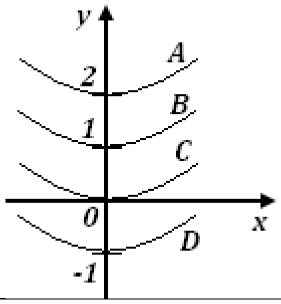
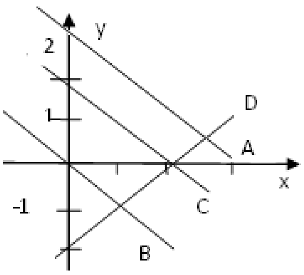
Контрольные задания по дифференциальным уравнениям

	Дифференциальные уравнения первого порядка	
1.1	Какое из уравнений не является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными	A) $x(y+1)dx-(x^2+1)dy=0$ B) $\frac{dy}{dx}=\frac{f_1(x)}{f_{2(y)}}$ C) $\frac{dy}{y}=ctgxdx$ D) $y\prime+p(x)y=g(x)$ E) $\frac{du}{dx}=\frac{1}{x}\cdot(\frac{u-u^2}{1-2u}-u)$
	Решение: $y\prime+p(x)y=g(x)$ −линейное	
1.2	Сколько общих решений имеет дифференциальное уравнение $x\cdot y\prime=y$	A) 1 B) 2 C) 100 D) 72 E) бесконечное множество
	Решение: Бесконечное множество	
1.3	Дано дифференциальное уравнение $y\prime=5+y$. Тогда его решением является функция	A) $y=e^{-x}+5$ B) $y=e^{-x}-5$ C) $y=e^{x}+5$ D) $y=e^{x}-5$
	Решение: $dy=(5+y)dx$; $\frac{dy}{5+y}=dx$; $ln\|5+y\|=x+c$; $5+y=e^{x+c}$ $y=e^{x+c}-5$	
1.4	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2}=xdx$ имеет вид	A) $-\frac{1}{y}=\frac{x^2}{2}+c$ B) $-\frac{1}{y}=x^2+c$ C) $y=\frac{x^2}{2}+c$ D) $\frac{1}{y}=\frac{x^2}{2}+c$
	Решение $\int\frac{dy}{y^2}=\int xdx$; $-\frac{1}{y}=\frac{x^2}{2}+c$	
1.5	Если y(x) – решение дифференциального уравнения $y\prime=\frac{y}{x}$; при y(1)=1, то y(2) равно? Введите правильный ответ Решение: $y\prime=\frac{y}{x}$; $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}$; $\frac{dy}{y}=\frac{dx}{x}$; $ln\|y\|=ln\|cx\|$; $y=cx$; $c=1$ $y=x$ $y(2)=2$	
1.6	Если y(x) – решение дифференциального уравнения $y\prime=\frac{y-1}{x-2}$; при y(1)= - 1, то y(1,5) равно? Введите правильный ответ **Решение:** $y\prime=\frac{y-1}{x-2}$; $\frac{dy}{dx}=\frac{y-1}{x-2}$; $\frac{dy}{y-1}=\frac{dx}{x-2}$;	

	$ln\|y-1\| = ln\|c(x-2)\|$; $y = c(x-2)+1$; $c = 2$ $y = 2x-3$ $y(1{,}5) = 0$	
1.7	Дифференциальное уравнение $y' - \frac{3y}{x} = x$ является	A) линейным неоднородным B) Бернулли C) однородным D) уравнением с разделяющимися переменными
	Решение: $y' + p(x) \cdot y = g(x)$ - линейное $y' - \frac{3}{x} \cdot y = x$ p(x)=$-\frac{3}{x}$	
1.8	Дифференциальное уравнение $y^2 \cdot y' + 2x - 1 = 0$ является	A) линейным неоднородным B) Бернулли C) однородным D) уравнением с разделяющимися переменными
	Решение: $y^2 \cdot y' + 2x - 1 = 0$ $y^2 \cdot y' = 1 - 2x$ $y^2 \cdot dy = (1-2x)dx$ - разделяющимися переменными	
1.9	Дифференциальное уравнение $x \cdot y' = y + x tg\frac{y}{x}$ является	A) линейным неоднородным B) Бернулли C) однородным D) уравнением с разделяющимися переменными
	Решение $x \cdot y' = y + x tg\frac{y}{x}$ $y' = \frac{y}{x} + tg\frac{y}{x}$ однородное	
1.10	Дифференциальное уравнение $y' - 2xy = (x+1)y^2$ является	A) линейным неоднородным B) Бернулли C) однородным D) уравнением с разделяющимися переменными
	Решение $y' + p(x) \cdot y = g(x) \cdot y^n$ $n \in R,$ $n \neq 0, n \neq 1$ $y' - 2xy = (x+1)y^2$ p(x)=- 2x $g(x) = x + 1$ Бернулли	
1.11	Среди дифференциальных уравнений уравнениями первого порядка являются :	A) $2x\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + y = 0$ B)$y^2\frac{dy}{dx} + x = 0$ C) $x^3y' + 8y - x + 5 = 0$ D) $x\frac{d^2y}{dx^2} + xy\frac{dy}{dx} + x^2 = y$
	Решение:	

	B) $y^2\frac{dy}{dx}+x=0$ C) $x^3y'+8y-x+5=0$	
1.12	Дифференциальное уравнение $(x^2y+\sqrt{x^2y^4+x^4y^2})\,dx-x^3dy=0$ является	A) линейным неоднородным B) Бернулли C) однородным D) уравнением с разделяющимися переменными
	Решение: $P(x.y)=x^2y+\sqrt{x^2y^4+x^4y^2}$ Q(x,y)=x^3 $P(\gamma x,\gamma y)=(x\gamma)^2\gamma y+\sqrt{(\gamma x)^2(\gamma y)^4+(\gamma x)^4(\gamma y)^2)}=\gamma^3x^2y+\gamma^3\sqrt{x^2y^4+x^4y^2)}=\gamma^3(x^2y+\sqrt{x^2y^4+x^4y^2})=\gamma^3P(x,y)$ $Q(\gamma x,\gamma y)=(\gamma x)^3=\gamma^3Q(x,y)$ P(x,y) и Q(x, y) –однородные функции одного порядка	
1.13	Дифференциальное уравнение $x^2+3x^2y^2+(2xy-y)y'=0$ является	A) линейным неоднородным B) Бернулли C) однородным D) уравнением с разделяющимися переменными
	Решение: $x^2+3x^2y^2+(2xy-y)y'=0$ $(3y^2+1)x^2+y(2x-1)y'=0$ $(3y^2+1)x^2dx+y(2x-1)dy=0$ $\frac{x^2dx}{2x-1}=-\frac{ydy}{3y^2+1}$ С разделяющимися переменными	
1.14	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2}=\frac{dx}{1+x^2}$ имеет вид	A) $-\frac{1}{y}=arctg\frac{1}{x}+c$ B) $-\frac{1}{y}=arctgx+c$ C) $\frac{1}{y}=-\ln(1+x^2)+c$ D) $\frac{1}{y}=\ln(1+x^2)+c$
	Решение: $\int\frac{dy}{y^2}=\int\frac{dx}{1+x^2}, -\frac{1}{y}=arctgx+c$	
1.15	Дифференциальное уравнение $y'-3xy=(x+1)y^2$ является	A) дифференциальным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами B) Бернулли C) линейным неоднородным дифференциальным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами D) уравнением 1-го порядка с разделяющимися переменными
	Решение $y'+p(x)\cdot y=q(x)\cdot y^n,\ n\in R,\ n\neq 0, n\neq 1$	

	$y' - 2xy = (x+1)y^2$, $p(x) = -2x$, $q(x) = x + 1$ Бернулли	
1.16	Общий интеграл дифференциального уравнения $(x^2\text{-}xy)y' + y^2=0$ имеет вид	A) $cy = e^{\frac{y}{x}}$ $c \neq 0$ B) $cxy = e^{\frac{y}{x}}$ C) $cy = e^y$ D) $y=cx^2$
	Решение $(x^2\text{-}xy)y' + y^2=0$ Применим подстановку $\frac{y}{x} = u$ $y = u \cdot x$ $y' = u'x + u$ $(x^2 - x^2u)(u'x + u) + (ux)^2 = 0$ $x^3u' - x^3u'u + x^2u - x^2u^2 + x^2u^2 = 0$ $x^3u'(1-u) + x^2u = 0$ $x^3(1-u)du + x^2udx = 0$ $\frac{(1-u)du}{u} = -\frac{dx}{x}$ $\int(\frac{1}{u} - 1)du = -\int\frac{dx}{x}$ $ln\lvert u\rvert - u = -ln\lvert x\rvert + C$ $u = ln\lvert Cux\rvert$ $ln\lvert Cy\rvert = \frac{y}{x}$ $Cy = e^{\frac{y}{x}}$ $C \neq 0$	
1.17	Какое из уравнений не является дифференциальным?	A) $f'(x) = c$ B)$y' = f(x)$ C) $2yy' = 1$ D) $y' + ye^x = tg3x$ E) $dy = x$
	Решение: $dy = x$	
1.18	Сколько частных решений имеет дифференциальное уравнение $x \cdot y'=y+x$	A) 1 B) 2 C) 100 D) 72 E) бесконечное множество
	Решение: Одно решение	
1.19	Частный интеграл дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x} + cos^2\frac{y}{x}$ для начального условия $y(1)= \frac{\pi}{3}$ имеет вид	A) $tg\frac{y}{x} = ln\lvert x\rvert+\sqrt{3}$ B) $tg\frac{y}{x} = ln\lvert x\rvert-\sqrt{3}$ C) $tg\frac{y}{x} = ln\lvert x\rvert+\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $ctg\frac{y}{x} = ln\lvert x\rvert+\sqrt{3}$
	Решение $y' = \frac{y}{x} + cos^2\frac{y}{x}$ Применим подстановку $\frac{y}{x} = u$ $y = u \cdot x$ $y' = u'x + u$ $u'x + u = u + cos^2u$ $xdu = cos^2udx$ $\frac{du}{cos^2u} = \frac{dx}{x}$ $tgu = ln\lvert x\rvert + c$ $tg\frac{y}{x} = ln\lvert x\rvert+c$ $tg\frac{\pi}{3} = c$ $c=\sqrt{3}$ $tg\frac{y}{x} = ln\lvert x\rvert+\sqrt{3}$	
1.20	Функция $y= \frac{2}{3}x^3$ является решением дифференциального уравнения	A) 0 B) 1 C) 2

	$y' = (3k-1)x^2$ при k равном:	D) 3
	Решение $y=\frac{2}{3}x^3$ $y' = 2x^2$ $2x^2 = (3k-1)x^2$ 2=3k-1 k=1	
1.21	Функция y= x^3 является решением дифференциального уравнения $y' = (k+1)x^2$ при k равном	A) 0 B) 1 C) 2 D) 3
	Решение y=x^3 $y' = 3x^2$ $3x^2 = (k+1)x^2$ 3=k+1 k=2	
1.22	Дано дифференциальное уравнение  $xy' = 2y$ при y(1) =1. Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения, имеет вид:	1 - C 2 - B 3 - A 4 – D
	Решение $xy' = 2y$ $xdy = 2ydx$ $\frac{dy}{y} = \frac{2dx}{x}$ $ln\|y\| = ln\|cx^2\|$ $y = cx^2$ $c = 1$ $y = x^2$	
1.23	Дано дифференциальное уравнение  $(x-2)y' = y$ при y(1) =1. Тогда интегральная кривая, которая определяет решение этого уравнения, имеет вид:	1 - C 2 - B 3 - A 4 – D
	Решение $(x-2)y' = y$ $(x-2)dy' = ydx$ $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x-2}$ $ln\|y\| = ln\|c(x-2)\|$ y-c(x-2) c=-1 y=2-x	
1.24	Из данных дифференциальных уравнений линейными неоднородными уравнениями первого порядка являются:	A) $\frac{dy}{dx} + 3x^2 + 2y = 0$ B) $\frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} - x^3y + xcosx = 0$ C) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^3}{x^3}+1$ D) $\frac{xdy}{dx} + 2y^2 = e^xy$
	Решение $y' + p(x) \cdot y = q(x)$ – линейное $\frac{dy}{dx} + 3x^2 + 2y = 0$ $\frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} - x^3y + xcosx = 0$	

1.25	Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются:	A) $\frac{dy}{dx}+3x^2+2y=0$ B) $y\frac{dy}{dx}-x^3y=0$ C) $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+y^3$ D) $\frac{xdy}{dx}+2y=e^xy^2$
	Решение Уравнение Бернулли имеет вид $y'+p(x)\cdot y=q(x)\cdot y^n,\ \ n\in R,\ n\neq 0, n\neq 1$ $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+y^3 \quad \frac{xdy}{dx}+2y=e^xy^2$	
1.26	Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются:	A) $\frac{dy}{dx}+3x^2+2y=0$ B)$\frac{1}{x}\cdot\frac{dy}{dx}-x^3y=0$ C) $\frac{dy}{dx}=\frac{y^3}{x^3}$ D) $\frac{xdy}{dx}=e^xy+1$
	Решение: Уравнение с разделяющимися переменными имеет вид $P_1(x)Q_1(y)dx+P_2(x)Q_2(y)dy=0$ $y'=f_1(x)\cdot f_2(y)$ $\frac{1}{x}\cdot\frac{dy}{dx}-x^3y=0 \qquad \frac{dy}{dx}=\frac{y^3}{x^3}$	
1.27	Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются:	A) $\frac{dy}{dx}+3x^2+2y=0$ B)$y^3\frac{dy}{dx}-x^3y=0$ C) $\frac{dy}{dx}=\frac{y^3}{x+1}+1$ D) $\frac{ydy}{dx}=\frac{x^2}{y^3+1}$
	Решение: Уравнение с разделяющимися переменными имеет вид $P_1(x)Q_1(y)dx+P_2(x)Q_2(y)dy=0$ $y'=f_1(x)\cdot f_2(y)$ $y^3\frac{dy}{dx}-x^3y=0 \quad \frac{ydy}{dx}=\frac{x^2}{y^3+1}$	
	Дифференциальные уравнения высших порядков	
2.1	Общее решение уравнения $y'''=x+2$ имеет вид	A) $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{6}x^3+\frac{c_1}{2}x^2+c_2x+c_3$ B) $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{c_1}{2}x^2+c_2x+c_3$ C) $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{3}x^3+c$ D) $y=x^4+x^3+c_1x^2+c_2x+c_3$
	Решение $y''=\frac{x^2}{2}+2x+c_1 \qquad y'=\frac{x^3}{6}+x^2+c_1x+c_2$ $y=\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{c_1}{2}x^2+c_2x+c_3$	
2.2	Общее решение уравнения $y'''=12x+8$ имеет вид	A) $y=\frac{1}{2}x^4+\frac{4}{3}x^3+\frac{c_1}{2}x^2+c_2x+c_3$

		B) $y = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{c_1}{2}x^2 + c_2x + c_3$ C) $y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + c$ D) $y = x^4 + x^3 + c_1x^2 + c_2x + c_3$
	Решение $y'' = 6x^2 + 8x + c_1$ $\quad y' = 2x^3 + 4x^2 + c_1x + c_2$ $y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{c_1}{2}x^2 + c_2x + c_3$	
2.3	Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$ Тогда его общее решение имеет вид:	A) $c_1e^{-2x} + c_2e^{x}$ B) $c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ C) $c_1e^{2x} + c_2e^{x}$ D) $c_1e^{-2x} + c_2e^{-x}$
	Решение: $y'' + y' - 2y = 0 \quad k^2 + k - 2 = 0 \quad k_1 = -2 \quad k_2 = 1 \quad y = c_1e^{-2x} + c_2e^{x}$	
2.4	Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' - 4y' + 3y = 0$. Тогда его общее решение имеет вид:	A) $c_1e^{-3x} + c_2e^{x}$ B) $c_1e^{3x} + c_2e^{-x}$ C) $c_1e^{3x} + c_2e^{x}$ D) $c_1e^{-3x} + c_2e^{-x}$
	Решение: $y'' - 4y' + 3y = 0 \quad k^2 - 4k + 3 = 0 \quad k_1 = 3 \quad k_2 = 1 \quad y = c_1e^{3x} + c_2e^{x}$	
2.5	Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' + 2y' + 5y = 0$. Тогда его общее решение имеет вид:	A) $c_1e^{-2x} + c_2e^{x}$ B) $c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ C) $e^{-x}(c_1cos2x - c_2sin2x)$ D) $e^{-x}(c_1cos2x + c_2sin2x)$
	Решение: $y'' + 2y' + 5y = 0 \quad k^2 + 2k + 5 = 0 \quad k_{1,2} = -1 \pm 2i$ $y = e^{-x}(c_1cos2x + c_2sin2x)$	
2.6	Если функция f(x) имеет вид: $f(x) = x \quad f(x) = x^2 + 1 \quad f(x) = e^{-x}$, то частное решение y^* неоднородного уравнения $y'' + 2y' + 5y = f(x)$ следует искать в виде:	A) $y^* = Ae^{-x}$ B) $y^* = Ax + B$ C) $y^* = Ax^2e^{-x}$ D) $y^* = Ax^2 + Bx + C$
	Решение: $y'' + 2y' + y = 0 \quad k^2 + 2k + 1 = 0 \quad k_1 = k_2 = -1$ $f(x) = x \quad => y^* = Ax + B$ $f(x) = x^2 + 1 \quad => y^* = Ax^2 + Bx + C$ $f(x) = e^{-x} \quad => \quad y^* = Ax^2e^{-x}$	
2.7	Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' - 4y' - 5y = 2e^{5x}$ общим видом частного решения является:	A) $c_0 + c_1x$ B) $c_0cos5x + c_1sin5x$ C) c_0xe^{5x} D) c_0e^{5x}
	Решение: $y'' - 4y' - 5y = 0 \quad k^2 - 4k - 5 = 0 \quad k_1 = 5 \quad k_2 = -1$ $y^* = c_0xe^{5x}$	
2.8	Дано линейное однородное	A) $y^* = Ae^{2x} + Be^{6x}$

	дифференциальное уравнение $y'' - 8y' + 12y = 2x^2 + 1$. Общим видом частного решения является:	B)$y^* = (Ae^{2x} + Be^{6x})(2x^2 + 1)$ C) $y^* = (Ax^2 + Bx + C)x$ D) $y^* = Ax^2 + Bx + C$
	Решение: $y'' - 8y' + 12y = 0$ $k^2 - 8k + 12 = 0$ $k_1 = 6$ $k_2 = 2$ $y^* = Ax^2 + Bx + C$	
2.9	Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' - 6y = x + 3$ по виду его правой части соответствует функция	A) $y^* = Ae^{3x} + Be^{-2x}$ B)$y^* = (Ax + B)e^{3x}$C) $y^* = Ax + B$ D) $y^* = Ax^2 + Bx$
	Решение: $y'' - y' - 6y = 0$ $k^2 - k - 6 = 0$ $k_1 = 3$ $k_2 = -2$ $y^* = Ax + B$	
2.10	Установить соответствие между дифференциальным уравнением и общим видом его частного решения: 1) $y'' - 4y' + 3y = 3x^2 + 4x + 1$ 2) $y'' - 4y' = 3x^2 + 4x + 1$ 3) $y'' + 2 = 3x^2 + 4x + 1$	A) $y^* = (Ax^2 + Bx + C)x$ B) $y^* = (Ax^2 + Bx + C)x^2$ C) $y^* = Ax^2 + Bx$ D) $y^* = (Ax^2 + Bx)x$ E) $y^* = Ax^2 + Bx + C$
	Решение: $y'' - 4y' + 3y = 0$ $k^2 - 4k + 3 = 0$ $k_1 = 3$ $k_2 = 1$ 1)→ E $y'' - 4y' = 0$ $k^2 - 4k = 0$ $k_1 = 0$ $k_2 = 4$ 2)→ A $y'' + 2 = 0$ $k^2 = 0$ 3)→ B	
2.11	Функция $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-x}$ является общим решением линейного однородного уравнения. Тогда его характеристическое уравнение имеет вид	A) $k^2 + k - 6 = 0$ B) $k^2 - k - 2 = 0$ C) $k^2 + k - 2 = 0$ D) $k^2 + 3k - 4 = 0$
	Решение: $k_1 = 2$ $k_2 = -1$ $k_1k_2 = -2$ $k_1 + k_2 = 1$ $k^2 - k - 2 = 0$	