. $yy' + xy^2 - x^3$

4. $2\,xy\,y' = x^2 + 1$

Вариант 24

1. $xy' - y = (x+y)\ln\dfrac{x+y}{x}$,

2. $x\left(y' - y\right) = e^x$

3. $y' + \dfrac{2y}{x} = \dfrac{\sqrt{y}}{x^2}$

4. $e^x \sin y\,dx + tg\,x\,dy = 0$.

Вариант 25

1. $2y' - \dfrac{x}{y} = \dfrac{xy}{x^2-1}$

2. $\left(y^2+3\right) dx - \dfrac{e^x}{x} dy = dy$

3. $(1+x^3)\,y^3 dx - (y^2-1)\,x^3 dy = 0$

4. $y' - 2x^3 = 2xy$

Определить тип дифференциальных уравнений и решить их

Вариант 1

1. $xy\,dy = \left(y^2 - x\right)dx$;

2. $\left(2x + y\right)dy = y\,dx + 4\ln y\,dy$;

3. $x\left(y' - y\right) = \left(1 + x^2\right)e^x$;

4. $3^{y^2 - x^2} = yy'x$;

5. $y - xy' = x\cos\dfrac{y}{x}$.

Вариант 2

1. $x\,dx = \left(\dfrac{x^2}{y} - y^3\right)dy$;

2. $2xy^1 + 1 = y + \dfrac{x^2}{x-1}$;

3. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$;

4. $x\,dx + \left(2\sqrt{xy} - x\right)dy = 0$;

5. $y\sin x + y'\cos x = 1$.

Вариант 3

1. $\left(xy' - 1\right)\ln x = 2y$;

2. $y'x^3\sin y = xy' - 2y$;

3. $x + xy + yy'\left(1 + x\right) = 0$;

4. $y' - 8x\sqrt{y} = \dfrac{4xy}{x^2 - 1}$;

5. $y^2 + x^2y' = xy\,y'$.

Вариант 4

1. $y' = \dfrac{1 + y^2}{1 + x^2}$;

2. $\dfrac{dx}{x^2 - xy + y^2} = \dfrac{dy}{2y^2 - xy}$;

3. $\dfrac{dx}{dy} + 3x = e^{3y}$;

4. $y^2y' + x^2\sin^3 x = y^3 ctg\, x$;

5. $\left(x + 2y^3\right)y' = y$.

Вариант 5

1. $\dfrac{xy'}{y} + 2xy\ln x + 1 = 0$;

2. $\left(1 + x^2\right)dy + y\sqrt{1 + x^2}\,dx = xy\,dx$;

3. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$

4. $2xy + y' - 2x^3y^3 = 0$;

$$5. \ (xy' - y)\,arctg\,\frac{y}{x} - x = 0\,.$$

Вариант 6

1. $xy' = y + x\sin\frac{y}{x}$; 2. $6\,xdx - 6y\,dy + 2xy^3dx = 3x^2y\,dy$;

3. $xy' - y = x^2\sin x$; 4. $3x^2 - y = y'\sqrt{1+x^2}$;

$$5. \ \ln(\sin y)dx + x\,ctg\,y\,dy = 0\,.$$

Вариант 7

1. $y'x^3\sin y = xy' - 2y$; 2. $yy' - 4x - y^2\sqrt{x} = 0$;

2. $ctg\,x\cos^2 y\,dx + \sin^2 x\,tg\,y\,dy = 0$; 4. $(x+3y)dx - (2x - y^2)dy = 0$;

$$5. \ x\,dy - y\,dx = \sqrt{x^2 + y^2}\,dx\,.$$

Вариант 8

1. $y' - 2xy = y^3x$; 2. $\ln(\sin y)dx + x\,ctg\,y\,dy = 0$;

3. $xy + x^2 = (y^2 - 3xy)\,y'$; 4. $\frac{dx}{x} = \left(\frac{1}{y} - 2x\right)dy$;

$$5. \ y = x\,(y' - x\cos x)\,.$$

Вариант 9

1. $2xy\,y' = 1 - x^2$; 2. $2y' - \frac{x}{y} = \frac{2xy}{x^2-1}$;

2. $(4x^2 + 3xy)dx + (y^2 - 2xy)dy = 0$; 4. $(1-x)(y' + y) = e^{-x}$;

$$5. \ (xy' - 1)\ln x = 2y\,.$$

Вариант 10

1. $4^{y^2-x^2} = \frac{yy'}{x}$; 2. $\cos y\,dx = (x + 2\cos y)\sin y\,dy$;

3. $(x^2 - 2xy)\,y' = xy - y^2$; 4. $y^2 + x^2y' = xy\,y'$;

$$5. \ y' - xy = -y^3e^{-x^2}\,.$$

Вариант 11

1. $xy' - y = xe^{y/x}$; 2. $y - xy' = 1 - x^2 y'$;

3. $xy\,dy = \left(y^2 + x\right)dx$; 4. $\cos^3 y\,dy = \left(\cos\left(2x - y\right) + \cos\left(2x + y\right)\right)dx$;

5. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 - y^2}\,dx$.

Вариант 12

1. $x^2 y' = y\left(x + y\right)$; 2. $e^{x+3y}dy = x\,dx$;

3. $y' - y = 2x - 3$; 4. $z' = 10^{x+z}$;

5. $\left(x + 2y\right)y' = 1$.

Вариант 13

1. $y = x\left(y' - \sqrt[x]{e^y}\right)$; 2. $y' = y^4\cos x + y\,tg\,x$;

2. $\left(\sin^2 y + x\,ctg\,y\right)y' = 1$; 4. $3xy' = y' + y$;

5. $x^2 y^2 y' + 1 = y$.

Вариант 14

1. $\left(1 + x^2\right)y' + y\sqrt{1 + x^2} = xy$; 2. $\left(1 - x\right)\left(y' + y\right) = e^{-x}$;

3. $xyy' = \sqrt{x^2 + 3y^4} + y^2$; 4. $y' + \sin\left(x + y\right) = \sin\left(x - y\right)$;

5. $y' = 2x\left(x^2 + y\right)$.

Вариант 15

1. $y^2 + x^2 y' = xyy'$; 2. $y - xy' = 2\left(1 + x^2 y'\right)$;

3. $yx' + x = 4y^3 + 3y^2$; 4. $ydx + 2x\,dy = 2y\sqrt{x}\cdot\sec^2 y\,dy$;

5. $\left(1 - 2xy\right)y' = y\left(y - 1\right)$.

Вариант 16

1. $\cos y\,dx = \left(x + 2\cos y\right)\sin y\,dy$; 2. $y - xy' = 1 + x^2 y'$;

3. $\left(x + 1\right)\left(y' + y^2\right) = -y$; 4. $y'x + x + y = 0$;

$$5.\ (xy'-1)\ln x = 2y.$$

Вариант 17

1. $y = x\,(y' - x\cos x)$; 2. $(x+2y)\,dx + x\,dy = 0$;

2. $3e^{x}\sin y\,dx + (1-e^{x})\cos y\,dy = 0$; 4. $x(x-1)\,y' + y^{3} = xy$;

$$5.\ y' = \frac{y^2 - x^2}{2y(x+2y)}.$$

Вариант 18

1. $(2e^{y} + x)\,y' = 1$; 2. $2x^{3}y' = y(2x^{2} - y^{2})$;

3. $\cos y\,dx = 2\sqrt{1+x^{2}}\,dy + \cos y\sqrt{1+x^{2}}\,dy$; 4. $y' + y + y^{2} = 0$;

$$5.\ (xy + x^{3}y)\,y' = 1 + y^{2}.$$

Вариант 19

1. $(1-x)\,(y' + y) = e^{-x}$; 2. $dy = (3y - x\sqrt[3]{y})\,dx$;

2. $(x+y)\,y\,dx - y^{2}dy = 0$; 4. $y' - xy^{2} = 2xy$;

$$5.\ xy\ dx + (x+1)dy = 0.$$

Вариант 20

1. $xy' + y = y^{2}$; 2. $2x\,dx + \dfrac{y^{2} - 3x^{2}}{y}\,dy = 0$;

3. $(x+4y)\,y' = 2x + 3y$; 4. $y\,dx = (y^{3} - x)dy$;

$$5.\ e^{-y}(1 + y') = 1.$$

Вариант 21

1. $\sec^{2} x\,tg\,y\,dx + \sec^{2} y\,tg\,x\,dy = 0$; 2. $y' = \dfrac{2y - x}{2x - y}$;

3. $(x^{2} + y^{2} + y)\,dx = x\,dy$; 4. $x^{3}y' = y(y^{2} + x^{2})$;

$$5.\ y' = e^{2x} - e^{x}y.$$

Вариант 22

1. $y' = \dfrac{y^2 - x}{2y\left(x+1\right)}$;   2. $xy' + 1 = e^y$;

2. $\left(x+1\right)y' - 2y = e^x\left(x+1\right)^3$;   4. $y\,dx = \left(y^3 - x\right)dy$

5. $\dfrac{xy' - y}{x} = tg\,\dfrac{y}{x}$.

Вариант 23

1. $y' - \dfrac{y}{1-x^2} = 1 + x$;   2. $\left(1+e^x\right)yy' = e^y$;

2. $y' = 3x^2y + x^2 + x^5$;   4. $y\,dy - \dfrac{y^2}{x^2}dx = \dfrac{dx}{x^2}$;

5. $\dfrac{y - xy'}{x + yy'} = 2$.

Вариант 24

1. $y'\left(y^2 - x\right) = y$;   2. $y - y'\cos x = y^2\cos x\left(1 - \sin x\right)$;

3. $\left(1 + e^{x/y}\right)dx + e^{x/y}\left(1 - \dfrac{x}{y}\right)dy = 0$;   4. $y - xy' = 2\left(1 + x^2y'\right)$;

5. $y^2 + x^2y' = xy\,y'$.

Вариант 25

1. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$;   3. $xy' + y = y^2$

2. $y' = x\sqrt{y} + \dfrac{xy}{x^2 - 1}$ 4. $2y\,dx + \left(y^2 - 6x\right)dy = 0$;

5. $y' = \dfrac{y}{2y\ln y + y - x}$.

19.2. Индивидуальное практическое задание 2

Найти общее решение дифференциальных уравнений

Вариант 1.

1. $2x\cos^2 y - y'x^2\sin 2y = 0$;   3. $x\,dy + y\,dx = \sqrt{x^2 + y^2}\,dx$.

2. $(7xy+y^2)\,dx+(x^2-3xy)\,dy=0$;

4. $\sin x\,tg\,y\,dx-\dfrac{dy}{\sin x}=0$.

Вариант 2.

1. $(xy^2+x)\,dx+(y-x^2y)\,dy=0$;

2. $y'=\dfrac{y}{x}+tg\,\dfrac{y}{x}$;

2. $y^2+x^2y'=xy\,y'$;

4. $y'=\dfrac{e^{2x}}{\ln y}$.

Вариант 3.

1. $2x\cos^2 y-y'x^2\sin 2y=0$;

3. $x\,dy+y\,dx=\sqrt{x^2+y^2}\,dx$;

3. $(7xy+y^2)\,dx+(x^2-3xy)\,dy=0$;

4. $\sin x\,tg\,y\,dx-\dfrac{dy}{\sin x}=0$.

Вариант 4.

1. $xy\,y'=y-x^2$;

3. $xy'-y=\dfrac{x}{arctg\,{}^{y}\!/\!_{x}}$;

2. $x\,dy=(y+\sqrt{x^2+y^2})\,dx$;

4. $y^2\ln x\,dx-(y-1)\,x\,dy=0$.

Вариант 5.

1. $\ln(\cos y)\,dx+x\,tg\,y\,dy=0$;

3. $y'=e^{{}^{y}\!/\!_{x}}+\dfrac{y}{x}$;

2. $xy+y^2=(2x^2+xy)y'$;

4. $\dfrac{e^{-x^2}}{x}dy+\dfrac{dx}{\cos^2 y}=0$.

Вариант 6.

1. $x(y^2-4)\,dx+y\,dy=0$;

3. $xy'\sin\dfrac{y}{x}+x=y\sin\dfrac{y}{x}$;

2. $x\sqrt{1+y^2}\,dx+y\sqrt{1+x^2}\,dy=0$;

4. $xy+y^2=(2x^2+xy)\,y'$.

Вариант 7.

1. $y'x=y\ln\dfrac{y}{x}$;

2. $(1+e^{2x})\,y^2dy=e^x dx$;

2. $x\,dy-y\,dx=y\,dy$;

4. $\sin x\;y'=y\cos x+2\cos x$.

Вариант 8.

1. $6x\,dx^2-6y\,dy=3x^2y\,dy-2x\,y^2dx$;

3. $(e^{2x}+5)\,dx+ye^{2x}dy=0$;

2. $xy'=\dfrac{y^3+yx^2}{2y^2+x^2}$;

4. $(x-y)\,y\,dx-x^2dy=0$.

Вариант 9.

1. $\sqrt{5+y^2}+y'\,y\sqrt{1-x^2}=0$;

2. $2y'=\dfrac{y^2}{x^2}+6\dfrac{y}{x}+3$;

3. $(\sin(2x+y)-\sin(2x-y)\,dx=\dfrac{dy}{\sin y}$

4. $xy'-y=(x+y)\ln\dfrac{x+y}{x}$.

Вариант 10.

1. $2x+2xy^2+\sqrt{2-x^2}\,y'=0$; 2. $y'=\dfrac{xy+y^2}{2x^2+xy}$;

3. $(\cos(x-2y)+\cos(x+2y))y'=\dfrac{1}{\cos x}$; 4. $y'=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$.

Вариант 11.

1. $xy'\cos\dfrac{y}{x}=y\cos\dfrac{y}{x}-x$; 3. $y-xy'=2(1+x^2y')$;

2. $y'\sqrt{1+y^2}=\dfrac{x^2}{y}$; 4. $y'x+x+y=0$.

Вариант 12.

1. $(y-x^2y)\,y'+xy^2+x=0$; 2. $xy'=y+x\,tg\,\dfrac{y}{x}$;

3. $\dfrac{y^2}{x^2}+y'=\dfrac{y}{x}y'$; 4. $1+(1+y')e^y=0$.

Вариант 13.

1. $y'=tg\,x\,tg\,y$; 2. $y\sqrt{1-x^2}\;dy+\sqrt{1-y^2}\;dx=0$;

3. $(x^2+y^2+xy)\,dx=x^2dy$; 4. $xy'=y\cos(\ln\dfrac{y}{x})$.

Вариант 14.

1. $xy\,y'=1-x^2$; 2. $y^2-4xy+4x^2y'=0$;

3. $(xy'-y)\,arctg\,\dfrac{y}{x}-x=0$; 4. $(x^2y-y)^2y'=x^2y-y+x^2-1$.

Вариант 15.

1. $2x+2xy^2+\sqrt{2-x^2}\,y'=0$ 2. $(y^2-3x^2)\,y'+2xy=0$;

3. $xy'-xe^{y/x}=y$; 4. $(xy^3+x)\,dx+(x^2y^2-y^2)\,dy=0$.

Вариант 16.

1. $2x\cos^2y-y'x^2\sin 2y=0$; 2. $xy'\sin\dfrac{y}{x}+x=y\sin\dfrac{y}{x}$;

3. $x\sqrt{1+y^2}\;dx+y\sqrt{1+x^2}\;dy=0$ 4. $(y^2-3x^2)\,dy+2xy\,dx=0$.

Вариант 17.

1. $e^t dt-(1+e^{2t})y^2dy=0$; 3. $xs'\cos\dfrac{s}{x}=s\cos\dfrac{s}{x}-x$;

2. $x\,dy-y\,dx=y\,dy$; 4. $y'\sqrt{1-x^2}-\cos^2y=0$.

Вариант 18.

1. $6x\,dx - 6y\,dy + 2x\,y^2 dx = 3x^2 y\,dy$;   2. $y\,e^{2x} dy + \left(e^{2x} + 5\right) dx = 0$;

3. $xy' = y \ln \dfrac{y}{x} + y$;   4. $\left(y + y\sqrt{x}\right)\, dx = x\,dy$.

Вариант 19.

1. $y'y\sqrt{1-x^2} + \sqrt{5+y^2} = 0$;   2. $\left(x^2 + y^2\right)\, dx - xy\,dy = 0$;

3. $3e^x \sin dx + (1-e^x) \cos y\, dy = 0$;   4. $xy' - y = x\,tg\,\dfrac{y}{x}$.

Вариант 20.

1. $\sqrt{2-x^2} \cdot y' + 2x + 2x\,y^2 = 0$;   2. $2x\,y\,y' = y^2 - 4x^2$;

3. $(xy - x)^2 dy + y(1-x)\, dx = 0$;   4. $xy' + y\left(\ln \frac{y}{x} - 1\right) = 0$.

Вариант 21.

1. $3e^x tg\, y\,dx + \left(1 - e^x\right) \dfrac{d\,y}{\cos^2 y}$;   2. $x\,y' + 2\sqrt{x\,y} = y$;

3. $\left(x^2 + y^2\right) dx + 2\,xy\,dy = 0$;   4. $(y+1)\, y' = \dfrac{y}{\sqrt{1-x^2}} + xy$.

Вариант 22.

1. $\left(1+x^2\right) y' + 1 + y^2 = 0$;   2. $y = x\left(y' - \sqrt[x]{e^y}\right)$;

3. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} - \dfrac{y}{x}$;   4. $\left(1+y^2\right) dx - \left(y + yx^2\right)\, dy = 0$.

Вариант 23.

1. $y' \cos x = \dfrac{y}{\ln y}$;   2. $x\,dy - y\,dx = y\,dy$;

3. $\sqrt{5+y^2} + y'y\sqrt{1-x^2} = 0$;   4. $xy' \cos \dfrac{y}{x} = y \cos \dfrac{y}{x} - x$.

Вариант 24.

1. $(x+2y)\, dx - xdy = 0$;   2. $y' - xy^2 = 2xy$;

2. $e^{-s}\left(1+\frac{ds}{dt}\right)=1$;

4. $2x^3y'=y\left(2x^2-y^2\right)$.

Вариант 25.

1. $(x-y)\,dx+(x+y)\,dy=0$;

2. $y'ctg\,x+y=2$;

3. $x\,\frac{dx}{dt}+t-1=0$;

4. $\left(x^2+y^2\right)y'=2xy$

Найти общее решение линейных и однородных дифференциальных уравнений первого порядка

Вариант 1

1. $y'+\frac{y}{x}=-xy^2$;

2. $y'+\sin(x+y)=\sin(x-y)$;

2. $xy'=y\cos\left(\ln\frac{y}{x}\right)$;

4. $y'e^x+2\,x\,y\,e^{x^2}=x\sin x$.

Вариант 2

1. $yx'+x=-yx^2$;

2. $\left(2e^y-x\right)y'=1$;

2. $x^2y'=y\left(x+y\right)$;

4. $\left(\sin(x+y)+\sin(x-y)\right)dx+\frac{dy}{\cos y}=0$.

Вариант 3

1. $xy'-y=(x+y)\ln\frac{x+y}{x}$;

2. $e^{x+3y}\,dy=x\,dx$;

3. $y'-\frac{y}{x-1}=\frac{y^2}{x-1}$;

4. $y'-xy=x^3y^2$.

Вариант 4

1. $y'-y\,tg\,x+y^2\cos x=0$;

2. $xy'+y=x^3$;

3. $\cos^3 y\cdot y^1-\cos(2x+y)=\cos(2x-y)$;

4. $2x^3y'=y(2x^2-y^2)$.

Вариант 5

1. $y'+xy=(1+x)\,e^{-x}y^2$;

2. $y'+2y=x^2+2x$;

3. $y^2\left(y-xy'\right)=x^3y'$;

4. $y'+y+y^2=0$.

Вариант 6

1. $y' + 2xy = 2x^3y^3$;

2. $y'\cos x + y\sin x = 1$;

3. $xy' = e^y + 2y'$;

4.. $y = x\left(y' - \sqrt[x]{e^x}\right)$

Вариант 7

1. $y' + 4x^3y = 4\left(x^3+1\right)e^{-4x}y^2$;

2. $y' - \dfrac{2x}{1+x^2}\,y = 1 + x^2$;

3. $y'\sin\dfrac{x+y}{2} = \sin\dfrac{x-y}{2}$;

4. $\left(y + \sqrt{xy}\right)dx = x\,dy$.

Вариант 8

1. $\left(y^4e^y + 2x\right) = yó'$;

2. $y' + xy = (1+x)\,e^{-x^2}y^2$;

3. $y - xy' = 2\left(1 + x^2y'\right)$;

4. $\left(x^2 + y^2\right)y' = 2xy$.

Вариант 9

1. $\left(\sin(2x+y) - \sin(2x-y)\right)dx = \dfrac{dy}{\sin y}$;

2. $xy' = y\cos\left(\ln\dfrac{y}{x}\right)$;

3. $y' + 2y = 4$

4. $\dfrac{dx}{y} - \dfrac{x+y^2}{y^2}dy = 0$.

Вариант 10

1. $xy' + y = y^2\ln x$;

2. $\left(\cos(x-2y) + \cos(x+2y)\right)y' = \sec x$;

3. $xy' + y\left(\ln\dfrac{y}{x} - 1\right) = 0$;

4. $y' + \dfrac{xy}{1+x^2} = \arcsin x + x$.

Вариант 11

1. $\left(2\sqrt{xy} - y\right)dx + x\,dy = 0$;

2. $xy' - 2y = x^2\ln x$;

3. $x^3y' = y\left(y^2 + x^2\right)$;

4. $x\,dx = \left(\dfrac{x^2}{y} - y^3\right)dy$.

Вариант 12

1. $y' - \dfrac{y}{x} = \dfrac{2\ln x}{x}\,y^2$;

2. $y' + \cos - y\,tg\,x = 0$;

3. $y^2 + x^2y' = xy\,y'$;

4. $2x^2yy' + y^2 = 2$.

Вариант 13

1. $(x-1)y'-y=y^2$;

2. $e^{-s}\left(1+\dfrac{ds}{dt}\right)=1$;

3. $y^2+x^2y'=xyy'$;

4. $y'+\dfrac{2y}{x}=x^3$.

Вариант 14

1. $y'+\dfrac{1-2x}{x^2}y=1$;

2. $y'-y\,tg\,x+y^2\cos x=0$;

3. $x\,\dfrac{dx}{dt}+t=1$;

4. $\dfrac{y-xy'}{x+yy'}=2$.

Вариант 15

1. $y=x\left(y'-\cos x\right)$;

2. $\left(4x^2+3xy+y^2\right)dx+\left(4y^2+3xy+x^2\right)dy=0$;

3. $y'+xy=(1+x)\,e^{-x}y^2$;

4. $\left(x+xy^2\right)dy+ydx-y^2dx=0$.

Вариант 16

1. $2x^3y'=y\left(2x^2-y^2\right)$;

2. $3^{x^2+y}dy+xdx=0$;

3. $x\left(y'-y\right)=e^x$;

4. $2xy+y'-2x^3y^3=0$.

Вариант 17

1. $y'+4x^3y=4\left(x^3+1\right)e^{-4x}y^2$;

2. $y'-y\,tg\,x=\dfrac{2x}{\cos x}$;

3. $xy+y^2=\left(2x^2+xy\right)y'$;

4. $\left(\sin(x+y)-\sin(x-y)\right)dx=-\dfrac{dy}{\cos y}$.

Вариант 18

1. $x'y=2x+y^4e^y$;

2. $y\,dx+\left(2\sqrt{xy}-x\right)dy=0$;

3. $(1-2xy)\,y'=y\,(y-1)\sqrt{b^2-4ac}$;

4. $\dfrac{e^{-x^2}}{2}dy+\sec^2 y\,dx=0$.

Вариант 19

1. $2x^2y\,y'+y^2=2$;

2. $\left(x^2-2xy\right)y'=xy-y^2$;

3. $y' + y = \dfrac{x}{y^2}$;

4. $dx - \dfrac{x+y^2}{y}dy = 0$.

Вариант 20

1. $1 + \ln x = xy' + y$;

2. $y' ctg\, x + y = 2$;

3. $xy' - y = (x+y)\ln\dfrac{x+y}{x}$;

4. $x^3 y' = y\left(y^2 + x^2\right)$.

Вариант 21

1. $\left(xy^2 + x\right)dx + \left(y - x^2 y\right)dy = 0$;

2. $y - xy' = x + yy'$;

3. $dy - e^{-x}dx + y\,dx - x\,dy = xy\,dx$;

4. $y'\cos^2 x + y = y^2$.

Вариант 22

1. $\left(1 + x^2\right)y' = xy + x^2 y^2$;

2. $x(\ln x - \ln y)\,dy - y\,dx = 0$;

3. $y' + \dfrac{2y}{x} = \dfrac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$;

4. $\dfrac{dy}{dx} - y\,ctg\,x = 2x\sin x$.

Вариант 23

1. $y\,dx - x\,dy = xy\,dx$;

2. $y' - \dfrac{y}{x} = x^2$;

3. $x\,dy = \left(x^5 y^2 - 2y\right)dx$;

4. $x^2 y'\cos\dfrac{y}{x} = y\cos\dfrac{y}{x} - x$.

Вариант 24

1. $\left(x + xy^2\right) - \left(y + yx^2\right)y' = 0$;

2. $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$;

3. $(xy+1)\,y\,dx = x\,dy$;

4. $y' + \dfrac{1}{x+y^2} = 0$.

Вариант 25

1. $y^2 + x^2 y' = xy\,y'$;

2. $y' = \dfrac{y}{xy - x^2}$;

3. $xy^1 + y - e^x = 0$;

4. $yy' = \dfrac{1-2x}{y}$.

19.3. Индивидуальное практическое задание 3

Найти частные решения дифференциальных уравнений

Вариант 1

1. $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx, \qquad y(0) = \dfrac{\pi}{4}$.

2. $(xy' - y) artg \dfrac{y}{x} = x, \qquad y(1) = 0$.

Вариант 2

1. $xyy' = 1 - x^2, \qquad y(1) = 1$.

2. $y - xy' = x \sec \dfrac{y}{x}, \qquad y(1) = 0$.

Вариант 3

1. $(y^2 - 3x^2)\, dy + xy\, dx = 0, \qquad y(0) = 1$.

2. $(1 + x^2)\, dy + y\, dx = 0, \qquad y(1) = 1$.

Вариант 4

1. $y' \cos x = \dfrac{y}{\ln y}, \qquad y(0) = 2$.

2. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y, \qquad y(1) = 1$.

Вариант 5

1. $y' = \dfrac{2xy}{x^2 - y^2}, \qquad y(0) = 1$.

2. $y' ctg\, x + y = 2, \qquad y(0) = 0$.

Вариант 6

1. $y' = \dfrac{1 + y^2}{1 + x^2}, \qquad y(0) = 1$.

2. $x^2 y' = y(x + y), \qquad y(1) = 1$.

Вариант 7

1. $x^2 y' = y^2 + 3xy + 5x^2, \qquad y(1) = -1$.

2. $(xy + x^3 y) y' = 1 + y^2, \qquad y(1) = 0$.

Вариант 8

1. $2xdx - 2ydy = x^2 ydy - 2xy^2 dx, \qquad y(0) = 1$.

2. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y, \qquad y(3) = 4$.

Вариант 9

1. $(1 + x^2) y' + y\sqrt{1 + x^2} = xy, \qquad y(0) = 1$.

2. $y' = \dfrac{y}{x} + \sin \dfrac{y}{x}, \qquad y(1) = \dfrac{\pi}{2}$.

Вариант 10

1. $(1 + y^2)(e^x dx - e^y dy) = (1 + y) dy, \qquad y(0) = 0$.

2. $(x^2 - y^2)dx + 2xydy = 0, \qquad y(2) = 1$.

Вариант 11

1. $\cos y \sin x dx - \sin y \cos x dy = 0, \qquad y(0) = \dfrac{\pi}{4}$.
2. $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0, \qquad y(1) = 0$.

Вариант 12

1. $xy' = y \ln \dfrac{y}{x}, \qquad y(0) = e^2$.
2. $y - xy' = 1 + x^2 y', \qquad y(1) = 0$.

Вариант 13

1. $(1 + x^2)dy + ydx = 0, \qquad y(1) = 1$.
2. $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0, \qquad y(1) = 1$.

Вариант 14

1. $y' \ln y \cos x = y, \qquad y(0) = 1$.
2. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}\,dx, \qquad y(1) = 0$.

Вариант 15

1. $(xy - y^2)dx - x^2 dy = 0, \qquad y(0) = 1$.
2. $y' + y - y^2 = 0, \qquad y(0) = 1$.

Вариант 16

1. $(1 + x^2)y' - 1 - y^2 = 0, \qquad y(0) = 1$.
2. $xy' = y - xe^{y/x}, \qquad y(1) = 0$.

Вариант 17

1. $yy' = 2y - x, \qquad y(0) = 2$.
2. $\left(1 + e^x\right) yy' = e^x, \qquad y(0) = 1$.

Вариант 18

1. $x^2 ydy - 2y^2 xdx = 2xdx - 2ydy, \qquad y(0) = 1$.
2. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad y(3) = 4$.

Вариант 19

1. $\left(1 + x^2\right)dy + y\sqrt{1 + x^2}\; dx = xy\, dx, \qquad y(0) = 1$.
2. $xy' = y + x \sin y/x, \qquad y(0) = \dfrac{\pi}{2}$.

Вариант 20

1. $y' tg\, x = y, \qquad y\left(\pi/2\right) = 3.$

2. $y' = \dfrac{y}{x} - 1, \qquad y\,(1) = 1.$

Вариант 21

1. $y' \sin x = y \ln y, \qquad y\left(\pi/2\right) = 1.$

2. $y - xy' = x \sec \dfrac{y}{x}, \qquad y\,(1) = \dfrac{\pi}{2}.$

Вариант 22

1. $y' \cos x = \dfrac{y}{\ln y}, \qquad y\,(0) = 1.$

2. $\left(xy - y^2\right)dx - x^2 dy = 0, \qquad y\,(0) = 1.$

Вариант 23

1. $y' = 3\sqrt[3]{y^2}, \qquad y(2) = 0.$
2. $\left(x + 2y\right) dx + xdy = 0, \qquad y(1) = 0.$

Вариант 24

1. $xy' + y = y^2, \qquad y(1) = 0{,}5.$

2. $x^2 y' = y\left(x + y\right), \qquad y(1) = 1.$

Вариант 25

1. $xy' = y + x \sin y/x, \quad y(0) = \dfrac{\pi}{2}.$

2. $(y^2 - 3x^2)\, dy + xy\, dx = 0, \quad y(0) = 1.$

Найти частные решения дифференциальных уравнений

Вариант 1

1. $xy' - y = x^2 \cos x, \qquad y(\pi) = \pi.$

2. $y' = \dfrac{x}{y}\; e^{2x} + y, \qquad y\,(0) = 1.$

Вариант 2

1. $xy' + y = \ln x + 1,\qquad y(e) = 1.$

2. $y' - \dfrac{4}{x}y = x\sqrt{y},\qquad y(1) = 0.$

Вариант 3

1. $y'\dfrac{y}{x\ln x} = x\ln x,\qquad y(e) = \dfrac{e^2}{2}.$

2. $y' = y^4\cos x + y\,tg\,x,\qquad y(0) = 1.$

Вариант 4

1. $y'\sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x,\quad y(0) = 0.$

2. $y' + y = x\sqrt{y},\qquad y(0) = 1.$

Вариант 5

1. $y' - \dfrac{y}{x} = x\sin x,\qquad y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1.$

2. $y'x^3\sin y = xy' - 2y,\qquad y(1) = \dfrac{\pi}{3}.$

Вариант 6

1. $y' + \dfrac{y}{2x} = x^2,\qquad y(2) = 1.$

2. $(2x^2 y\ln y - x)\,y' = y,\qquad y(1) = 1.$

Вариант 7

1. $y^2dx + \left(x + e^{2/y}\right)dy = 0,\qquad y(0) = 1.$

2. $xy\,dy = (y^2 + x)\,dx,\qquad y(1) = 1.$

Вариант 8

1. $x - \dfrac{y}{y'} = \dfrac{2}{y},\qquad y(1) = 1.$

2. $y' + 2y = y^2e^x,\qquad y(0) = 1.$

Вариант 9

1. $\left(1-x^2\right)y'-xy=xy^2, \qquad y\left(0\right)=\frac{1}{2}$.

2. $y'+y=x\sqrt{y}, \qquad y\left(0\right)=1$.

Вариант 10

1. $xy'+y=y^2\ln x, \qquad y\left(0\right)=1$.

2. $y'=\frac{y}{3x-y^2}, \qquad y\left(0\right)=1$.

Вариант 11

1. $\left(1+x^2\right)y'+xy=1, \qquad y\left(0\right)=1$.

2. $x\left(x-1\right)y'+y^3=xy, \qquad y\left(2\right)=1$.

Вариант 12

1. $y'-\frac{2x}{1+x^2}y=1+x^2, \qquad y\left(0\right)=3$.

2. $x\,dx=\left(\frac{x^2}{y}-y^3\right)dy, \qquad y\left(1\right)=1$.

Вариант 13

1. $y'-\frac{y}{x\ln x}=x\ln x, \qquad y\left(e\right)=\frac{e^2}{2}$.

2. $2x^2y'=y^2\left(2xy'-y\right), \qquad y\left(1\right)=1$.

Вариант 14

1. $\sqrt{1-x^2}\,y'+y=e^{\arcsin x}, \qquad y\left(0\right)=0$.

2. $ydx+x\left(2xy+1\right)dy=0, \qquad y\left(1\right)=1$.

Вариант 15

1. $xy'-y=x^2\sin x, \qquad y\left(\pi/2\right)=1$.

2. $\left(1+x^2\right)y'=xy+x^2y^2, \qquad y\left(0\right)=1$.

Вариант 16

1. $2xy' + y - 2x^3 = 0, \qquad y(0) = 1.$

2. $\dfrac{dx}{x} = \left(\dfrac{1}{y} - 2x\right)dy, \qquad y(1) = 1.$

Вариант 17

1. $y^2 dx + \left(x + e^{2/y}\right)dy = 0, \qquad y(0) = 1.$

2. $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0, \qquad y(1) = 1.$

Вариант 18

1. $y' = y/\left(3x - y^2\right), \qquad y(0) = 1.$

2. $\left(2x^2 y \ln y - x\right) y' = y, \qquad y(1) = 1.$

Вариант 19

1. $y' - \dfrac{x}{1-x^2} y = \dfrac{x}{1-x^2} y^2, \qquad y(0) = \dfrac{1}{2}.$

2. $\left(\sin^2 y + x\, ctg\, y\right) y' = 1, \qquad y(0) = \pi/2.$

Вариант 20

1. $y' - y\, tg\, x = \dfrac{1}{\cos x}, \qquad y(0) = 0.$

2. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y, \qquad y(1) = 1.$

Вариант 21

1. $x(y' - y) = \left(1 + x^2\right) e^x, \qquad y(1) = e.$

2. $y' = xy + x^3 y^3, \qquad y(0) = 1.$

Вариант 22

1. $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}, \qquad y(0) = 1.$

2. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x\cos y + a\sin 2y}, \qquad y(1) = 0.$

Вариант 23

1. $dy = \left(x^2 + x - 2y\right)dx, \qquad y(0) = 1.$

2. $yy' - 4x - y^2\sqrt{x} = 0, \qquad y(1) = 1.$

Вариант 24

1. $(x+1)dy - \left(2y + (x+1)^4\right)dx = 0, \qquad y(1) = 0.$

2. $x\,dx = \left(\dfrac{x^2}{y} - y^3\right)dy, \qquad y(0) = 1.$

Вариант 25

1. $t\left(1+t^2\right)dx = \left(x + xt^2 - t^2\right)dt, \qquad y(t) = -\dfrac{\pi}{4}.$

2. $y' = \dfrac{x}{y}\, e^{2x} + y, \qquad y(0) = 1$

19.4. Индивидуальное практическое задание 4

Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Вариант 1.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $\left(1 - x^2\right)\cdot y'' - xy' = 2,$ 2. $xy'' = y' + x \cdot \sin\dfrac{y'}{x}$

3. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' = \dfrac{1}{x}, \quad y(1) = \dfrac{1}{4}, \quad y'(1) = 0$ 2. $y'' = y'e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

Вариант 2.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $2xy'y'' = (y')^2 - 1.$ 2. $x^2y'' + xy' = 1.$

3. $y'' = y'\left(\dfrac{y'}{y} - 2\sqrt{\dfrac{y'}{y} - 4}\right).$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' = \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$ 2. $(y')^2 + 2yy'' = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

Вариант 3.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $x^3y'' + x^2y' = 1.$ 2. $xy'' + y' = 0.$

3. $yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = \dfrac{1}{\cos^2 x/2}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1.$ 2. $yy'' = -(y')^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Вариант 4.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y''x \ln x = y'.$ 2. $x\left(y'' + (y')^2\right) = (y')^2 + y'.$

3. $2yy'' = y^2 + (y')^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = 4\cos 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3.$. 2. $y'' + 2y(y')^3 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \dfrac{1}{3}.$

Вариант 5.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0.$ 2. $xy'' = y' \ln \dfrac{y'}{x}.$

3. $yy'' - 2yy' \ln y = (y')^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' = e^{2x}$, $y(0) = \dfrac{9}{8}$, $y'(0) = \dfrac{1}{4}$, $y''(0) = -\dfrac{1}{2}.$

2. $y''tg \cdot y = 2(y')^2$, $y(1) = \pi/2$, $y'(1) = 2.$

Вариант 6.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $xy'' - y' = x^2e^x.$ 2. $(1 + \sin x)y'' = y' \cos x.$

3. $yy'' - (y')^2 = y^4.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = \dfrac{1}{\sin^2 2x}$, $y\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\pi}{4}$, $y'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1.$ 2. $2yy'' = (y')^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1.$

Вариант 7.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + y'tg \cdot x = \sin 2x.$ 2. $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0.$

3. $2yy'' = y^2 + (y')^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = \dfrac{1}{1 + x^2}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0.$ 2. $y'' = 1 - (y')^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0.$

Вариант 8.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $x^2y'' + xy' = 1$. 2. $xy'' = y'\ln\frac{y'}{x}$.

3. $yy'' + 1 = (y')^2$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' = \frac{6}{x^3}$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 3$, $y''(1`) = 0$. 2. $y'' = (y')^2$, $y(0) = \frac{2}{3}$, $y'(0) = 1$.

Вариант 9.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y''ctg \cdot x + y' = 2$. 2. $2xy'y'' = (y')^2 + 1$.

3. $y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)(y')^2 = 0$.

2). Найти частные решения дифференциальных уравнений

1. $y''' = \cos^2 x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -\frac{1}{8}$, $y''(0) = 0$.

2. $2yy'' - (y')^2 + 1 = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.

Вариант 10.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $xy'' = y'$. 2. $(y'' + (y')^2)x = (y')^2 + y'$.

3. $yy'' - (y')^2 = y'y^2$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. 2. $y'' = 2 - y$, $y'(0) = 2$, $y(0) = 2$.

Вариант 11.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' = y' + x$. 2. $x(y'' + (y')^2) - y' - (y')^2 = 0$.

3. $y'' + \frac{2(y')^2}{1 - y} = 0$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = arctg \cdot x$, $y(0) = y'(0) = 0$. 2. $yy'' - 2(y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вариант 12.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $xy'' = y' + x^2$. 2. $xy''\ln x = y'$.

3. $y'' = y'\left(\frac{y'}{y} - 2\sqrt{\frac{y'}{y} - 4}\right)$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' = tg\ x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}, \quad y(0)=\frac{1}{2}, \quad y'(0)=0.$ 2. $y'' = y' + (y')^2, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=1.$

Вариант 13.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}.$ 2. $y''(e^x + 1) + y'e^x = 0.$

3. $yy'' - 2yy' \ln y = (y')^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' = e^{x/2}, \quad y(0)=8, \quad y'(0)=5, \quad y''(0)=2.$ 2. $y''(1+y) = 5(y')^2, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=1.$

Вариант 14.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $xy'' + y' = \ln x.$ 2. $(1+x^2)y'' = 2xy'.$

3. $yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = xe^{-2x}, \quad y(0)=\frac{1}{4}, \quad y'(0) = -\frac{1}{4}.$ 2. $y''(2y+3) = 2(y')^2, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=3.$

Вариант 15.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $2xy'y'' = (y')^2 - 4.$ 2. $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}.$

3. $yy'' - 2yy' \ln y = (y')^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = \sin^2 3x, \quad y(0) = -\frac{\pi^2}{16}, \quad y'(0)=0.$ 2. $2(y')^2 = (y-1)y'', \quad y(0)=2, \quad y'(0)=2.$

Вариант 16.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $x(y''+1) + y' = 0.$ 2. $y''(1+\sin x) = y' \cos x.$

3. $yy'' - (y')^2 = y^4.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = x \sin x, \quad y(0) = y'(0) = 0.$ 2. $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=1.$

Вариант 17.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $2xy'y'' = 1 + (y')^2.$ 2. $xy'' - y' - x \sin \frac{y'}{x} = 0.$

3. $2yy'' = y^2 + (y')^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = \cos x + e^{-x}$, $y(0) = -e^{-\pi}$, $y'(0) = 1$. 2. $y'' + y(y')^3 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вариант 18.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $x^2 y'' = (y')^2$. 2. $xy'' = y' \ln \dfrac{y'}{x}$. 3. $yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' = \sqrt{x} - \sin 2x$, $y(0) = \dfrac{1}{8}$, $y'(0) = \dfrac{1}{2}\cos 2x$, $y''(0) = \dfrac{1}{2}$.

2. $1 + (y')^2 = yy''$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Вариант 19.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $xy'' - y' = 2x^2 e^x$. 2. $2xy'y'' = 1 + (y')^2$. 3. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = 2\sin x \cos^{2x}$, $y(0) = -\dfrac{5}{9}$, $y'(0) = -\dfrac{2}{3}$.

2. $y''(1 + y) = y' + (y')^2$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

Вариант 20.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 2x(y')^2 = yy'$. 2. $2yy'' = (y')^2 + 1$.

3. $xyy'' - x(y')^2 = yy'$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'' = x - \ln x$, $y(1) = -\dfrac{5}{12}$, $y'(1) = \dfrac{3}{2}$.

2. $y'' = \dfrac{y'}{\sqrt{y}}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вариант 21.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 4y' = 2x^2$. 2. $yy'' = y'(y' + 1)$.

3. $y''(e^x + 1) + y' = 0$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' = \cos 4x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = \dfrac{15}{16}$, $y''(0) = 0$.

2. $y'' - y'e^y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Вариант 22.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $x\left(y''+(y')^2\right)=(y')^2-1.$ 2. $yy''+(y')^2=1.$

3. $2xy'y''=(y')^2-1.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''=arctg\ x,\ y(0)=1,\ y'(0)=1.$ 2. $yy''=(y')^2-(y')^3,\ y(1)=1,\ y'(1)=-1.$

Вариант 23.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $(1-x^2)y''+xy'=2.$ 2. $y^{(5)}=e^{3x}.$ 3. $y''+\dfrac{2}{1-y}(y')^2=0.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''=\dfrac{y'}{x}+\dfrac{x^2}{y'},\ y(2)=0,\ y'(2)=4.$ 2. $2y''=3y^2,\ y(-2)=1,\ y'(-2)=-1.$

Вариант 24.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $yy''-(y')^2=y^2y'.$ 2. $xy''=y'\ln\dfrac{y'}{x}.$ 3. $y'''=x\sin x.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^3y'y''+1=0,\ y(1)=1,\ y'(1)=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}.$ 2. $(1+x^2)y''=2xy,\ y(0)=1,\ y'(0)=1.$

Вариант 25.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $yy''-yy'\ln y=(y')^2.$ 2. $x(y''+1)+y'=0.$ 3. $y''=x^2-\dfrac{1}{1+x^2}.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''=xy'+y+1,\ y(0)=1,\ y'(0)=0.$

2. $2(y')^2=y''(y-1),\ y(1)=2,\ y'(1)=-1.$

19.5. Индивидуальное практическое задание 5

Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

Неоднородные ДУ со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов

Вариант 1.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $4y''-11y'+6y=0.$ 2. $4y''-4y'+y=0.$

3. $y''-2y'+37y=0.$ 4. $y'''+2y''+10y'=0.$

5. $y''+y'=2x-1.$ 6. $y''-8y'+17y=10e^{2x}.$

7. $y'''+3y''+2y'=1-x^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' + y' = 0$, $y(0) = 2,\ \ y'(0) = 0,\ \ y''(0) = -1.$

2. $y'' - 2y' + y = -12\cos 2x - 9\sin 2x,\ \ y(0) = -2,\ \ y'(0) = 0.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = 2x^2 + e^{2x}(2x\sin 3x + 4\cos 3x),\quad k_{1,2} = 2 \pm 3i.$$

Вариант 2.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $9y'' - 6y' + y = 0.$

2. $y'' + 12y' + 37y = 0.$

3. $y'' - 2y' = 0.$

4. $y^{(4)} + 18y'' + 81y = 0.$

5. $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x}\cos 2x.$

6. $y'' + y' - 6y = (6x + 1)e^{2x}.$

7. $y''' - y'' = 6x^2 + 3x.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(5)} - y' = 0,\ \ y(0) = 0,\ \ y'(0) = 1,\ \ y''(0) = 0,\ \ y'''(0) = 1,\ \ y^{(4)}(0) = 2.$

2. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65,\ \ y(0) = -1,\ \ y'(0) = 1.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = e^x(x^2 + 1) + e^x(x^2\sin 2x + x\cos 2x),\quad k_{1,2} = 1 \pm 2i.$$

Вариант 3.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $6y'' + 7y' - 3y = 0.$

2. $y'' + 12y' + 37y = 0.$

3. $4y'' - 4y' + y = 0.$

4. $y^{(4)} - 13y'' + 36y = 0.$

5. $y'' + 6y' + 13y = -75\sin 2x.$

6. $y'' - 4y = (-54x - 10)e^{2x}.$

7. $y''' - 3y'' = 6x + 5.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' + y' = 0,\ \ y(0) = 2,\ \ y'(0) = 0,\ \ y''(0) = -1.$

2. $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8.\ \ y(0) = 1,\ \ y'(0) = 3.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = xe^{-x}\cos 2x + x^2 + x + 1,\quad k_{1,2} = -1 \pm 2i,\quad k_3 = 1.$$

Вариант 4.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 8y' + 25y = 0.$

2. $y'' + 9y' = 0.$

3. $9y'' + 3y' - 2y = 0.$

4. $y^{(4)} - y = 0.$

5. $y'' + 2y' - 24y = 6\cos 3x - 33\sin 3x.$

6. $y'' + 2y' + y = (12x - 10)e^{x}.$

7. $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 12x^2 - 6x.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(5)} - y' = 0,\ \ y(0) = y''(0) = 0,\ \ y'(0) = y'''(0) = 1,\ \ y^{(4)}(0) = 2.$
2. $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12.\ \ y(0) = 0,\ \ \ y'(0) = 2.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = x\sin 4x - x^2\cos 4x - 3x + 4, \qquad k_{1,2} = \pm 4i, \quad k_3 = 2.$$

Вариант 5.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' - y = 0.$

2. $4y'' + 8y' - 5y = 0.$

3. $y'' - 6y' + 10y = 0.$

4. $y^{(4)} + 18y'' + 81y = 0.$

5. $y'' + y = -4\cos x - 2\sin x.$

6. $y'' + 4y' + 4y = 5x^2 - 32x + 5.$

7. $y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = x - 3.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' + 2y'' + 10y' = 0,\ \ \ y(0) = 2,\ \ y'(0) = y''(0) = 1.$
2. $y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x},\ \ y(0) = 3,\ \ y'(0) = 5.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = xe^{x}\sin x - x^2e^{x}\cos x + 2x^2 - 3, \qquad k_{1,2} = 1 \pm i, \quad k_3 = 2.$$

Вариант 6.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 6y' + 10y = 0.$

2. $y'' - 4y' + 4y = 0.$

3. $y'' - 5y' + 4y = 0.$

4. $y''' + y' = 0.$

5. $y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^2.$

6. $2y'' - 5y' + 2y = 4\cos 2x - 3\sin 2x.$

7. $y''' - y'' = 4x^2 - 3x + 2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(4)} + 10y'' + 9y = 0,\ \ y(0) = 0,\ \ y'(0) = 1,\ y''(0) = -1,\ \ \ y'''(0) = 0.$

2. $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}.\ \ \ y(0) = 1,\ \ y'(0) = 0.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=(x^2+1)e^{2x}\sin 3x+e^{-2x}(2x-1),\quad k_{1,2}=2\pm 3i,\quad k_3=2.\quad k_4=-2.$$

Вариант 7.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y''+5y=0.$
2. $9y''-6y'+y=0.$
3. $y''+6y'+8y=0.$
4. $y^{(4)}-2y'''+10y''=0.$
5. $y''-9y'+20y=126e^{-2x}.$
6. $y'''+y'=3x^2-2x+1.$
7. $y''+10y'+25y=40+52x-240x^2-200x^3.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(4)}+y''=0,\quad y(0)=y'(0)=0,\quad y''(0)=1,\quad y'''(0)=-1,$
2. $y''+2y'+5y=-8e^{-x}\sin 2x,\quad y(0)=2,\ y'(0)=6.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=3e^{3x}x\sin x-e^{x}x^2\cos 2x,\quad k_{1,2}=3\pm 2i,\ k_3=1.\ k_4=-1.$$

Вариант 8.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y''+10y=0.$
2. $y''-6y'+8y=0.$
3. $4y''+4y'+y=0.$
4. $y^{(4)}+18y''+81y=0.$
5. $9y''-6y'+y=4e^{x}.$
6. $y''+3y'=10-6x.$
7. $y'''-y''=6x^2+3x.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'''-2y''+y'=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0,\ y''(0)=-1,$
2. $y''+25y=e^{x}(\cos 5x-10\sin 5x)\qquad y(0)=3,\qquad y'(0)=-4.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=x^2\cos 3x+x\sin 3x-4e^{x},\qquad k_{1,2}=\pm 3i,\quad k_3=1.$$

Вариант 9.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 2y' + y = 0.$

2. $y'' + 6y' + 25y = 0.$

3. $y'' - 4y' = 0.$

4. $y^{(5)} - 9y''' = 0.$

5. $7y''' - y'' = 12x$

6. $y'' + 4y' + 4y = 6e^{-2x}.$

7. $y'' - 8y' + 12y = 36x^4 - 96x^3 + 24x^2 + 16x - 2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' - 7y'' + 6y' = 0,\ \ y(0) = 0,\ \ y'(0) = 0,\ \ y''(0) = -30,$

2. $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12)\sin x - 36x\cos x.\ \ y(0) = 4,\ \ y'(0) = 0.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = (1 - x)\sin 2x + (3 + x^2)e^{-x}, \qquad k_{1,2} = \pm 2i, \quad k_3 = -1.$$

Вариант 10.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' - 6y' + 13y = 0.$

2. $y'' - 2y' - 15y = 0.$

3. $y'' - 8y' = 0.$

4. $y^{(4)} + 5y'' + 4y = 0.$

5. $y'' + 2y' - 3y = e^x(12x^2 + 6x - 4).$

6. $4y^{(4)} - 4y' + y = 3\cos x + 5\sin x.$

7. $y^{(4)} + 4y''' + 4y'' = x - x^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(4)} + 10y'' + 9y = 0,\ \ y(0) = 1,\ \ y'(0) = 3,\ \ y''(0) = -9,\ \ y'''(0) = -27.$

2. $y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x},\ \ y(0) = 0,\ \ y'(0) = 6.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = e^{4x}(x + 2)\cos 2x + 2e^{3x}, \qquad k_{1,2} = 4 \pm 2i, \quad k_3 = 3.$$

Вариант 11.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' - 3y' - 18y = 0.$

2. $y'' - 6y' = 0.$

3. $y'' + 4y' + 5y = 0.$

4. $y^{(5)} - 6y^{(4)} + 9y''' = 0.$

5. $y'' + 5y' = 3e^{-5x}.$

6. $y'' - 6y' + 13y = 34e^{3x}\sin 2x.$

7. $y''' + y'' = 5x^2 - 1.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' - y'' - y' + y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 1,$
2. $y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = e^{2x} x \sin 7x + e^{-x} \cos 7x, \qquad k_{1,2} = 2 \pm 7i, \quad k_3 = -1.$$

Вариант 12.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 25y' = 0.$
2. $y'' - 10y' + 16y = 0.$
3. $y'' - 8y' + 16y = 0.$
4. $y''' + 2y'' + y' = 0.$
5. $y'' + 6y' + 9y = e^x(48x + 8).$
6. $y'' - 8y' + 20y = 16(\sin 2x - \cos 2x).$
7. $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 4x^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' - y'' = 0, \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(0) = -1,$

2 $y'' - y = (14 - 16x)e^{-x}. \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$

3).Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = x^2 + 3x + e^x(\sin x + x^2 \cos x), \qquad k_{1,2} = 1 \pm i, \quad k_3 = 3.$$

Вариант 13.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' - 3y' - 4y = 0.$
2. $y'' + 6y' + 13y = 0.$
3. $y'' + 2y' = 0.$
4. $y^{(4)} + 2y''' - 2y' - y = 0.$
5. $y'' - 2y' + y = 4xe^x.$
6. $y'' - 3y' + 2y = 3\cos x + 19\sin x.$
7. $3y^{(4)} + y''' = 6x - 1.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' - 4y'' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 4,$
2. $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=e^{2x}(x+1)\sin 2x+e^{-x}, \qquad k_{1,2}=2\pm 2i, \quad k_3=-1.$$

Вариант 14

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1 $y''-3y'=0.$

2. $y''-7y'-8y=0.$

3. $y''+4y'+13y=0.$

4. $y^{(5)}-6y^{(4)}+9y'''=0.$

5. $y''+6y'+10y=74e^{3x}.$

6. $y''-4y'=8-16x.$

7. $y'''-2y''=3x^2+x-4.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'''+3y''+2y'=0, \quad y(0)=y'(0)=0, \quad y''(0)=2,$
2. $y''-12y'+36y=32\cos 2x+24\sin 2x., \quad y(0)=2,, y'(0)=4.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=e^{-3x}x^2\cos x, \qquad k_{1,2}=-3\pm i, \quad k_3=1.$$

Вариант 15.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y''+6y'=0.$

2. $y''+6y'+9y=0.$

3. $y''+2y'+2y=0.$

4. $y^{(5)}-5y^{(4)}+6y'''=0.$

5. $y''+y=2\cos x-4\sin x.$

6. $y''+2y'+y=4x^3+24x^2+22x-4.$

7. $y^{(4)}+2y'''+y''=x^2+x+1.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'''+2y''+9y'+18y=0, \; y(0)=1, \; y'(0)=-3, \; y''(0)=-9,$
2. $y''-y'-20y=16xe^{2x}, \; y(0)=1, \; y'(0)=2.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=x^2e^{2x}+e^x\sin 2x, \qquad k_1=2, \quad k_{2,3}=1\pm i.$$

Вариант 16.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 25y = 0.$
2. $y'' + 10y' + 29y = 0.$
3. $y'' - 8y' + 7y = 0.$
4. $y^{(4)} - 8y'' + 7y = 0.$
5. $y'' - 6y' + 9y = x^2 + 3.$
6. $y'' - 2y' = (4x + 4)e^{2x}.$
7. $y^{(4)} - 2y''' + y'' = 2x(1 - x)$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' + y'' - 4y' - 4 = 0,\ \ y(0) = y'(0) = 0,\ \ y''(0) = 12,$
2. $y'' + 16y = e^x(\cos 4x - 8\sin 4x),\ \ y(0) = 0,\ y'(0) = 5.$

3). Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = e^{2x}\left(x\cos x + x^2 + 5\right), \qquad k_{1,2} = 2 \pm i,$$

Вариант 17.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' - 10y' + 21y = 0.$
2. $y'' - 2y' + 2y = 0.$
3. $y'' + 4y' = 0.$
4. $y^{(4)} - 25y = 0.$
5. $y'' - 3y' + 2y = e^x(2x - 1).$
6. $y'' - 6y' + 34y = 18\cos 5x + 60\sin 5x.$
7. $y^{(4)} - y''' = 5(x + 2)^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' - y'' + 4y' - 4y = 0,\ \ y(0) = -1,\ \ y'(0) = 0,\ \ y''(0) = -6,$
2. $y'' + 12y' + 36y = (2x^2 + 3)e^{6x},\ \ y(0) = 1,\ \ y'(0) = 0.$

3). Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = e^{-x}\left(x^2 + 2x\right) + x\cos 3x, \qquad k_{1,2} = -1 \pm 3i,$$

Вариант 18.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $2y'' + 3y' + y = 0.$
2. $y'' + 4y' + 8y = 0.$
3. $y'' - 6y' + 9y = 0.$
4. $y^{(5)} - 16y''' = 0.$
5. $y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}.$
6. $y'' - 2y' = 6 + 12x - 24x^2.$
7. $y^{(4)} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' - 13y'' + 12y' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 133,$
2. $y'' - 6y' + 25y = 9\sin 4x - 24\cos 4x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -2.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = e^{x}(\cos 2x - 3x\sin 2x) + e^{5x}, \quad k_{1,2} = 1 \pm 2i,$$

Вариант 19.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $9y'' + 6y' + y = 0.$
2. $y'' - 4y' - 21y = 0.$
3. $y'' + y' = 0.$
4. $y^{(4)} + 18y'' + 81y = 0.$
5. $y'' - 8y' + 16y = e^{4x}(3 + x).$
6. $y'' - 2y' - 8y = 12\sin 2x - 36\cos 2x.$
7. $y''' + y' = x^2 + x.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0, \quad y(0) = -2.5, \quad y'(0) = y''(0) = 0,$
2. $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$

*3)***.**Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = e^{-2x}\sin x + x^3 + 1, \qquad k_{1,2} = -2 \pm i,$$

Вариант 20.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 4y' + 20y = 0.$
2. $y'' - 3y' - 10y = 0.$
3. $y'' - 16y' = 0.$
4. $y^{(5)} - 16y' = 0.$
5. $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x}\cos 2x.$
6. $y'' + y' - 6y = (6x + 1)e^{2x}.$
7. $y''' - y'' = 6x^2 + 3x.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(5)} - 9y''' = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = y'''(0) = y^{(4)} = 0,$
2. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65,. \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=e^x\left(x^2+1\right)+e^x\left(x^2\sin 2x+x\cos 2x\right),\qquad k_{1,2}=1\pm 2i,$$

Вариант 21.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $4y''-8y'+3y=0.$
2. $y''-3y'=0.$
3. $y''-2y'+10y=0.$
4. $y^{(4)}-9y'''=0.$
5. $y''+y'=2x-1$
6. $y''-8y'+17y=10e^{2x}.$
7. $y'''+3y''+2y'=1-x^2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(4)}-2y'''+y''+6y'=0,\ \ y(0)=y'(0)=0,\ \ y''(0)=1,\ \ y'''(0)=2.$
2. $y''-2y'+y=-12\cos 2x-9\sin 2x.\ \ y(0)=-2,\ \ y'(0)=0.$

3). Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=2x^2+e^{2x}(2x\sin 3x+4\cos 3x),\qquad k_{1,2}=2\pm 3i,$$

Вариант 22.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y''-6y'+8y=0.$
2. $y''+4y'+5y=0.$
3. $y''+5y'=0.$
4. $y'''-3y'-2y=0.$
5. $y''+3y'-4y=6xe^{-x}.$
6. $4y''+3y'-y=11\cos x-7\sin x.$
7. $5y''+9y'-2y=x^3+2.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y'''+y''=0,\ \ y(0)=0,\ \ y'(0)=1,\ \ y''(0)=-1,$
2. $y''-4y'=8e^{2x},\ \ y(0)=1,\ \ y'(0)=-8.$

3). Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x)=(34x+13)e^{-x}+2x\cos x,\qquad k_1=-1,\qquad k_{2,3}=\pm i.$$

Вариант 23.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $4y''-11y'+6y=0.$
2. $4y''-4y'+y=0.$
3. $y''-2y'+37y=0.$
4. $y^{(4)}-13y''+36y=0.$

5. $y'' - 3y' - 4y = 6xe^{-x}$.

6. $y'' + y' = 5x$.

7. $y'' - 3y' + 2y = 2\sin x$.

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' + 2y'' + y' = 0, \ \ y(0) = 2, \ \ y'(0) = y''(0) = 1,$
2. $y'' - 2y' = 2e^x, \ \ y(0) = -1, \ \ y'(0) = 0.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = 5 + (4x\cos 3x - \sin 3x)e^x, \qquad k_{1,2} = 0, \qquad k_{3,4} = 1 \pm 3i.$$

Вариант 24.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' - 6y' + 8y = 0.$

2. $y'' + 4y' + 5y = 0.$

3. $y'' + 5y' = 0.$

4. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0.$

5. $y'' - 4y' + 4y = 3e^{2x}.$

6. $y'' + y = 2x^3 - x + 2.$

7. $y'' - 2y' + 5y = e^x \sin 2x.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y^{(5)} - y' = 0, \qquad y(0) = y''(0) = 0, \quad y'(0) = y'''(0) = 1, \quad y^{(4)}(0) = 2,$
2. $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6, \qquad y(0) = 1, \qquad y'(0) = 3{,}2.$

*3).*Записать структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции f(x) и по корням характеристического уравнения.

$$f(x) = 4e^{-3x} + 7 + (5x - 1)e^x, \qquad k_1 = -3, \qquad k_2 = 0.$$

Вариант 25.

1). Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. $y'' + 7y' = 0.$

2. $y'' - 5y' + 4y = 0.$

3. $y'' - 2y' + 10y = 0.$

4. $y^{(4)} = 8y'' - 16y.$

5. $y'' - 2y' + y = 6xe^x.$

6. $y'' - 9y = e^{3x}\cos x$..

7. $y'' + 4y' - 5y = 1.$

2). Найти частное решение дифференциальных уравнений

1. $y''' = -y', \ \ y(0) = 2, \ \ y'(0) = 0, \quad y''(0) = -1,$
2. $y'' - 6y' + 25y = 9\sin 4x - 24\cos 4x, \ \ y(0) = 2, \quad y'(0) = -2.$