Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт информационных технологий и анализа данных

наименование института

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 4
по дисциплине:

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

«Качество процессов регулирования»

Выполнил АСУб-20-2 шифр группы, подпись, Арбакова А.В. Фамилия И.О.

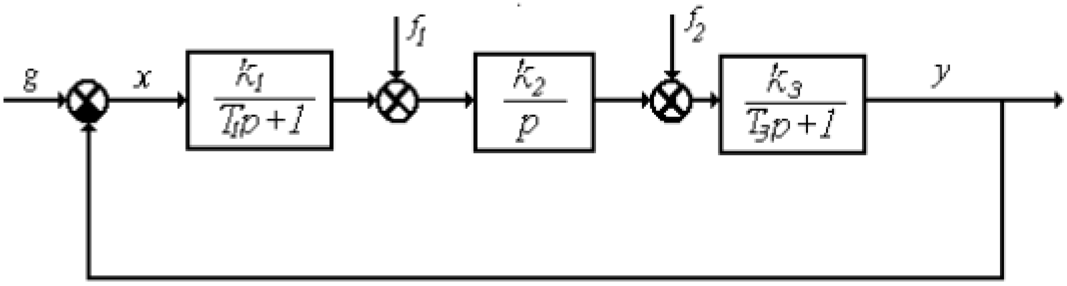
Проверил должность, подпись, Осипова Е.А. Фамилия И.О.

Иркутск 2022 г.

Цель работы: Ознакомление с показателями качества процессов, протекающих в автоматических системах; принцип суперпозиции в линейных автоматических системах; астатизм автоматических систем; точки приложения входных воздействий в автоматических системах.

Вариант: 4

1. Заданная структурная схема автоматической системы с заданными значениями параметров.



k1	3,25
k2	3,5
k3	1,3
T1	0,025
T3	0,1

2. Изложение процесса исследования заданной автоматической системы на устойчивость и результаты исследования.

Передаточная функция замкнутой автоматической системы имеет вид:

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{W_1(p) \times W_2(p) \times W_3(p)}{1 + W_1(p) \times W_2(p) \times W_3(p)}$$

для нашей системы примет следующий вид:

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{\frac{k_1}{(T_1 p + 1)} \times \frac{k_2}{(p)} \times \frac{k_3}{(T_3 p + 1)}}{1 + \frac{k_1}{(T_1 p + 1)} \times \frac{k_2}{(p)} \times \frac{k_3}{(T_3 p + 1)}} =$$

$$= \frac{\frac{k_1 k_2 k_3}{(T_1 T_3 p^3 + T_3 p^2 + T_1 p^2 + p)}}{\frac{T_1 T_3 p^3 + T_3 p^2 + T_1 p^2 + p + k_1 k_2 k_3}{(T_1 T_3 p^3 + T_3 p^2 + T_1 p^2 + p)}} =$$

$$= \frac{k_1 k_2 k_3}{T_1 T_3 p^3 + T_3 p^2 + T_1 p^2 + p + k_1 k_2 k_3} = $$
$$= \frac{k_1 k_2 k_3}{T_1 T_3 p^3 + (T_1 + T_3) p^2 + p + k_1 k_2 k_3}$$

Используя замену:

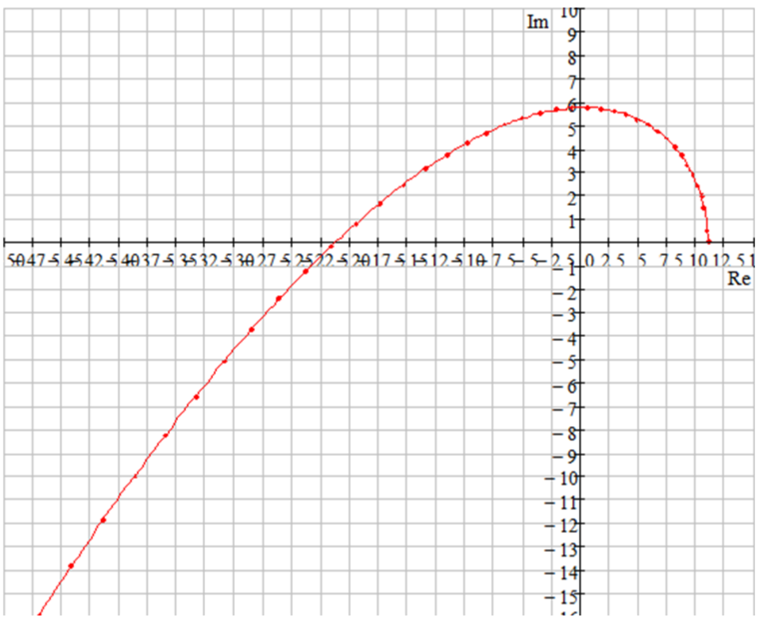
$$a_0 = T_1 T_3$$
$$a_1 = T_1 + T_3$$
$$a_2 = 1$$
$$a_3 = k_1 k_2 k_3$$

Получим:

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{k_1 k_2 k_3}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3} = $$

Исследуем систему на устойчивость с помощью критерия Михайлова:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3$$
$$p \to j\omega$$
$$a_0 j\omega^3 + a_1 j\omega^2 + a_2 j\omega + 1 + k$$
$$-a_0 j\omega^3 - a_1 j\omega^2 + a_2 j\omega + 1 + k$$
$$-a_1 \omega^2 + 1 + k + j(a_2 \omega - a_0 \omega^3)$$



По критерию Михайлова, чтобы система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы кривая Михайлова при изменении частоты ω от 0 до ∞, обходила только против часовой стрелки последовательно n квадрантов координатной плоскости.

Видим, что критерий Михайлова выполняется (кривая последовательно проходит 3 квадранта против часовой стрелки), а значит система устойчива.

3. Изложение процесса проверки выполнения (не выполнения) принципа суперпозиции в заданной автоматической системе и результаты проверки.

Одна из основных особенностей линейных систем заключается в том, что к ним применим принцип суперпозиции, в соответствии с которым реакция системы на совокупность возмущений определяется суммой реакций на каждое возмущение, прикладываемое к системе в рассматриваемый момент времени.

Принцип суперпозиции: $y(x) = x, y(0.5x) + y(0.5x) = x$

Принцип суперпозиции применим в линейных системах:

График для $g(t) = 1,\ \ f_1(t) = 0,\ \ f_2 = 0$

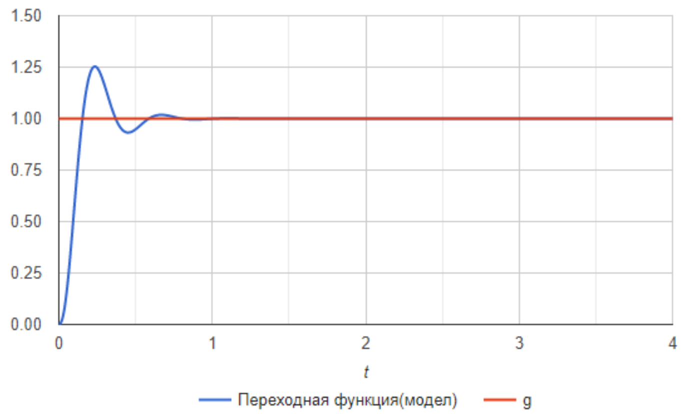
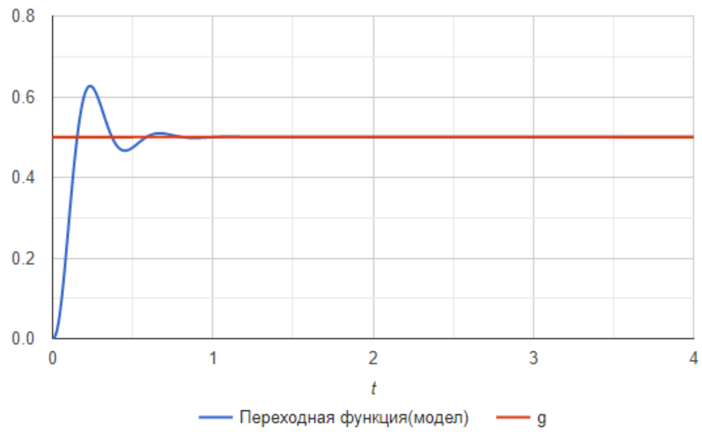


График для $g(t) = 0.5,\ \ f_1(t) = 0,\ \ f_2 = 0$



Из построенных выше графиков видим, что при изменении g(t) с 1 на 0.5, значение коэффициента на графике изменилось в 2 раза, отсюда следует, что принцип суперпозиции выполняется.

4. Вычисление значения интегральной оценки качества аналитическим путем и сравнение со значением этой же интегральной оценки качества, вычисленное путем моделирования автоматической системы.

$$I = \int_0^\infty x^2(t)dt = \int_0^\infty (h_{уст} - h(t))^2\, dt$$

$$W_{зам}(p) = \frac{k_1k_2k_3}{a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3}$$

$$H(p) = \frac{1}{p} \times W_{зам}(p) = \frac{k_1k_2k_3}{a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3} \times \frac{1}{p}$$

$$b_0 = 0 \qquad b_1 = 0 \qquad b_2 = 0 \qquad b_3 = k_1k_2k_3$$

$$a_0 = T_1T_3 \qquad a_1 = T_1 + T_3 \qquad a_2 = 1 \qquad a_3 = k_1k_2k_3$$

$$I = \frac{1}{2a_3^2\Delta}(B_0\Delta_0 + B_1\Delta_1 + B_2\Delta_2 + b_3b_2\Delta_0)$$

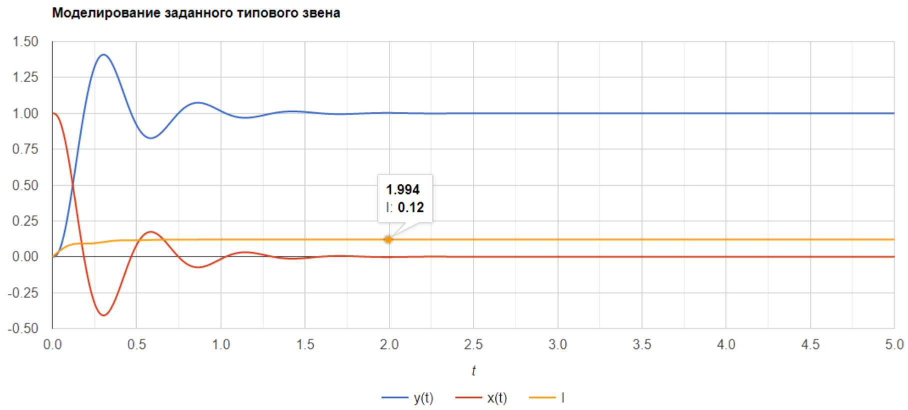
$$B_0 = b_3^2 = k_1^2k_2^2k_3^2 \qquad B_1 = b_2^2 - 2b_1b_3 = 0 \qquad B_2 = b_1^2 = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_3 & -a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & -a_0 \\ 0 & -a_3 & a_1 \end{vmatrix} = k_1k_2k_3(T_1 + T_3) - (k_1k_2k_3)^2(T_1T_3)$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_2 & -a_1 & 0 \\ a_3 & a_2 & -a_0 \\ 0 & -a_3 & a_1 \end{vmatrix} = T_1 + T_3 + k_1k_2k_3(T_1 + T_3)^2 - k_1k_2k_3T_1T_3$$

$$I = \frac{B_0\Delta_0}{2a_3^2\Delta} = \frac{\Delta_0}{2\Delta} = \frac{T_1 + T_3 + k_1k_2k_3(T_1 + T_3)^2 - k_1k_2k_3T_1T_3}{2(k_1k_2k_3(T_1 + T_3) - T_1T_3(k_1k_2k_3)^2)} =$$

$$= \frac{0.326775}{2.101} = 0.125599$$



Интегральная оценка, полученная при моделировании, равна 0.12, с долей погрешности равна оценке, полученной аналитически.

5. Доказательство того, что заданная автоматическая система обладает астатизмом первого порядка, но не обладает астатизмом второго, третьего порядков.

Система обладает астатизмом 0-порядка, если система, вынужденная ошибка которой в режиме отработки постоянного задающего воздействия пропорциональна величине этого воздействия.

$$W_{\text{замх}}(p) = 1 - W_{\text{замк}}(p)$$

$$W_{\text{замх}}(p) = \frac{1}{1 + W_p}$$

$$W_p(p) = W_1 W_2 W_3$$

$$W_{\text{замх}}(p) = \frac{(T_1 p + 1)p(T_3 p + 1)}{(T_1 p + 1)p(T_3 p + 1) + k_1 k_2 k_3}$$

$$C_0 = W_{\text{замх}}(p = 0) = \frac{0}{0 + k_1 k_2 k_3} = 0$$

$$x_{\text{уст}} \text{ при } t \to \infty \; g(t) = 1$$

$$x_{\text{уст}} = C_0 \times t = 0$$

Система обладает астатизмом 1 порядка.

Система обладает астатизмом 1-порядка, если система, вынужденная ошибка которой в режиме отработки постоянного задающего воздействия равна нулю, а при отработке линейно изменяющегося во времени задающего воздействия постоянна и пропорциональна.

$$\frac{dW_{\text{замх}}(p)}{dp} = \frac{k'(p)(v - u)}{v^2} = \frac{k'(p)(k_1 k_2 k_3 - 0)}{k_1 k_2 {k_3}^2}$$

$$K(p) = T_1 T_3 p^3 - (T_1 + T_3)p^2 + p + 1$$

$$k'(p) = 3T_1 T_3 p^2 + 2(T_1 + T_3)p + 1$$

$$D'(p) = 3T_1 T_3 p^2 + 2(T_1 + T_3)p + 1$$

$$C_1 = \frac{1}{k_1 k_2 k_3} = 0{,}0666 \neq 0$$

$$x_{\text{уст}} = C_0 \times t + C_1 \times 1 + \frac{C_2}{2!} \times 0 = C_1 = 0{,}066$$

Система не обладает астатизмом 2 порядка, следовательно, не обладает астатизмом 3 порядка.

$$x_{\text{уст}} = C_0 \times t^2 + C_1 \times 2t + \frac{C_2}{2!} \times 2 = 15{,}07$$

Система обладает астатизмом V-порядка, если система, вынужденная систематическая погрешность которой в режиме отработки воздействия, выраженного в виде полинома степени v от t, то есть воздействия, постоянна и пропорциональна.

6. Изложение процесса вычисления ошибки x(∞) и значения этой ошибки при g(t)=1(t) и g(t)=1(t)×t.

$$x_{уст} = C_0 g(t) + C_1 \frac{dg(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!}\frac{d^2 g(t)}{dt^2}$$
$$C_0 = W_{замх}(p = 0) = 0$$
$$C_1 = \frac{1}{k_1 k_2 k_3}$$
$$C_2 = \cdots$$
$$g'(t) = 1(t) + t\delta(t) \qquad \delta(t) = 0$$
$$x_{уст} = 0$$
$$g"(t) = \delta(t) + \delta(t) + \ t\delta'(t) \to 0$$
$$x_{уст} = 0 + \frac{1}{k_1 k_2 k_3} 1(t) = \frac{1}{k_1 k_2 k_3}$$
$$x_{уст} = 0{,}0909$$

7. Доказательство того, что при g(t)=1(t)×t² ошибка x(∞) ≠ const.

$$g(t) = 1(t)t^2$$
$$g'(t) = 2t1(t) + t^2\delta(t)$$
$$g"(t) = 2\,1(t) + 2t1(t) + 2t\delta'(t) + t^2\delta(t)$$
$$x_{уст} = \frac{1}{k_1 k_2 k_3} 2t + \frac{2C_2}{2!}$$

Система обладает астатизмом, если $\vec{x} = 0$

$$x_{уст} = C_0 g(t) + C_1 \frac{dg}{dt} + \frac{C_2}{2!}\frac{d^2 g}{dt^2}$$

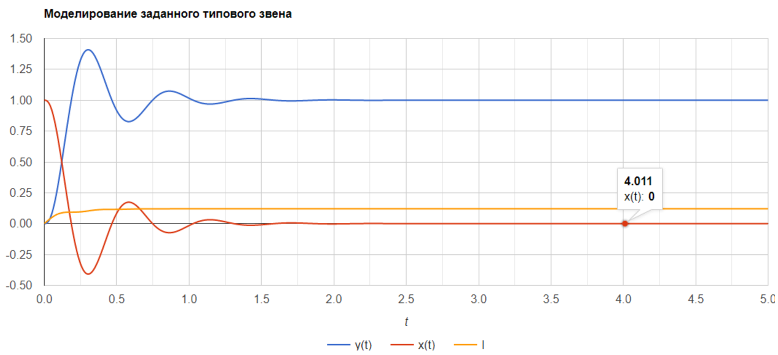
при $g(t) = 1(t) \times t^2$

$$x_{уст} = C_0 t^2 + 2C_1 t + 2C_2 = 2C_1 t + 2C_2$$

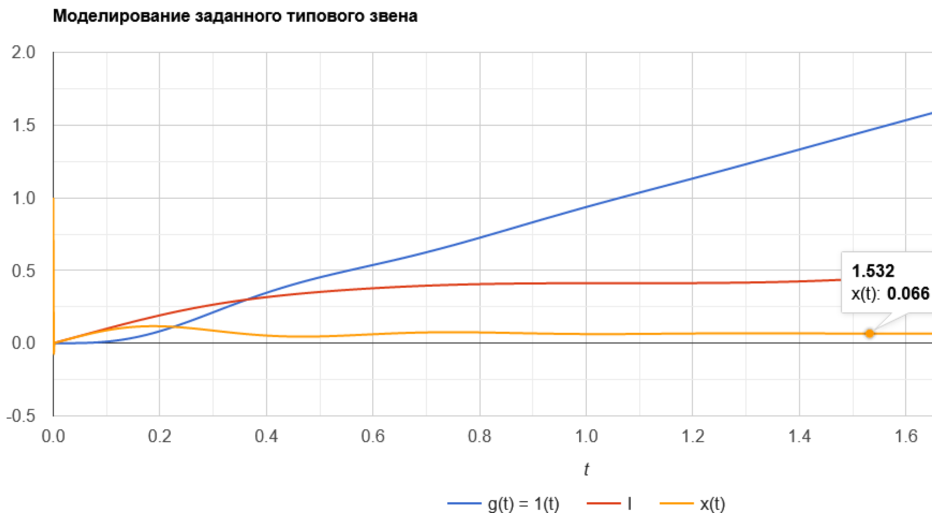
Видим, что при коэффициенте C_1 стоит t, значит ошибка зависит от времени.

8. Результаты моделирования заданной автоматической системы при задающем воздействии g(t)=1(t); g(t)=1(t)×t; g(t)=1(t)×t².

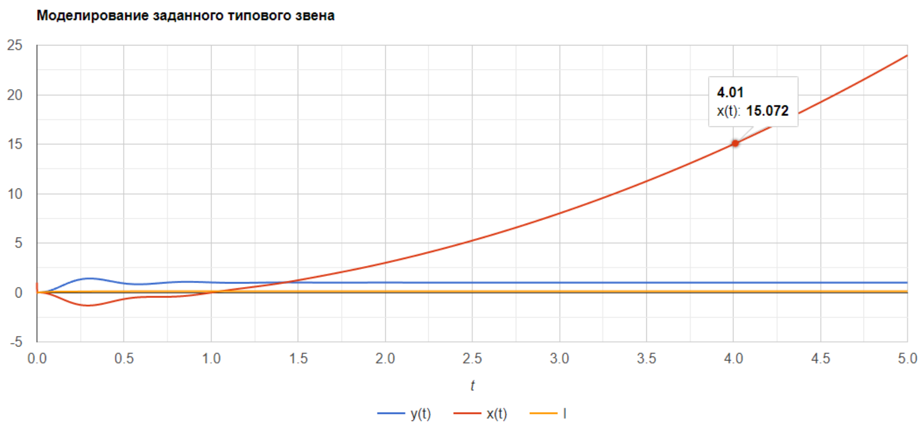
g(t)=1(t)



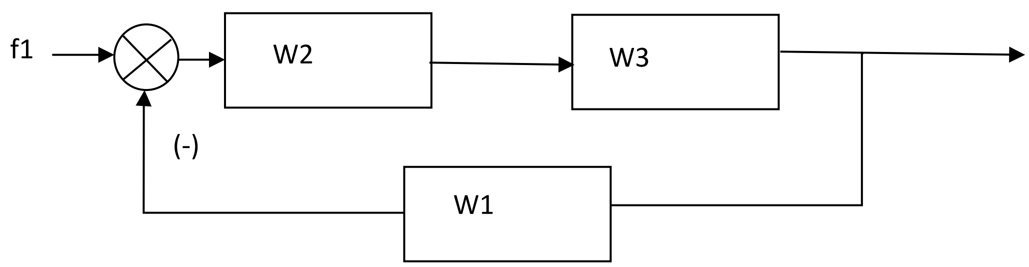
g(t)=1(t)×t



g(t)=1(t)×t ^{2}

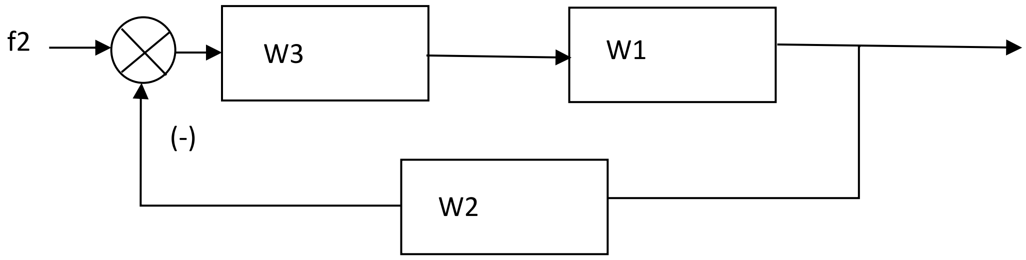


9. Изложение доказательства того, что в заданной автоматической системе характер переходного процесса зависит от точки приложения входного воздействия. В основе приложения должен лежать аналитический подход.



$$W_з(p) = \frac{W_2 W_3}{1 + W_1 W_2 W_3} = \frac{k_2 k_3 (T_1 p + 1)}{(T_1 p + 1) p (T_3 p + 1) + k_1 k_2 k_3}$$

$$y_{уст} = \frac{b_0}{a_0} = \frac{k_2 k_3}{k_1 k_2 k_3} = \frac{1}{k_1} = 0{,}3077 \neq 1$$

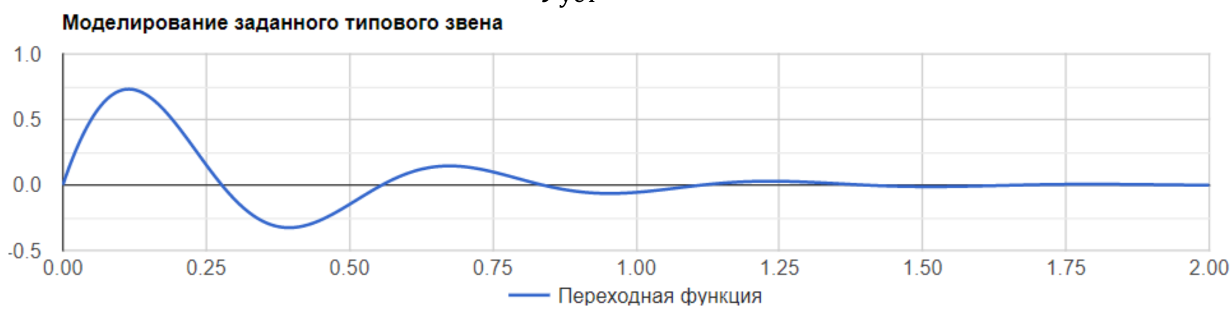


$$W_{\text{з}}(p) = \frac{W_1 W_3}{1 + W_1 W_2 W_3} = \frac{k_1 k_3 p}{(T_1 p + 1) p (T_3 p + 1) + k_1 k_2 k_3}$$

$$y_{\text{уст}} = \frac{b_0}{a_0} = \frac{0}{k_1 k_2 k_3} = 0 \neq 1$$

10. Результаты моделирования, подтверждающие доказательство предыдущего пункта 9.

$$y_{\text{уст}} = 0{,}308$$



$$y_{\text{уст}} = 0$$

11. Зависимости

$$\Delta_{\boldsymbol{cm}}\left(\frac{\boldsymbol{k_1}}{\boldsymbol{k_{1\text{зад}}}}\right), \qquad \boldsymbol{t_p}\left(\frac{\boldsymbol{k_1}}{\boldsymbol{k_{1\text{зад}}}}\right),$$

$$\boldsymbol{t_{\text{н}}}\left(\frac{\boldsymbol{k_1}}{\boldsymbol{k_{1\text{зад}}}}\right), \boldsymbol{\sigma}\left(\frac{\boldsymbol{k_1}}{\boldsymbol{k_{1\text{зад}}}}\right), \Delta_{\boldsymbol{cm}}\left(\frac{\boldsymbol{T_3}}{\boldsymbol{T_{3\text{зад}}}}\right), \boldsymbol{t_p}\left(\frac{\boldsymbol{T_3}}{\boldsymbol{T_{3\text{зад}}}}\right), \boldsymbol{t_{\text{н}}}\left(\frac{\boldsymbol{T_3}}{\boldsymbol{T_{3\text{зад}}}}\right), \boldsymbol{\sigma}(\frac{\boldsymbol{T_3}}{\boldsymbol{T_{3\text{зад}}}})$$

t_p – время регулирования
t_n – время нарастания
$\Delta_{\text{ст}}$ – статическая погрешность
σ – перерегулирование

$$W_з = \frac{W_1W_2W_3}{1 + W_1W_2W_3} = \frac{k_1k_2k_3}{(T_1p + 1)p(T_3p + 1) + k_1k_2k_3}$$

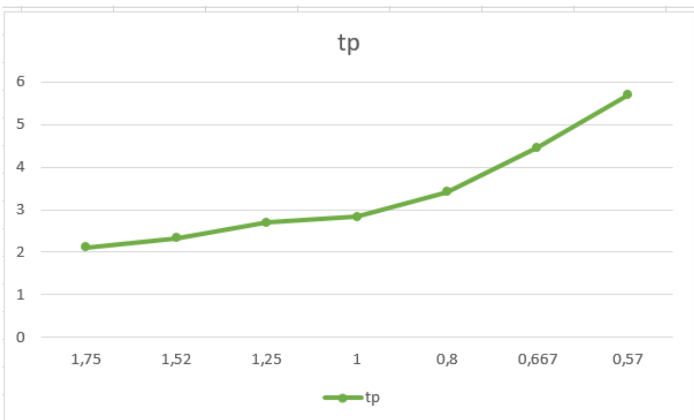
$$y_{\text{уст}} = \frac{b_0}{a_0} = \frac{k_1k_2k_3}{k_1k_2k_3} = 1$$

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{|y_{\text{уст}} - g(t)|}{g(t)} = 0$$

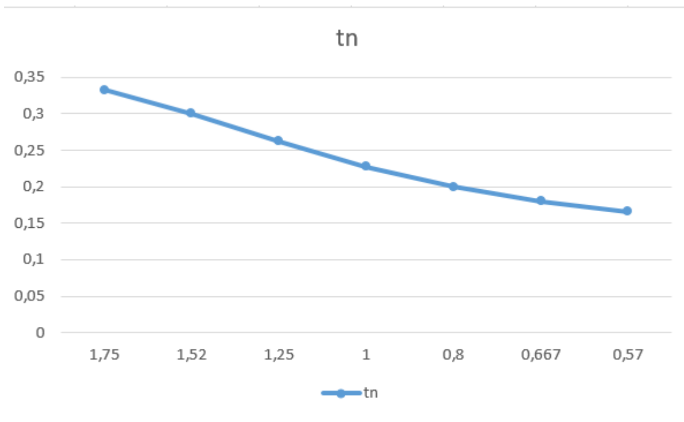
$\Delta_{\text{ст}}$ никак неизменится, даже если мы будем менять k_1 или T_3.

k1:

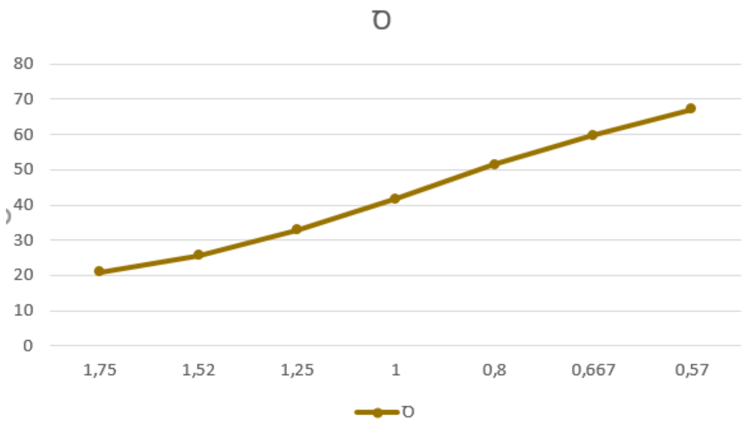
$$t_p\left(\frac{k_1}{k_{1\text{зад}}}\right)$$



$$t_n\left(\frac{k_1}{k_{1\text{зад}}}\right)$$

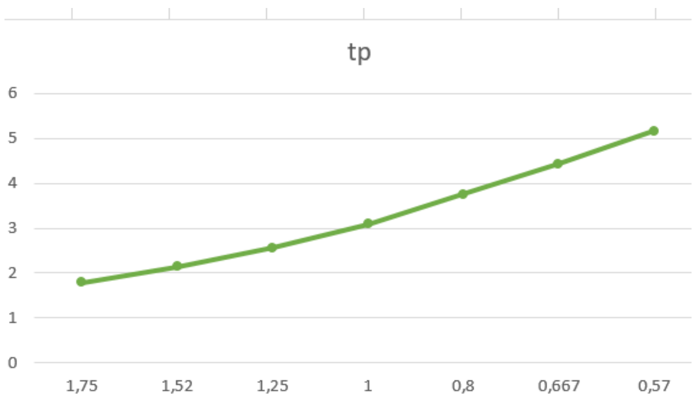


$$\sigma\left(\frac{k_1}{k_{1зад}}\right) = \left(\frac{y_{max} - y_{уст}}{y_{уст}}\right)100\%$$

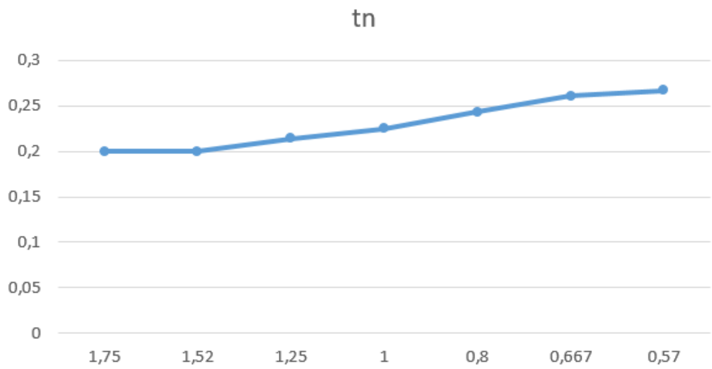


t3:

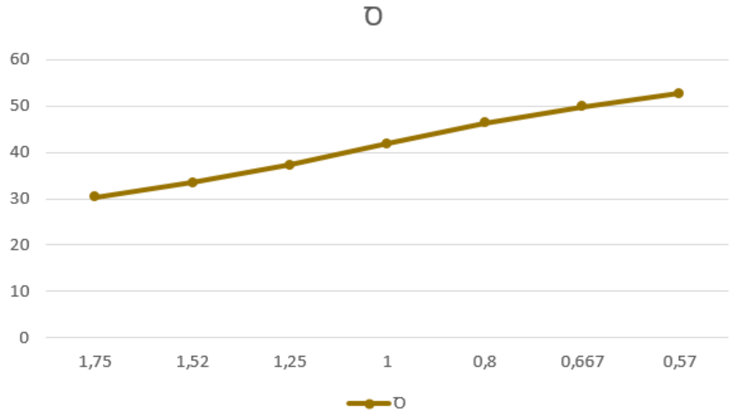
$$t_p\left(\frac{t_3}{t_{3зад}}\right)$$



$$t_n\left(\frac{t_3}{t_{3зад}}\right)$$



$$\sigma\left(\frac{t_3}{t_{3зад}}\right) = \left(\frac{y_{max} - y_{уст}}{y_{уст}}\right)100\%$$



12. Объяснения характера построенных зависимостей в предыдущем пункте 11.

Так как система обладает астатизмом 1-го порядка, статическая погрешность $\Delta_{ст}$ никак не изменится, даже если мы будем менять коэффициент усиления k_1 или постоянную времени T_3 .

Однако, при увеличении коэффициент усиления k_1, увеличивается время регулирования t_p и перерегулирование σ, а время нарастания t_n уменьшается.

При увеличении постоянной времени T_3 ,отвечающая за инерционность системы, поэтому время регулирования t_p, время нарастания t_n и перерегулирование σ увеличиваются.

13. Листинг

```
<script type="text/javascript" src="https://www.gstatic.com/charts/loader.js"></script>
<script type="text/javascript">google.charts.load('current', {'packages':['corechart']});
google.charts.setOnLoadCallback(drawChart);
function drawChart(){
var dt=0.001;
var T1= 0.025;

<script type="text/javascript" src="https://www.gstatic.com/charts/loader.js"></script>
<script type="text/javascript">google.charts.load('current', {'packages':['corechart']});
google.charts.setOnLoadCallback(drawChart);
function drawChart(){
var dt=0.001;
var T1= 0.025;
var T3= 0.1;
var K1= 3.25;
```

```
var K2= 3.5;
var K3= 1.3;
var k11,k12,k13,k14;
var z11;
var z12;
var z1;
var I, hb, lb, dct;

var x1,y01, y1, y11, y12, t,ymax,perereg;
var g1 = 1, f1 = 0, f2 = 0;//koc = 0.889;
y01=0;y1=0; y11=0; y12=0; ymax=0;perereg=0;
z11=0;
z12=0;
z1=0;
I=0; hb=1.05; lb=0.95;dct=1;
var err =g1;

t=0;
var A=new Array(['t', 'y(t)','x(t)','I']);//, 'I','+погрешность','-погрешность', 'dct'
var i=1;
while(t < 5){
A[i]=[t,y1,err,I];//,I, hb, lb, dct

/////////////////////////////////////////////////////////////1
if (y1 > ymax){
	ymax=y1;}

g1=1;
x1=g1-y01;

k11=dt*(K1/T1*x1-1/T1*y11);
k12=dt*(K1/T1*x1-1/T1*(y11 + k11/2));
k13=dt*(K1/T1*x1-1/T1*(y11 + k12/2));
k14=dt*(K1/T1*x1-1/T1*(y11 + k13));
z11=z11+1/6*(k11 + 2*k12 + 2*k13 + k14);
y11=z11 ;

k11=dt*(K2*(y11 + f1));//-y12);
k12=dt*(K2*(y11 + f1));//-(y12 + k11/2));
k13=dt*(K2*(y11 + f1));//-(y12 + k12/2));
k14=dt*(K2*(y11 + f1));//-(y12 + k13));
z12=z12+1/6*(k11 + 2*k12 + 2*k13 + k14);
y12=z12 ;

k11=dt*(K3/T3*(y12 + f2)-1/T3*y1);
```

```
k12=dt*(K3/T3*(y12 + f2)-1/T3*(y1 + k11/2));
k13=dt*(K3/T3*(y12 + f2)-1/T3*(y1 + k12/2));
k14=dt*(K3/T3*(y12 + f2)-1/T3*(y1 + k13));
z1=z1+1/6*(k11 + 2*k12 + 2*k13 + k14);
y1=z1 ;
y01=y1;

//dct=Math.abs(y1 - 1)/1;
//I=Math.abs(1 - y1);
I = I + dt*(1-y1)*(1-y1);
err=1-y01;
//I = I + Math.sqrt(Math.abs(0.9-y1))*dt;

t=t+dt;
i++;
}
//perereg=(ymax - 1)/1*100;
//alert(perereg);
var data = google.visualization.arrayToDataTable(A);
var options = {
title: 'Моделирование заданного типового звена',
curveType: 'function',
hAxis: {
title: 't'
},
vAxis: {
title: 'h(t), w(t), g(t)'
},
legend: { position: 'bottom' }
};
var chart = new google.visualization.LineChart(document.getElementById('curve_chart2'));
chart.draw(data, options);
}
</script>
<div id="curve_chart2" style="width: 1400px; height: 550px"></div>
```