Практикум по теории вероятностей

Содержание

Задача 1
Комбинаторика

1. Сколько существует трехзначных чисел с разными цифрами?

2. На группу из 25 человек выделены 3 пригласительных билета на вечер. Сколькими способами они могут быть распределены (не более 1 билета на человека).

3. Менеджер рассматривает кандидатуры 5 человек, подавших заявление о приеме на работу. Сколько существует способов приглашения кандидатов на собеседование в случайном порядке?

4. Шестнадцать человек при встрече обмениваются рукопожатиями. Сколько рукопожатий будет сделано?

5. Сколькими способами можно из бригады в 7 человек выбрать бригадира и мастера?

6. В газете 10 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить 4 фотографии. Сколькими способами это можно сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?

7. Имеются 7 билетов. Три билета в один театр и четыре в другой. Сколькими способами они могут быть распределены между студентами группы в 25 человек? Предполагается, что каждому достанется не более одного билета и все билеты в один театр равноценны.

8. Сколько различных шестизначных чисел можно записать с помощью цифр 2, 2, 2, 3, 3, 3?

9. Из полной колоды карт (52 листа) вынимают одновременно две карты. Сколькими способами это можно сделать?

10. Есть 3 билета в различные театры. Сколькими способами они могут быть распределены среди 25 студентов группы, если каждый может получить лишь один билет?

11. Сколько различных перестановок букв можно сделать в словах: случай, талант?

12. Правление коммерческого банка выбирает из девяти кандидатов трех человек на: а) различные должности; б) одну должность. Сколькими способами это можно сделать?

13. В студенческой столовой имеется 3 первых блюда, 4 вторых блюда и 4 третьих блюда. Сколькими способами можно составить из них полный обед?

14. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал шести различных цветов? Этот же вопрос, если одна из полос должна быть белой?

15. В тарелке с фруктами 6 яблок, 4 груши и 5 бананов. Сколькими способами можно осуществить выбор одного фрукта? Сколькими способами можно выбрать один банан и одну грушу?

16. Сколькими способами можно распределить 7 пассажиров лифта по четырем этажам?

17. Восемь команд участвуют в розыгрыше первенства по хоккею с шайбой. Две команды, занявшие последние места, выбывают из участия в следующем таком же первенстве. Сколько различных вариантов результата первенства может быть, если учитывать только положения первых трех и последних двух команд?

18. Четверо студентов сдают экзамен. Сколькими способами могут быть поставлены им оценки, если известно, все они экзамен сдадут?

19. Имеется 9 белых и 6 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать 7 шаров, чтобы среди них было 5 черных?

20. Сколько различных перестановок букв можно сделать в словах: замок, набат, топот?

21. Группу из 15 человек требуется разбить на три подгруппы, в первой из которых должно быть шесть человек, во второй – пять человек, в третьей – четыре человека. Скольким числом способов это можно сделать?

22. В гостинице 10 комнат, каждая из которых может вместить четырех человек. Сколько существует вариантов размещения, прибывших четырех гостей.

23. В магазине имеется 6 видов тортов. Покупатель выбил чек на два торта. Считая что, любой набор равновозможен, определить число различных наборов.

24. Сколько можно образовать различных инициалов, используя 27 букв алфавита, если каждый человек имеет одну фамилию, имя и отчество?

25. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 4, 6, 9 если:

а) цифры не повторяются;

б) цифры могут повторяться.

26. В цветочном киоске 7 видов цветов. Сколькими способами можно составить букет, содержащий три цветка?

27. Группа туристов, состоящая из 5 юношей и 3 девушек выбирает по жребию троих дежурных. Сколько существует способов при которых дежурить будут: а) только юноши; б) одна девушка и двое юношей.

28. Каждого из пяти студентов можно направить для прохождения практики на одно из трех предприятий. Сколькими различными способами это можно осуществить?

29. Семь яблок и три апельсина надо положить в два пакета так, чтобы в каждом пакете был хотя бы один апельсин и чтобы количество фруктов в них было одинаковым. Сколькими способами это можно сделать?

30. Из лаборатории, в которой работает 20 человек, 5 сотрудников должны уехать в командировку. Сколько может быть различных составов этой группы, если начальник лаборатории, его заместитель и главный инженер одновременно уезжать не должны?

Задача 2

Классическая схема теории вероятностей

1. Преподаватель предлагает каждому их трех студентов задумать любое число от одного до десяти. Считая, что выбор каждым студентом любого числа из данных равновозможен, найти вероятность того, что у кого-нибудь из них задуманные числа совпадут.

2. В группе из 15 человек сем студентов не сделали задания по математике. Преподаватель опрашивает пять человек. Найти вероятность того, что преподаватель вызовет двух человек из числа не сделавших домашнее задание.

3. Гость, рассматривая книги на полке, случайно уронил 5 стоящих подряд книг. Какова вероятность того, что ему удастся поставить книги в прежнем порядке?

4. Студентка входит вместе с шестью студентами в лифт на первом этаже восьмиэтажного учебного корпуса. Хотя все студенты до этого времени не были знакомы и направлялись каждый по своим делам, девушка заметила, что вместе с ней на ее этаже вышел юноша. Следует ли ей рассматривать это как нечто большее, чем случайность?

5. Ребенок играет с десятью буквами разрезной азбуки А, А, А, Е, И, К, М, М, Т, Т. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд он получит слово МАТЕМАТИКА?

6. В коробке находится шесть одинаковых по форме и близких по диаметру сверл. Сверла извлекаются из коробки случайным образом. Какова вероятность того, что сверла появятся в порядке возрастания их диаметра?

7. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 наугад составляется пятизначное число (без повторяющихся цифр). Какова вероятность того, что составленное число будет четным?

8. Компания из 10 человек, среди которых находятся А и В наугад рассаживается с одной стороны прямоугольного стола. Какова вероятность того, что между А и В окажутся ровно: а) три человека; б) пять человек; в) А и В будут рядом?

9. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошло 4 человека. Чему равна вероятность того, что на каком-нибудь этаже выйдет не менее двух из них?

10. Шесть человек садятся в поезд, состоящий из десяти вагонов, причем каждый из них выбирает вагон наудачу. Какова вероятность того, что: а) все они окажутся в одном вагоне; б) в разных вагонах?

11. В магазин поступило 30 холодильников, 5 из которых имеют заводской дефект. Покупатель приобрел один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?

12. Из 20 акционерных обществ 4 являются банкротами. Гражданин приобрел по одной акции шести обществ. Какова вероятность того, что среди купленных акций две окажутся акциями банкротов?

13. На станцию прибыли 10 вагонов разной продукции. Вагоны помечены номерами от 1 до 10. Найти вероятность того, что среди пяти выбранных для контрольного вскрытия вагонов, окажутся вагоны с номерами 2 и 5.

14. Из урны, содержащей 5 белых, 6 красных и 9 черных шаров наудачу извлекли 2 шара. Какова вероятность того, что будут извлечены одноцветные шары?

15. В студенческой группе 24 человека, из них 12 юношей и 12 девушек. Для проведения лабораторных работ по информатике группа случайным образом разбивается на две подгруппы по 12 человек в каждой. Найти вероятность того, что в каждой подгруппе юношей и девушек будет поровну.

16. На группу из 15 человек предоставлено для производственной практики 6 мест на рудник №1, 5 мест на рудник №2 и 4 места на рудник №3. Какова веро-

ятность того, что при случайном распределении мест три неразлучных друга из этой группы попадут на практику на один рудник?

17. Какова вероятность того, что при произвольной раскладке букв А, А, А, А, А, Б, Б, Д, К, Р, Р образуется слово АБРАКАДАБРА?

18. Из ста занумерованных карточек {1, 2,…100} наугад выбирается одна карточка. Какова вероятность того, что ее номер содержит а) цифру 0; б) цифру 5.

19. Написано три письма и к ним подписано три конверта. Затем письма наугад вложены в конверты и отправлены по почте. Какова вероятность того, что по назначению: а) не попадет ни одно письмо; б) попадет ровно одно письмо; в) попадут ровно два письма?

20. Компания из 10 человек, среди которых находятся А и В наугад рассаживается за круглым столом. Какова вероятность того, что А и В окажутся друг против друга?

21. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 наугад составляется трехзначное число (без повторяющихся цифр). Какова вероятность того, что это число будет четным?

22. Какова вероятность того, что при шести бросаниях игральной кости выпадет каждая из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6?

23. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли восемь человек. Какова вероятность того, что (при отсутствии других пользователей) лифт, поднимаясь вверх, проскочит какой-нибудь этаж?

24. Второго сентября на втором курсе одного из факультетов запланировано по расписанию три лекции по разным предметам. Всего на втором курсе изучается 10 предметов. Студент, не успевший ознакомиться с расписанием пытается его угадать. Какова вероятность успеха в данном эксперименте, если считать, что любое расписание из трех предметов равновозможно?

25. При наборе телефонного номера абонент помнит только первые четыре цифры, остальные две забыл, но знает, что они: 1) различные, 2) различные и нечетные, 3) одинаковые, 4) ничего о них не помнит. Какова вероятность того, что набрав их наудачу, он получит нужный номер?

26. Десять вариантов контрольной работы тщательно перемешаны и распределены между восемью студентами, сидящими в одном ряду. Найти вероятность того, что выданными окажутся первые восемь вариантов.

27. Из 60 вопросов, включенных в экзамен, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что из предложенных ему трех вопросов он знает два?

28. Из 5 видов открыток, имеющихся в автомате, наудачу выбираются три открытки. Какова вероятность того, что все отобранные открытки будут разные?

29. В лотерее 100 билетов, из них 40 выигрышных. Какова вероятность того, что один из взятых наудачу трех билетов окажется выигрышным?

30. В кондитерской имеется 7 видов пирожных. Покупатель выбил чек на 4 пирожных. Считая, что любой заказываемый набор пирожных равновозможен, вычислить вероятность того, что покупатель заказал: а) пирожные одного вида; б) пирожные разных видов?

Задача 3

Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий

1. Вероятность того, что станок-автомат изготовит годное изделие, равна 0,8. Вероятность того, что брак будет обнаружен контролером, равна 0,85. Найти вероятность того, что заготовка, поступившая на станок-автомат, в конце-концов будет выброшена контролером как брак.

2. Из 100 студентов английский язык знают 28 студентов, немецкий – 30, французский – 42, английский и немецкий – 8, английский и французский – 10, немецкий и французский – 5, все три языка знают 3 студента. Из аудитории вышел студент. Какова вероятность того, что он не знает ни одного языка?

3. Для сигнализации о пожаре установлены два независимо действующих сигнализатора, один из которых срабатывает с вероятностью 0,95, а второй – с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что в случае пожара: а) сработают оба сигнализатора; б) хоть один сработает; в) ровно один сработает.

4. Для некоторой местности среднее число ясных дней в июле 25. Найти вероятность того, что первого и второго июля будет пасмурная погода.

5. Мастер, имея 10 деталей, из которых 3 нестандартных, берет и проверяет их одну за другой, пока ему не попадается стандартная. Какова вероятность того, что он проверит: а) ровно 2 детали; б) не менее двух деталей.

6. На обувной фабрике в отдельных цехах производят каблуки, подметки и верхи ботинок. Дефектными оказываются 1% каблуков, 4% подметок и 5% верхов. Произведенные каблуки, подметки и верхи случайным образом соединяются в цехе, где шьются ботинки. Какой процент пар обуви будет испорчен?

7. Вероятность того, что интересующая студента книга есть в учебном фонде равна 0,5. Вероятность того, что она есть в научном фонде, равна 0,9. Из обоих

фондов 40% книг выдано на руки студентам. Найти вероятность того, что студент получит нужную ему книгу.

8. Вероятность безотказной работы автомобиля 0,9. Автомобиль перед выходом на линию осматривается двумя механиками. Вероятность того, что первый механик обнаружит неисправность в автомобиле равна 0,8, а второй – 0,9. Если хотя бы один механик обнаружит неисправность то, автомобиль отправляется в ремонт. Найти вероятность того, что: а) автомобиль будет выпущен на линию; б) автомобиль не будет выпущен на линию.

9. В группе 25 студентов, из них 10 юношей и 15 девушек. Какова вероятность того, что из вызванных наудачу трех студентов: а) все три девушки; б) первые две девушки, третий – юноша; в) все три юноши?

10. Три стрелка, попадающие в мишень с вероятностями 0,5; 0,4; 0,3 соответственно, выстрелили по мишени одновременно. Какова вероятность того, что в мишени образовалось ровно две пробоины.

11. Вероятности попадания в цель для трех стрелков равны 0,8; 0,7 и 0,6 соответственно. Для поражения цели в нее нужно попасть хотя бы два раза. Определите вероятность того, что в результате одновременного выстрела трех стрелков цель будет поражена.

12. В коробке 12 карандашей трех цветов, по четыре каждого цвета. Наудачу вынимают три карандаша. Найти вероятность того, что все карандаши окажутся разного цвета. Решить задачу при условии: а) карандаши возвращают в коробку, б) карандаши не возвращают в коробку.

13. Слово МАШИНА составлено из букв разрезной азбуки. Какова вероятность того, что перемешав все буквы и укладывая их в ряд по одной, получим слово: а) МАШИНА; б) ШИНА; в) МАША?

14. Вероятность получить высокие дивиденды по акциям на первом предприятии – 0,2; на втором – 0,35; на третьем – 0,15. Определить вероятность того, что акционер, имеющий акции всех предприятий, получит высокие дивиденды: а) на всех предприятиях; б) только на оном предприятии; в) хотя бы на одном предприятии.

15. В урне 10 красных, 5 зеленых и 3 черных шара. Определить вероятность того, что взятые наудачу два шара будут: а) одного цвета; б) разных цветов.

16. Через автобусную остановку проходят автобусы семи маршрутов с равной частотой. Пассажир ожидает автобус одного из маршрутов №1, №5, №7. Ка-

кова вероятность что: а) в числе трех первых, подошедших к остановке автобусов, будет только один нужный пассажиру; б) в числе трех первых подошедших к остановке автобусов будет нужен хотя бы один.

17. Три студента сдают экзамен. Вероятность того, что отдельный студент сдаст экзамен на «отлично» равна для первого студента 0,7; для второго – 0,6; для третьего – 0,2. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан на «отлично»: а) только одним из студентов; б) ни одним.

18. В условиях задачи №17 найти вероятность того, что экзамен на «отлично» будет сдан: а) двумя студентами, б) хотя бы одним студентом.

19. В первой бригаде 6 тракторов, во второй – 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады наудачу выбирают по одному трактору. Какова вероятность того, что: а) оба трактора исправные; б) один требует ремонта; в) трактор из второй бригады исправен.

20. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным или 2, или 7, или 2 и 7 одновременно.

21. На 30 одинаковых карточках написаны числа от 1 до 30. Карточки помещают в пакет и тщательно перемешивают. Какова вероятность при жеребьевке вынуть карточку с номером, кратным 2 или 3.

22. На десяти карточках напечатали цифры от 0 до 9. Определить вероятность ого, что три наудачу взятые и поставленные в ряд карточки составят 357.

23. Найти вероятность того, что выбранное наудачу изделие является первосортным, если известно, что 4% всей продукции – брак, а 75% небракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

24. Подброшены монета и игральный кубик. Найти вероятность того, что на монете выпала цифра, а на кубике число очков кратное трем.

25. В коробке «ассорти» 25 конфет, из которых 12 с начинкой одного типа, 8 – второго типа и 5- третьего типа. Какова вероятность того, что при выборе первой будет взята конфета с начинкой первого типа, второй – второго, третьей – третьего.

26. Из 10 билетов выигрышными являются 2. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых, что среди наудачу взятых 5 билетов хотя бы 1 выигрышный.

27. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на три из четырех поставленных в билете вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет.

28. На предприятии 15 сменных инженеров, из них 3 женщины. В смене, состав которой формируют случайным образом, заняты 3 инженера. Какова вероятность того, что в смене окажется не 2 мужчин.

29. В городе три строительные фирмы А, В, С которые конкурируют между собой за строительные подряды. За длительный период наблюдений было установлено, что фирмы А или В получали половину всех нарядов, фирмы А или получали ¾ всех подрядов. Какова вероятность получения подряда каждой из фирм? Какая из фирм получила большее число подрядов?

30. Банк выделил кредиты трем фирмам А, В и С. Вероятность возврата кредита в срок фирмой А равна 0,9; фирмой В – 0,8; фирмой С – 0,7. Найти вероятности следующих событий: а) ровно 2 фирмы вернут кредиты в срок; б) хотя бы одна фирма вернет кредит в срок.

Задача 4
Формула полной вероятности.
Формула Байеса

1. В обувную мастерскую для ремонта приносят сапоги и туфли в соотношении 2:3. Вероятность качественного ремонта для сапог равна 0,9, а для туфель – 0,85. Проведена проверка качества ремонта одной пары обуви, которая оказалась качественно отремонтирована. Какова вероятность того, что это туфли?

2. Перед посевом 90% всех семян было обработано ядохимикатами. Вероятность поражения вредителями для растений из обработанных семян равна 0,08, для растений из необработанных семян – 0,4.Взятое наудачу растение оказалось пораженным. Какова вероятность того, что оно выращено из обработанного семени.

3. В районе 24 человека обучаются заочно в сельско-хозяйствнном институте. Из них 6 – на механическом, 12 – на агрономическом и 6 – на экономическом факультетах. Вероятность успешно сдать все экзамены предстоящей сессии для студентов механиков равна 0,6; для агрономов – 0,76 и для экономистов – 0,8. Найти вероятность того, что наудачу взятый студент сдаст успешно все экзамены.

4. В условиях задачи №3 найти вероятность того, что наудачу взятый студент, сдавший успешно все экзамены окажется студентом экономического факультета.

5. В первом ящике из 20 деталей 4 бракованных, во втором – из 30 деталей 5 бракованных. Из первого ящика во второй переложили две детали. Найти вероятность того, что деталь извлеченная после этого из второго ящика будет бракованная.

6. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, а две нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки равна 0,6, а из не пристрелянной 0,4. Какова вероятность того, что стрелок из наудачу взятой винтовки попадет в цель при одном выстреле?

7. В условиях задачи №6 известно, что стрелок поразил цель. Какова вероятность того, что он стрелял из пристрелянной винтовки.

8. Запасная деталь может находиться в одной из трех партий с вероятностями p_1=0,2; p_2=0,5; p_3=0,3. Вероятности того, что деталь проработает положенное время без ремонта соответственно 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь проработает положенное время.

9. В условиях задачи №8, найти вероятность того, что деталь, проработавшая положенное время, взята из второй или третьей партии.

10. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция качественна - для первой бригады равна 0,7, для второй – 0,8. Найти вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет качественной.

11. В условиях задачи 10, взятая наугад единица продукции оказалась качественной. Какова вероятность, что ее произвела вторая бригада?

12. Покупатель с равной вероятностью посещает каждый из трех магазинов. Вероятность того, что покупатель купит товар в первом магазине равна 0,4; во втором – 0,6 и в третьем –0,8. Найти вероятность того, что покупатель купит товар в каком-то магазине.

13. В условиях задачи №12, покупатель купил товар. Какова вероятность, что он сделал это во втором магазине.

14. Судоходная компания организует средиземноморские круизы в течение летнего времени и проводит несколько круизов в сезон. Так как в этом виде бизнеса конкуренция высока, то важно, чтобы все каюты зафрахтованного под круиз

корабля, были заняты туристами, тогда компания получит прибыль. Эксперт по туризму предсказывает, что вероятность того, что корабль будет полон в течение сезона будет равна 0,92, если доллар не подорожает по отношению к рублю и с вероятностью 0,75, если доллар подорожает. По оценкам экономистов, в течение сезона доллар подорожает с вероятностью 0,23. Чему равна вероятность того, что билеты на все круизы будут проданы?

15. В таксомоторном парке 15 машин белого цвета и 85 – желтого. Свидетель ДТП рассказал, что причиной несчастного случая была машина белого цвета, скрывшаяся с места происшествия. Очевидным является тот факт, что свидетели неправы в 20%. Какова вероятность того, что такси было действительно белого цвета.

16. Детали с первого и второго станков попадают на транспортер, причем производительность второго станка в два раза больше первого. Вероятность детали, изготовленной на первом станке, быть стандартной, равна 0,87, на втором – 0,93. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь будет стандартной.

17. В условиях задачи №16, взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Каким из станков, более вероятно, она была произведена?

18. Из урны, содержащей 1 белый и 3 черных шара, переложен один шар в урну с 3 белыми и 1 черным шаром. После чего наудачу из второй урны вынимается шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется белым?

19. Среди 50 студентов сдающих экзамены, 10 человек с 1 курса, 25 – со 2 курса, 15 – с 3 курса. Известно, что вероятность успешной сдачи экзамена для каждого студента первого курса равна 0,8, второго курса – 0,9, третьего курса – 0,95. Определить вероятность того, что наудачу выбранный студент успешно сдаст экзамен.

20. В условиях задачи №19, наудачу выбранный студент успешно сдал экзамен. Чему равна вероятность того, что он первокурсник или третьекурсник?

21. Имеется две партии изделий по 12 и 10 штук, причем в каждой партии одно изделие бракованное. Изделие взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу изделие из второй партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

22. Фирма собирается выпускать новый отвар на рынок. Подсчитано, что вероятность хорошего сбыта продукции равна 0,6, плохого – 0,4. Компания проводит маркетинговое исследование, вероятность правильности которого равна

0,8. Как изменяется первоначальные вероятности уровня реализации товара, если это исследование предскажет плохой сбыт.

23. Среди студентов университета – 30% первокурсники, 35% студентов учатся на втором курсе, на третьем и четвертом курсе их 20% и 15% соответственно. По данным деканатов известно, что на 1 курсе 20% студентов сдали сессию только на отличные оценки, на втором – 30%; на третьем – 35%; на четвертом – 40% отличников. Определить вероятность того, что наудачу выбранный студент окажется отличником.

24. В условиях задачи №23, наудачу вызванный студент оказался отличником. Чему равна вероятность того, что он – третьекурсник?

25. Для сдачи зачета студентам необходимо подготовить 30 вопросов. Из 25 студентов 10 подготовили ответы на все вопросы, 8 – на 25 вопросов, 5 – на 20 вопросов и двое на 15 вопросов. Какова вероятность того, что вызванный наудачу студент ответит на поставленный ему вопрос.

26. В условиях задачи №24, вызванный наудачу студент ответил на поставленный ему вопрос. Какова вероятность того, что этот студент подготовил все вопросы?

27. Для участия в соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй – 6, из третьей – 5. Вероятности того, что отобранный студент попадет в сборную института для каждой из групп, равны соответственно 0,5; 0,4; 0,3. Найти вероятность того, что наудачу выбранный участник соревнований попадет в сборную.

28. В условиях задачи №27, наудачу выбранный участник соревнований попал в сборную. К какой из этих трех групп он вероятнее всего принадлежит.

29. В магазине имеются телевизоры с импортными и отечественными трубками в соотношении 2:1. Вероятность выхода из строя в течение года телевизора с импортной трубкой равна 0,005; с отечественной – 0,01. Какова вероятность того, что купленный телевизор в течение года не выйдет из стоя?

30. В условиях задачи №29, купленный в магазине телевизор не вышел из строя. Найти вероятность того, что этот телевизор с отечественной трубкой.

Задача 5
Схема последовательных независимых испытаний. Формула Бернулли

1. Бросают 5 игральных костей. Чему равна вероятность того, что из пяти выпавших цифр одна – четная, а остальные нечетные.

2. В четырех опытах, проводимых по схеме Бернулли, вероятность хотя бы одного «успеха» равна 0,5904. Что более вероятно: достижение ровно двух или ровно трех «успехов» в этих четырех опытах?

3. На факультете 10% студентов отличники. Определить наиболее вероятное число отличников в группе из 19 человек.

4. По данным технологического контроля в среднем 2% изготовленных станков нуждаются в регулировке. Какова вероятность того, что из шести изготовленных станков потребуют регулировки не менее двух?

5. Перерасход горючего в течение рабочего дня наблюдается в среднем по парку у 20% машин. Найдите вероятность того, что из 10 вышедших на линию машин перерасход горючего произойдет не более, чем у двух машин.

6. Вероятность выигрыша по одному билету лотереи 0,001. Имеется 20 билетов. Каково наиболее вероятное число выигрышных среди них?

7. Стрелок производит выстрелы по мишени до тех пор, пока общее число промахов не станет равным трем. Вероятность промаха при одном выстреле составляет 0,2. Какова вероятность того, что стрелок израсходует ровно шесть пуль?

8. Вероятность малому предприятию быть банкротом за время t равна 0,2. Найти вероятность того, что из восьми предприятий за время t сохранятся более двух предприятий.

9. В среднем пятая часть поступающих в продажу автомобилей некомплектна. Найти вероятность того, что среди 10 автомобилей имеют некомплектность менее 3 автомобилей.

10. В среднем 15% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Найти вероятность того, что из 10 договоров с наступлением страхового случая будет связано с выплатой страховой суммы ровно 3 договора.

11. Предполагается, что 10% открывающихся новых малых предприятий прекращают свою деятельность в течение года. Какова вероятность того, что из шести малых предприятий хотя бы три из них прекратят свою деятельность.

12. В среднем 20% пакетов на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене не будут проданы 5 пакетов.

13. В условиях задачи №12, найти вероятность того, что будет продано не менее двух пакетов.

14. В условиях задачи №12, найти вероятность того, что будет продано хотя бы два пакета.

15. В условиях задачи №12, найти наивероятнейшее число пакетов, проданных по первоначально заявленной цене.

16. Вероятность того, что на некотором предприятии расход электроэнергии не превысит суточной нормы, равна 0,8. Какова вероятность того, что в течение пяти рабочих дней из семи перерасхода энергии не будет?

17. В некотором городе за сутки родилось 6 детей. Найти вероятность того, что ровно 3 из них – мальчики (приняв вероятность рождения мальчика за 0,5).

18. В условиях задачи №17, найти вероятность того, что на свет появилось не менее четырех мальчиков.

19. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,8. Найти вероятность того, что он поразит мишень не менее двух раз, сделав четыре выстрела

20. В условиях задачи №19 найти вероятность того, что стрелок поразит мишень ровно два раза.

21. В автомобильных гонках участвуют 5 машин. Для каждой из них вероятность дойти до финиша составляет 0,8. Найти вероятность того, что большинство машин дойдет до финиша.

22. В условиях задачи №21 найти наивероятнейшее число машин дошедших до финиша.

23. В условиях задачи №21 найти вероятность того, что до финиша дойдут ровно три машины.

24. Монету бросают 7 раз. Найти вероятность того, что герб появится 4 раза.

25. В эксперименте, состоящем из трех независимых испытаний, вероятность ровно двух «успехов» в 12 раз больше вероятности трех «успехов». Найти вероятность успеха в одном испытании.

26. Проводится 10 независимых испытаний с вероятностью «успеха» равной 0,3. Найти наиболее вероятное число успехов.

27. Из кошелька на стол высыпали 10 монет. Какова вероятность того, что гербами вверх лежит ровно 5 монет?

28. В условиях задачи №27, найти вероятность того, что гербами вверх лежат от четырех до шести монет.

29. В условиях задачи №27 найти вероятность того, что гербами вверх лежат от трех до семи монет.

30. В условиях задачи №27 найти вероятность того, что гербами вверх лежат от двух до восьми монет.

Решение типовых задач

Задача 1. В коробке 5 красных, 7 синих и 3 зелёных карандаша. Сколькими способами способами можно выбрать: а) один карандаш; б) три карандаша разного цвета?

Решение: а) один карандаш, по правилу суммы можно выбрать 5 +7+3=15 способами.

б) Так как красный карандаш можно выбрать пятью способами, затем синий – семью и зеленый тремя, то по правилу произведения три карандаша разного цвета можно выбрать $5 \cdot 7 \cdot 3 = 105$ способами.

Задача 2: Сколькими способами можно распределить три призовых места среди десяти участников соревнований?

Решение: Так как требуется выбрать подмножество (3 человека) из множества (10 человек) с заданным порядком (существенно какое из трех мест займет включенный в тройку человек), то число способов найдем как число размещений из 10 элементов по 3 элементам.

$$A_{10}^{3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720.$$

Задача 3: Сколько существует способов расстановки 5 книг на полке?

Решение: Число способов найдем как число перестановок из пяти элементов: $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$

Задача 4: Сколькими способами можно выбрать 3 дежурных из 25 учеников?

Решение: Для решения задачи достаточно из множества (25 человек) выбирать подмножества (по 3 человека), не устанавливая порядок в подмножествах.

Поэтому число способов будет равно числу сочетаний из 25 элементов по 3 элементам:

$$C_{25}^{3}=\frac{25!}{3!(25-3)!}=\frac{22!\cdot 23\cdot 24\cdot 25}{6\cdot 22!}=23\cdot 4\cdot 25=2300.$$

<u>Задача 5</u>: Пять человек входят на первом этаже в кабину лифта девятиэтажного дома. Сколько существует способов выхода пассажиров из лифта?

<u>Решение</u>: Каждый человек из 5 может выйти на любом из восьми этажей, начиная со второго, поэтому число способов можно вычислить как число размещений с повторениями: $\overline{A_8^5}=(8)^5=32768.$

<u>Задача 6</u>: Сколько различных перестановок букв можно сделать в слове КОЛОСОК?

<u>Решение</u>: В заданном слове есть повторяющиеся буквы: О - 3 раза, К - 2 раза. Поэтому вычисляем число перестановок с повторениями: $P_7(3,2,1,1)=\frac{7!}{3!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!}=\frac{3!\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{3!\cdot 2}=420.$

<u>Задача 7</u>: Сколькими способами можно распределить 8 дачников по 3 вагонам электрички? Считая, что любой набор равновозможен.

<u>Решение</u>: Так как при выборе элементы возвращаются обратно без последующего упорядочивания, то для подсчета способов используем сочетания с повторениями: $C_{8+3-1}^{3}=C_{10}^{3}=\frac{10!}{3!(10-3)!}=\frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{6\cdot 7!}=8\cdot 3\cdot 5=120.$

<u>Задача 8</u>: Лифт начинает движение с 4 пассажирами и останавливается на 10 этаже. Какова вероятность того, что никакие 2 пассажира не выйдут на одном этаже.

<u>Решение</u>: Пусть все возможные случаи выхода пассажиров равновероятны, тогда первый пассажир имеет 9 возможностей выхода (начиная со второго этажа), второй – 8, третий – 7, четвертый – 6. По правилу произведения, общее число исходов благоприятствующих событию А: {никакие 2 пассажира не выйдут на одном этаже}: $m=9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=A_9^4$. Общее число вариантов выхода 4 пассажиров на 9 этажах (со второго по десятый) равно числу размещений с возвращениями из 9 элементов по 4, т.е. $n=9^4$. Тогда, используя классическое определение вероятности находим: $p(A)=\frac{m}{n}=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{9^4}=\frac{8\cdot 7\cdot 6}{9^3}\approx 0{,}461.$

Задача 9: Из 15 строительных рабочих 10 – штукатуры, а 5 – маляры. Наудачу отбирается бригада из 5 рабочих. Какова вероятность того, что среди них будет 3 маляра и 2 штукатура?

Решение: Общее число исходов определим как число способов, которыми можно выбрать 5 человек из 15 членов бригады, т.е. $n = C_{15}^{5} = \dfrac{15!}{10!\cdot 5!} = \dfrac{11\cdot 12\cdot 13\cdot 14\cdot 15}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} = 3003.$ Количество благоприятных исходов – число способов, которыми можно выбрать 3 маляра из 5 и 2 штукатура из 10, т.е. $m = C_{5}^{3}\cdot C_{10}^{2} = \dfrac{5!}{3!\cdot 2!}\cdot\dfrac{10!}{8!\cdot 2!} = 10\cdot 45 = 450.$ Искомая вероятность $p = \dfrac{m}{n} = \dfrac{450}{3003} \approx 0{,}15.$

Задача 10: На карточках написаны буквы: А, А, К, К, О, Р, Т, Ч. Карточки перемешивают и кладут в порядке их извлечения, какова вероятность того, что получится слово КАРТОЧКА.

Решение: Благоприятных исходов – 1. Общих исходов столько, сколькими можно составить число перестановок из 8 букв с повторениями, т.е. $n = P_8(2,2,1,1,1) = \dfrac{8!}{2!\cdot 2!} = \dfrac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{4} = 10080.$ Тогда $P = \dfrac{1}{10080} \approx 0{,}000099.$

Задача 11: К концу дня в магазине осталось 60 арбузов, из которых 50 спелых. Покупатель выбирает 2 арбуза. Какова вероятность того, что оба арбуза спелые?

Решение: Вероятность того, что первый выбранный арбуз спелый $P(A) = \dfrac{50}{60}.$ Вероятность того, что второй арбуз спелый, при условии, что первым выбран спелый арбуз $P(B/A) = \dfrac{49}{59}.$ Тогда по теореме умножения зависимых событий, искомая вероятность $P(AB) = P(A)\cdot P(B/A) = \dfrac{50}{60}\cdot\dfrac{49}{59} \approx 0{,}692.$

Задача 12: Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,6, 0,7, 0,8 для каждого из 3 стрелков. Произведен 1 залп. Какова вероятность того, что будет: а) 3 попадания, б) 1 промах, в) хотя бы одно попадание?

Решение: Рассмотрим элементарное события и их вероятности: A – первый стрелок попал, $\overline{A}$ - первый – промахнулся. $P(A) = 0{,}6.$ $P(\overline{A}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.

B - второй стрелок попал, $\overline{B}$ - второй – промахнулся. $P(B) = 0{,}7.$ $P(\overline{B}) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3.$

C – третий стрелок попал, $\overline{C}$ - третий – промахнулся.

$$P(C)=0{,}8.\ \ P(\overline{C})=1-0{,}8=0{,}2.$$

а) событие Д – три попадания, наступит при одновременном попадании всех стрелков, и в силу теорему умножения независимых событий:

$$P(Д)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)=0{,}6\cdot 0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}336.$$

б) Событие F – один промах, наступит, если попадут любые два стрелка и при этом третий промахнется, т.е. произойдет совмещение одного из трех независимых событий $AB\overline{C}$, $A\overline{B}C$, $\overline{A}BC$. Тогда,

$$P(F)=P(AB\overline{C})+P(A\overline{B}C)+P(\overline{A}BC)=P(A)\cdot P(B)\cdot P(\overline{C})+P(A)\cdot P(\overline{B})\cdot P(C)+P(\overline{A})\cdot P(B)\cdot P(C)=$$
$$=0{,}6\cdot 0{,}7\cdot 0{,}2+0{,}6\cdot 0{,}3\cdot 0{,}8+0{,}4\cdot 0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}084+0{,}144+0{,}224=0{,}452.$$

в) Событие К – хотя бы одно попадание, противоположно событию $\overline{K}$ - все промахи, которое наступит при одновременном промахе трех стрелков.

$$P(\overline{K})=P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})\cdot P(\overline{C})=0{,}4\cdot 0{,}3\cdot 0{,}2=0{,}024.\ \ P(K)=1-0{,}024=0{,}976.$$

Задача 13: Команда стрелков состоит из 5 человек, трое из них попадают с вероятностью 0,8, а двое с вероятностью 0,6. Наудачу выбранный из команды стрелок, производит выстрел.

а) Какова вероятность того, что стрелок попадет?

б) Если стрелок попал в цель, то какова вероятность, что это один из трех (один из двух)?

Решение: а) Событие А – стрелок попадет, может произойти, если произойдет одно из несовместимых событий: B_1 – наудачу взятый стрелок, один из трех; B_2 – наудачу взятый стрелок – один из двух. Для определения вероятности события А воспользуемся формулой полной вероятности:

$$P(A)=P(B_1)\cdot P(A/B_1)+P(B_2)\cdot P(A/B_2)=\frac{3}{5}\cdot\frac{8}{10}+\frac{2}{5}\cdot\frac{6}{10}=\frac{36}{50}0{,}72,\ \text{т.к.}$$

$$P(B_1)=\frac{3}{5},\ \ P(A/B_1)=0{,}8,\ \ P(B_2)=\frac{2}{5},\ P(A/B_2)=0{,}6.$$

б) По формулам Байеса находим, что стрелок, поразивший цель, один из трех:

$$P(B_1/A)=\frac{P(B_1)\cdot P(A/B_1)}{P(A)}=\frac{\frac{24}{50}}{\frac{36}{50}}=\frac{24}{36}=\frac{2}{3}.$$

Вероятность того, что этот стрелок один из двух:

$$P(B_2 / A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A / B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{12}{50}}{\frac{36}{50}} = \frac{1}{3}.$$

<u>**Задача 14**</u>: Оптовая база снабжает 10 магазинов, от каждого из которых может поступить заявка на очередной день с вероятностью 0,4, независимо от заявок других магазинов. Найти: а) наивероятнейшее число заявок в день и вероятность получения этого числа заявок; б) вероятность получения не менее дух заявок.

<u>Решение</u>: а) В данном случае событие А равно {поступление заявки}, $P(A) = p - = 0{,}4,\ \ P(\overline{A}) = q = 1 - p = 0{,}6.\ n = 10$. Наивероятнейшее число заявок m_0 равно целому числу (числам), удовлетворяющему неравенству:

$np - q \le m_0 \le np + p,$ тогда $3{,}4 \le m_0 \le 4{,}4 \Rightarrow m_0 = 4.$

Вероятность получения четырех заявок в день, используя формулу Бернулли $P_n(m) = C_n^m P^m q^{g-m}$, определится как $P_{10}(4) = C_{10}^4 (0{,}4)^4 \cdot (0{,}6)^6 \approx 0{,}251.$

Б) Событие А={не менее двух заявок} включает в себя: 2 заявки, или 3, или…10, и является противоположным событию $\overline{A}$={не менее двух заявок}, т.е. или заявок нет, или она одна.

Тогда $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - (P_{10}(0) + P_{10}(1)) = 1 - (C_{10}^0 (0{,}4)^0 \cdot (0{,}6)^{10} + C_{10}^1 \cdot (0{,}4)^1 \cdot (0{,}6)^9 =$
$1 - (0{,}006046617 + 10 \cdot 0{,}010077696) \approx 0{,}893.$

2. Случайные величины

Индивидуальные задания

Задача 1. Предприниматель рассматривает возможность покупки акций трех предприятий, по каждой из которых известна доходность и вероятности возможных значений доходности. Акции какого предприятия следует считать более доходными и акции какого предприятия какого предприятия следует считать менее рискованными?

Вари-ри-ант	Предприятие 1		Предприятие 2		Предприятие 3	
	Доходность (%) X	Вероятность P_x	Доходность (%) Y	Вероятность P_y	Доходность (%) Z	Вероятность P_z
1	2	3	4	5	6	7
1	5	0,2	3	0,1	1	0,1
	7	0,4	7	0,4	6	0,4
	9	0,3	10	0,3	10	0,25
	11	0,1	15	0,2	20	0,25
2	4	0,4	7	0,1	5	0,3
	6	0,1	5	0,3	7	0,1
	8	0,2	4	0,4	9	0,2
	9	0,3	11	0,2	6	0,4
3	5	0,4	6	0,3	4	0,4
	7	0,2	8	0,1	5	0,2
	9	0,1	11	0,1	8	0,1
	6	0,3	3	0,5	5	0,3
4	12	0,1	9	0,2	11	0,1
	4	0,5	6	0,2	5	0,5
	8	0,2	9	0,1	7	0,2
	7	0,2	5	0,5	6	0,2
5	5	0,4	9	0,2	11	0,1
	6	0,3	7	0,2	5	0,4
	11	0,2	6	0,4	7	0,2
	9	0,1	11	0,1	4	0,3

1	2	3	4	5	6	7
6	12	0,1	10	0,2	11	0,3
	7	0,3	5	0,3	9	0,1
	13	0,1	8	0,3	10	0,2
	6	0,5	7	0,2	5	0,4
7	12	0,1	10	0,2	9	0,1
	5	0,4	8	0,2	4	0,4
	7	0,3	6	0,4	6	0,3
	9	0,2	10	0,2	8	0,2
8	4	0,4	6	0,1	5	0,2
	5	0,3	3	0,4	6	0,1
	7	0,1	5	0,2	4	0,4
	6	0,2	4	0,3	5	0,3
9	11	0,1	10	0,3	8	0,2
	9	0,2	12	0,2	13	0,1
	8	0,4	9	0,3	6	0,5
	7	0,3	10	0,2	8	0,2
10	5	0,2	4	0,3	6	0,3
	4	0,3	3	0,3	5	0,2
	6	0,2	5	0,3	4	0,3
	3	0,3	7	0,1	5	0,2
11	7	0,2	5	0,2	6	0,3
	5	0,5	4	0,5	7	0,2
	6	0,2	7	0,1	5	0,4
	8	0,1	6	0,2	9	0,1
12	7	0,2	4	0,5	6	0,2
	10	0,1	6	0,3	5	0,5
	4	0,5	7	0,1	8	0,2
	6	0,2	9	0,1	10	0,1
13	5	0,4	7	0,2	6	0,3
	9	0,1	6	0,3	8	0,2
	7	0,2	4	0,4	9	0,1
	6	0,3	8	0,1	5	0,4

1	2	3	4	5	6	7
14	4	0,3	3	0,4	9	0,1
	5	0,4	6	0,2	7	0,2
	8	0,1	9	0,1	5	0,5
	7	0,2	5	0,3	6	0,2
15	7	0,3	5	0,3	11	0,1
	9	0,1	6	0,2	9	0,2
	8	0,2	9	0,1	5	0,4
	6	0,4	4	0,4	7	0,3
16	5	0,4	8	0,2	8	0,1
	6	0,3	7	0,2	6	0,3
	10	0,1	5	0,5	9	0,1
	9	0,2	9	0,1	4	0,5
17	6	0,4	11	0,1	12	0,1
	7	0,3	5	0,4	7	0,3
	11	0,1	9	0,2	6	0,4
	8	0,2	6	0,3	8	0,2
18	5	0,4	7	0,3	6	0,3
	7	0,3	11	0,1	9	0,1
	10	0,1	9	0,2	10	0,1
	8	0,2	6	0,4	5	0,5
19	6	0,3	7	0,1	5	0,3
	7	0,2	5	0,4	8	0,1
	10	0,1	8	0,1	6	0,3
	3	0,4	4	0,4	5	0,3
20	11	0,1	5	0,4	11	0,1
	8	0,3	9	0,1	5	0,5
	7	0,4	8	0,2	9	0,1
	9	0,2	6	0,3	6	0,3
21	7	0,2	10	0,1	8	0,2
	5	0,5	8	0,2	6	0,4
	8	0,2	6	0,4	11	0,1
	9	0,1	7	0,3	7	0,3

1	2	3	4	5	6	7
22	4	0,5	5	0,4	12	0,1
	7	0,2	10	0,1	6	0,4
	8	0,2	6	0,3	8	0,2
	9	0,1	8	0,2	7	0,3
23	9	0,1	7	0,2	8	0,2
	5	0,4	4	0,5	6	0,3
	7	0,2	8	0,2	12	0,1
	6	0,3	10	0,1	5	0,4
24	12	0,1	9	0,2	7	0,3
	7	0,3	11	0,1	12	0,1
	8	0,2	7	0,4	9	0,2
	6	0,4	8	0,3	6	0,4
25	5	0,4	3	0,4	7	0,2
	11	0,1	8	0,2	5	0,4
	7	0,2	6	0,3	8	0,1
	6	0,3	7	0,1	6	0,3
26	8	0,2	9	0,1	7	0,2
	7	0,3	5	0,5	10	0,1
	11	0,1	6	0,3	5	0,4
	6	0,4	10	0,1	6	0,3
27	5	0,3	7	0,2	6	0,3
	6	0,2	5	0,3	7	0,2
	9	0,1	8	0,1	3	0,4
	3	0,4	4	0,4	9	0,1
28	7	0,2	8	0,2	5	0,3
	11	0,1	9	0,1	8	0,1
	5	0,4	4	0,5	6	0,2
	6	0,3	7	0,2	4	0,4
29	8	0,1	7	0,3	12	0,1
	4	0,4	9	0,2	6	0,4
	5	0,3	4	0,4	7	0,3
	6	0,2	11	0,1	8	0,2

1	2	3	4	5	6	7
30	12 8 9 5	0,1 0,2 0,2 0,5	10 9 6 7	0,1 0,2 0,4 0,3	7 10 8 6	0,3 0,1 0,2 0,4

Задача 2. Случайная величина *x* задана рядом распределения:

x	x_1	x_2	x_3	x_4
p	p_1	p_2	p_3	p_4

Найти функцию распределения *F(x)* случайной величины *x* и построить ее график. Вычислить математическое ожидание *M(x)* и дисперсию *Д(x)* этой случайной величины *x*.

Значения x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3, p_4 вычислить по формулам: $R` = 1 + остаток\left(\frac{V}{3}\right)$, где *V* – номер варианта.

$x_1 = V+2$; $x_2 = x_1 + R$; $x_3 = x_2 + 2R$; $x_4 = x_3 + R$; $p_1 = \frac{1}{R+4}$; $p_2 = \frac{1}{R+2}$; $p_3 = \frac{1}{6-R}$;

$$p_4 = \frac{4 + 16R + R^2 - R^3}{(R+4)(R+2)(6-R)}.$$

Задача 3. Случайная величина X задана функцией плотности вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, при\ x \le 0 \\ \frac{x}{к}, при\ 0 < x \le R \\ 0, при\ x > R \end{cases}$$

Найти функцию распределения *F(x)* случайной величины *x*. Построить графики функций *f(x)* и *F(x)*. Вычислить для случайной величины *x* ее среднее значение и дисперсию.

Значения параметров *К* и *R* вычислить по формулам:

К=2+V, где *V* – номер варианта;

$R = \sqrt{2K}.$

Задача 4. Случайная величина *x* задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, при\, x\le 0,\\ \dfrac{x}{к}, при\, 0<x\le к\end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности *f(x)* случайной величины *x*. Вычислить для *x* математическое ожидание *M(x)*, дисперсию *Д(x)*.

Значение параметра *К* вычислить по формуле:

К=3+V, где *V* – номер варианта.

Задача 5.

1. Вес пойманной рыбы подчиняется нормальному закону распределения с параметрами *a=375 г*, *σ=25 г*. Найти вероятность того, что вес одной рыбы будет:

а) от 300 г. до 425 г.

б) не более 450 г.

в) больше 300 г.

2. Диаметр изготавливаемой детали является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами *a=4,5 см* и *σ=0,05 см.* Найти вероятность того, что размер диаметра взятой наугад детали отличается от математического ожидания не более, чем на 1 мм.

3. Линия связи обслуживает 1000 абонентов. Каждый из них разговаривает в среднем 6 минут в час. Сколько каналов должны иметь линии связи, чтобы практически не было потери вызова?

4. При взвешивании получается ошибка, подчиненная нормальному закону распределения с параметром *σ=20 г.* Найти вероятность того, что при взвешивании ошибка не превзойдет 30 г.

5. Вероятность безотказной работы телевизора распределена по показательному закону $f(t)=0{,}002e^{-0{,}002t}\,(t>0)$. Найти вероятность того, что телевизор проработает 1000 ч.

6. Случайная величина *x* равномерно распределена на отрезке [-4, 1]. Найти функцию распределения *f(x)* этой случайной величины.

7. Случайная величина *x* распределена по показательному закону:

$$f(x)=\begin{cases}0, при\, x<0\\ 3e^{-3x}, x\ge 0\end{cases}$$

Найти вероятность попадания значений этой величины в интервале (0,1; 1).

8. Срок службы лампы накаливания 10 месяцев. Определить вероятность того, что в течение 1 месяца из 100 ламп выйдет из строя:

а) не менее 15;

б) меньше 10;

в) от 5 до 12.

9. Сколько изюма должны содержать в среднем сдобные булочки для того, чтобы вероятность иметь хотя бы одну изюминку в булочке была не меньше 0,99, предполагая при этом распределение вероятностей числа изюминок в булочке пуассоновским?

10. Вероятность того, что лампа останется исправной после 1000 часов работы, равна 0,2. Найти вероятность того, что из пяти ламп не менее трех останется исправными после 1000 часов работы.

11. Диаметр изготавливаемой в цехе детали является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами *a=4,5 см* и *σ=0,05 см*. Найти вероятность того, что размер диаметра взятой наугад детали отличается от математического ожидания не более, чем на 1 мм.

12. В группе из 10 спортсменов 6 мастеров спорта. Отбирают 3 спортсмена. Составить закон распределения случайной величины x – числа мастеров спорта из отобранных спортсменов. Найти математическое ожидание случайной величины x.

13. Из 25 контрольных работ, среди которых 5 оценены на отлично, наугад извлекаются 3 работы. Найти закон распределения дискретной случайной величины x, если x – число работ, оцененных на отлично среди извлеченных. Построить многоугольник распределения. Чему равна вероятность события $x>0$?

14. Имеется 6 ключей, из которых к замку подходит 1. Найти закон распределения случайной величины x, равной числу проб при открывании замка, если испробованный ключ исключается из проб. Построить многоугольник распределения.

15. Урожайность озимой пшеницы по совокупности участков распределяется по нормальному закону с параметрами: *a=50 ц/га, σ=10 ц/га*. Определить процент участков с урожайностью от 45 до 60 ц/га.

16. Вес пойманной рыбы подчиняется нормальному закону распределения с параметрами *a=375 г., σ=25 г*. Найти вероятность того, что вес одной рыбы будет больше 300 г.

17. Телефонная станция обслуживает 400 абонентов. Вероятность того, что любой абонент позвонит в течение часа на станцию, равна 0,01. Найти вероятность того, что в течение часа на станцию позвонят не более 4 абонентов.

18. На факультете обучаются 500 студентов. Какова вероятность того, что 1 сентября является днем рождения трех студентов.

19. Станок-автомат изготавливает валики, контролируя их диаметры x. Считая, что случайная величина x распределена нормально с параметрами $a=10$ *мм*, $\sigma=0{,}1$ *мм*, найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

20. Диаметр изготавливаемой детали является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $a=4{,}5$ *см* и $\sigma=0{,}05$ *см*. Найти вероятность того, что размер диаметра взятой наугад детали отличается от математического ожидания не более, чем на 1 мм.

21. Линия связи обслуживает 2000 абонентов. Каждый из них в среднем разговаривает 5 минут в час. Сколько каналов должна иметь линия связи, чтобы практически не произошло потери вызова?

22. На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью $\frac{1}{200}$. Найти вероятность того, что среди 200 соединений произойдет одно неправильное соединение.

23. Трижды подбрасывается симметричная монета. Найти функцию распределения случайной величины x, равной числу выпавших гербов.

24. Срок службы лампы накаливания 10 месяцев. Определить вероятность того, что в течение 1 месяца из 100 ламп выйдет из строя не менее 15.

25. Масса вагона – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием $a=65$ *т* и средним квадратным отклонением $\sigma = 0{,}9 т$. Найти вероятность того, что очередной вагон имеет массу не более 70 т, но не менее 60 т.

26. Поезд состоит из 100 вагонов. Масса каждого вагона – случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием $a=65т$ и средним квадратичным отклонением $\sigma=0{,}9$ *т*. Локомотив может вести состав массой не более 6600 т, в противном случае нужно прицеплять второй вагон? Найти вероятность того, что второй локомотив не потребуется.

27. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию с интервалом движения 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут.

28. Найти вероятность попадания в заданный интервал (6; 11) нормально распределенной случайной величины *x*, если известны ее математическое ожидание $a=5$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=3$.

29. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение года работы равна 0,001. Какова вероятность отказа работы не менее двух элементов за год?

30. На новогодней елке погасла гирлянда из 15 ламп. Сколько в среднем ламп придется проверить, чтобы найти перегоревшую?

Решение нулевого варианта

<u>Задача 1</u>. Предприниматель рассматривает возможность покупки акций трех предприятий, по каждому из которых известна доходность в процентах и вероятности возможных значений доходности. Акции какого предприятия следует считать более доходными? Акции какого предприятия являются менее рискованными?

Вариант	**Предприятие 1**		**Предприятие 2**		**Предприятие 3**	
	Доходность (%) X	**Вероятность P_x**	**Доходность (%) Y**	**Вероятность P_y**	**Доходность (%) Z**	**Вероятность P_z**
0	6	0,2	8	0,1	5	0,2
	7	0,2	5	0,2	8	0,1
	4	0,4	3	0,5	6	0,2
	8	0,2	6	0,2	5	0,5

<u>Решение</u>

Более доходными следует считать акции того предприятия, для которого выше среднее значение доходности. Если считать доходность случайной величиной, то ее среднее значение является математическим ожиданием этой случайной величины и для дискретной случайной величины вычисляется по формуле:

$$M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Вычислим математические ожидания для каждого предприятия:

$$M(x)=\sum_{i=1}^{4}x_i p_{xi} = 6\cdot 0{,}2+7\cdot 0{,}2+4\cdot 0{,}4+8\cdot 0{,}2=5{,}8$$

$$M(y)=\sum_{i=1}^{4}y_i p_{yi} = 8\cdot 0{,}1+5\cdot 0{,}2+3\cdot 0{,}5+6\cdot 0{,}2=3{,}8$$

$$M(z)=\sum_{i=1}^{4}z_i p_{zi} = 5\cdot 0{,}2+8\cdot 0{,}1+6\cdot 0{,}2+5\cdot 0{,}5=5{,}5$$

Более доходными следует считать акции первого предприятия. Менее рискованными следует считать акции того предприятия, для которого меньше «разброс», т.е. дисперсия случайной величины – доходности акций. Дисперсией случайной величины x называется математическое ожидание квадрата разности случайной величины x и ее математического ожидания.

$$Д(x)=M(x-M(x))^2=\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-M(x)\right)^2 P_{xi}=M(x^2)-(M(x))^2$$

Вычислим дисперсии для рассматриваемой задачи.

$$Д(x)=\sum_{i=1}^{4}\left(x_i-M(x)\right)^2 P_{xi}=(6-5{,}8)^2\cdot 0{,}2+(7-5{,}8)^2\cdot 0{,}2+(4-5{,}8)^2\cdot 0{,}4+(8-5{,}8)^2\cdot 0{,}2=1{,}31$$

$$Д(y)=\sum_{i=1}^{4}\left(y_i-M(y)\right)^2 P_{yi}=(8-3{,}8)^2\cdot 0{,}1+(7-3{,}8)^2\cdot 0{,}2+(3-3{,}8)^2\cdot 0{,}5+(6-3{,}8)^2\cdot 0{,}2=3{,}332$$

$$Д(z)=\sum_{i=1}^{4}\left(z_i-M(z)\right)^2 P_{zi}=(5-5{,}5)^2\cdot 0{,}2+(8-5{,}5)^2\cdot 0{,}1+(6-5{,}5)^2\cdot 0{,}2+(5-5{,}5)^2\cdot 0{,}5=0.85$$

Менее рискованными следует считать акции третьего предприятия.

Задача 2. Случайная величина x задана рядом распределения:

x	x_1	x_2	x_3	x_4
p	p_1	p_2	p_3	p_4

Найти функцию распределения *F(x)*, построить ее график. Вычислить математическое ожидание *M(x)* и дисперсию *Д(x)*.

Значения $x_1; x_2; x_3; x_4, p_1; p_2; p_3; p_4$ вычислить по формулам:

$R=1+$ *остаток* $\left(\frac{V}{3}\right)$, где V – номер варианта

$x_1=V+2;$ $x_2=x_1+R;$ $x_3=x_2+2R;$ $x_4=x_3+R;$

$$p_1=\frac{1}{R+4};\quad p_2=\frac{1}{R+2};\quad p_3=\frac{1}{6-R};\quad p_4=\frac{4+16R+R^2-R^3}{(R+4)(R+2)(6-R)}$$

Решение

Номер варианта 0. Вычислить все параметры и составим ряд распределения случайной дискретной величины X.

$R = 1 + O = 1$; $x_1=3$; $x_2=4$; $x_3=4+2\cdot 1=6$; $x_4=6+1=7$

$$p_1 = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5};\quad p_2 = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3};\quad p_3 = \frac{1}{6-1} = \frac{1}{5};\quad p_4 = \frac{4+16\cdot 1+2-3}{(1+4)(1+2)(6-1)} = \frac{4}{15}$$

Ряд распределения:

x	3	4	6	7
p	1/5	1/3	1/5	4/15

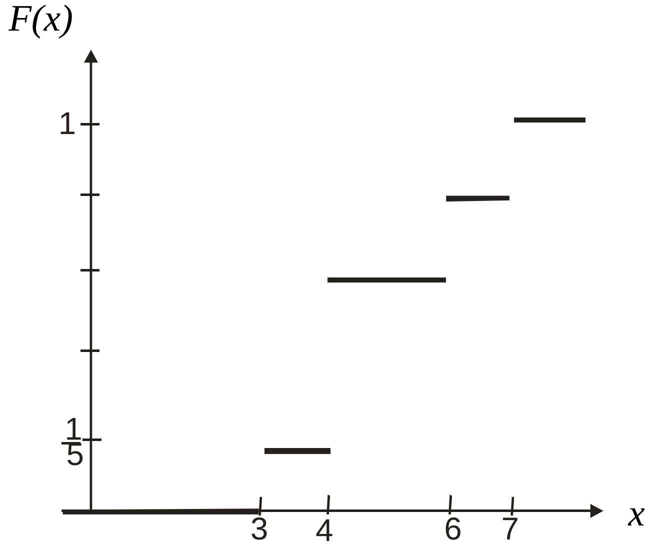
Функцию распределения $F(x)$ находим по формулам:

$$F(x) = \sum_{x_i < x} P_i = \begin{cases} O; x \le x_i \\ p_1; x_1 < x \le x_2 \\ p_1 + p_2; x_2 < x \le x_3 \\ ------------ \\ \sum_{i=1}^{n-1} P_i; x_{n-1} < x \le x_n \\ 1; x > x_n \end{cases}$$

Для нулевого варианта:

$$F(x) = \begin{cases} O; x \le 3 \\ 1/5; 3 < x \le 4 \\ 1/5 + \frac{1}{3}; 4 < x \le 6 \\ 1/5 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}; 6 < x \le 7 \\ \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{4}{15}; x > 7 \end{cases}\qquad F(x) = \begin{cases} O; x \le 3 \\ 1/5; 3 < x \le 4 \\ 8/15; 4 < x \le 6 \\ 11/15; 6 < x \le 7 \\ 1; x > 7 \end{cases}$$

Строим график функции распределения $F(x)$:



Математическое ожидание $M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

$$M(x)=3\cdot\frac{1}{5}+4\cdot\frac{1}{3}+6\cdot\frac{1}{5}+7\cdot\frac{4}{15}=\overset{3}{\frac{3}{5}}+\overset{5}{\frac{4}{3}}+\overset{3}{\frac{6}{5}}+\overset{1}{\frac{28}{15}}=\frac{3\cdot 3+5\cdot 4+6\cdot 3+28\cdot 1}{15}=5;$$

M(x)=5.

Дисперсию *Д(x)* дискретной случайной величины *x* вычислим по формуле:

$$D(x)=M(x^2)-(M(x))^2$$

$$M(x^2)=3^2\cdot\frac{1}{5}+4^2\cdot\frac{1}{3}+6^2\cdot\frac{1}{5}+7^2\cdot\frac{4}{15}=\overset{3}{\frac{9}{5}}+\overset{5}{\frac{16}{3}}+\overset{3}{\frac{36}{5}}+\overset{1}{\frac{49\cdot 4}{15}}=$$

$$=\frac{3\cdot 9+5\cdot 16+3\cdot 36+49\cdot 4}{15}=\frac{411}{15}=27\frac{2}{5}$$

$$D(x)=27\frac{2}{5}-5^2=2\frac{2}{5}=2{,}4.$$

<u>Задача 3</u>. Случайная величина *x* задана функцией плотности вероятности

$$f(x)=\begin{cases}0, \text{ при } x<0\\ \dfrac{x}{к}, \text{ при } 0\le x\le R\\ 0, \text{ при } x>R\end{cases}$$

Найти функцию распределения *F(x)* случайной величины *x*. Построить графики функций *f(x)* и *F(x)*. Вычислить для *X* ее среднее значение *M(x)* (математическое ожидание) и дисперсию *Д(x)*. Значение параметров *К* и *R* вычислить по формулам: *к=2+V*; где *V*- номер варианта,

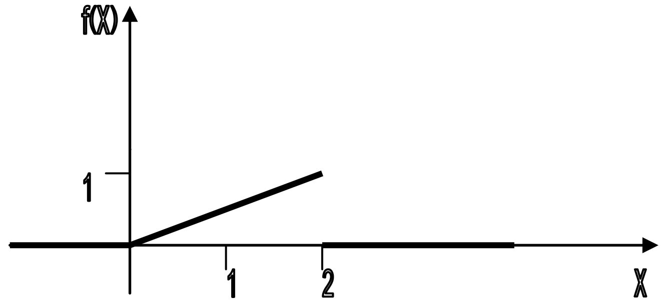
$R=\sqrt{2K}.$

<u>Решение</u>

Вариант нулевой, значит *V=0*, *к=2+0=2*; *к=2*; *R*= $\sqrt{2\cdot 2}$ *=2*

$$f(x)=\begin{cases}0, \text{ при } x<0\\ \dfrac{x}{2}, \text{ при } 0\le x\le 2\\ 0, \text{ при } x>2\end{cases}$$

Построим график функции *f(x)*:



функция *F(x)* распределения непрерывной случайной величины *x* найдем по формулам:

F(x)= $\int_{-\infty}^{\infty} +(x)dx$, если случайная величина *x* принимает все свои возможные значения в $(a,\ в)$, то $\int_{a}^{в} f(x)dx = 1$. Поэтому если *x<0,* то *F(x)*= $\int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dx = 0$.

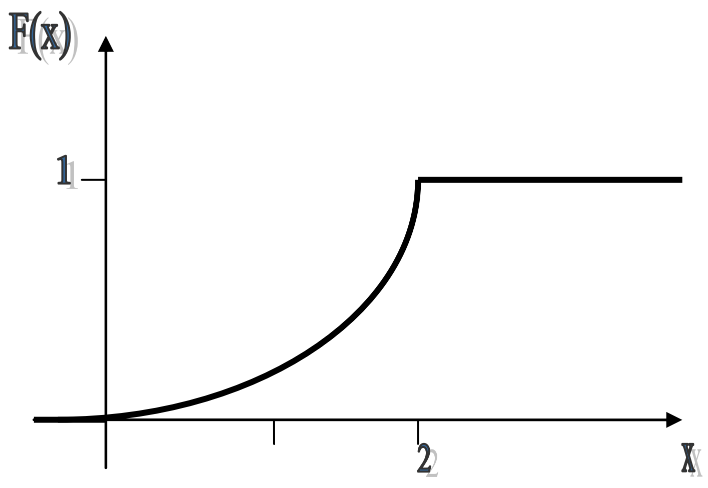
Если $0 \le x \le 2$, то *F(x)*= $\int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dx + \int_{0}^{x} \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{4}$

Если *x>2*, то *F(x)*= $\int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dx + \int_{0}^{2} \frac{x}{2} dx + \int_{2}^{\infty} 0 \cdot dx = \frac{x^2}{4}\Big|_0^2 = \frac{1}{4}\left(2^2 - 0^2\right) = 1$

Итак, искомая интегральная функция имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0,\ при\ \ x < 0 \\ \dfrac{x^2}{4},\ при\ \ 0 \le x \le 2 \\ 1,\ при\ \ x > 2 \end{cases}$$

Построим ее график:



Математическое ожидание *M(x)* и дисперсию *Д(x)* вычислим по формулам:

$M(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x * f(x)dx;$ если все возможные значения x принадлежат интервалу *(а,в)*, то

$$M(x)=\int\limits_{a}^{в} f(x)dx.$$

$$D(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}(x-M(x))^2 f(x)dx \text{ или}$$

$$D(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}x^2 f(x)dx-(M(x))^2$$

Если $X\in(a,в)$, то $D(x)=\int\limits_{a}^{в}x^2 f(x)dx-(M(x))^2$

$$M(x)=\int\limits_{0}^{2}x\cdot\frac{x}{2}dx=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{2}x^2dx=\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}\bigg|_0^2=\frac{1}{6}\left(2^3-0^3\right)=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$$

$$D(x)=\int\limits_{0}^{2}x^2\cdot\frac{x}{2}dx-\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{2}x^3dx-\frac{16}{9}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}x^4\bigg|_0^2-\frac{16}{9}=\frac{1}{8}\left(2^4-0^4\right)-\frac{16}{9}=\frac{1}{8}\cdot16-\frac{16}{9}=$$
$$=16\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)=16\cdot\frac{1}{72}=\frac{2}{9}$$

Задача 4. Случайная величина *x* задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0,\ x\le 0\\ x/k,\ 0<x\le k\\ 1,\ x>k\end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности *f(x)* случайной величины *x*. Построить графики *f(x)* и *F(x)*.

Вычислить для случайной величины *x* ее математическое ожидания *M(x) и дисперсию Д(x)*.

Значение параметра «*K*» вычислить по формуле

$$K=3+V,$$

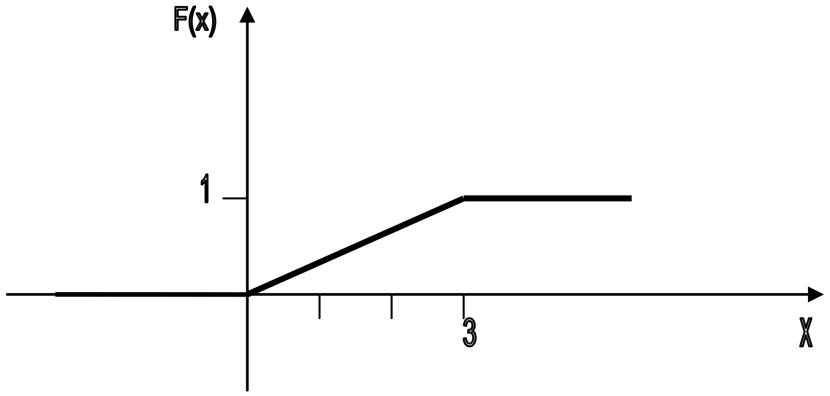
где *V*- номер варианта.

Решение.

V=0→K=3+0=3→

$$F(x)=\begin{cases}0, \ x\le 0\\ \dfrac{x}{3}, \ 0<x\le 3\\ 1, \ x>3\end{cases}$$

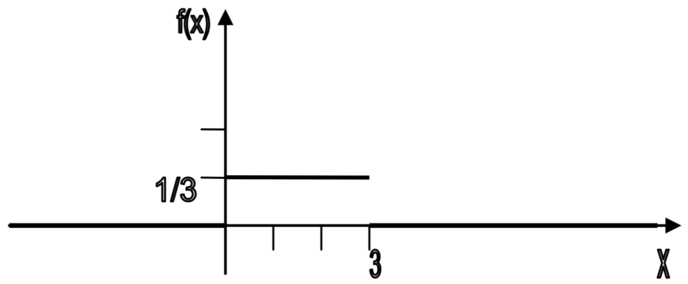
Построить график *F(x)*:



Функция плотности вероятности *f(x)=F'(x)*→

$$f(x)=\begin{cases}0, \ x\le 0\\ \dfrac{1}{3}, \ 0<x\le 3\\ 0, \ x>3\end{cases}$$

Ее график:



Вычислили математическое ожидание *M(x)*:

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x\cdot f(x)dx$$

$$M(x)=\int_0^3 x\cdot\frac{1}{3}dx=\frac{1}{3}\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^3=\frac{1}{6}\left(3^2-0^2\right)=\frac{1}{6}\cdot 9=\frac{3}{2}=1{,}5; \ \mathit{M(x)=1,5}$$

Дисперсию находим по формуле:

$$Д(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx-(M(x))^2$$

$$Д(x)=\int_0^3 x^2\cdot\frac{1}{3}dx-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{3}\frac{x^3}{3}\Bigg|_0^3-\frac{9}{4}=\frac{1}{9}\left(3^3-0^3\right)-\frac{9}{4}=\frac{1}{9}\cdot 27-\frac{9}{4}=3-2\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

Д(х)=0,75

Задача 5.1. Линия связи обслуживает *n* абонентов. Каждый из них разговаривает в среднем *t* минут в час. Сколько каналов должна иметь линия связи, чтобы практически не произошло потери вызова?

Решение

Число каналов является случайной величиной *х*, подчиненной нормальному закону распределения. Поэтому по правилу трех сигм практически достоверно, что $|x-a|<3\sigma,$ где $a=M(x)$- математическое ожидание; $=np$ $\sigma=\sqrt{Д(x)}=\sqrt{npq}$ - среднее квадратическое отклонение.

По условию задачи $p=\frac{t}{60};\ p+q=1;\ q=1-p=1-\frac{t}{60};\ q=\frac{60-t}{60};\ M(x)=n\cdot\frac{t}{60};$

$\sigma=\sqrt{n\cdot\frac{t}{60}\cdot\frac{60-t}{60}}=\frac{\sqrt{(60-t)\cdot nt}}{60}$, откуда $\left|x-\frac{nt}{60}\right|<3\cdot\frac{\sqrt{(60-t)\cdot nt}}{60};$

$\left|x-\frac{nt}{60}\right|<\frac{\sqrt{(60-t)\cdot nt}}{20};\ \frac{nt}{60}-\frac{\sqrt{(60-t)\cdot nt}}{20}<x<\frac{nt}{60}+\frac{\sqrt{(60-t)\cdot nt}}{20}.$

Задача 5.2. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию с интервалом движения 10 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ждать очередной автобус менее 6 минут

Решение

Время ожидания очередного автобуса можно рассматривать как случайную величину *х*, распределенную по равномерному закону. Вероятность того, что случайная величина *х* примет значение из интервала *(α; β)* равна:

$P(\alpha<x<\beta)=\int_{\alpha}^{\beta}f(x)dx,$ где *f(x)* – дифференциальная функция равномерного распределения.

$$f(x)=\frac{1}{b-a}.$$

По условию задачи интервал движения *b-a=10*, тогда $f(x)=\frac{1}{10}=0{,}1.$

Пассажир должен ждать менее 6 минут, следовательно *10-x=6; x=4*. Итак, $(\alpha,\beta)=(4{,}10)$.

$$P(4<x<10)=\int_{4}^{10}0{,}1dx=0{,}1x\Big|_{4}^{10}=0{,}1(10-4)=0{,}6.$$

<u>Задача 5.3</u>. Известно, что детали, выпускаемые цехом, по размерам диаметра распределяются по нормальному закону с математическим ожиданием *a=5 см* и дисперсией *Д(x)=0,81*. Найти:

а) вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали имеет размеры в пределах от 4 см до 7 см.

б) вероятность того, что размер диаметра наудачу взятой детали отличается от математического ожидания не менее, чем на 2 см.

<u>Решение</u>

а) Вероятность того, что случайная величина *x*, распределенная по нормальному закону, попадет в интервал *(α, β)* вычисляется по формуле:

$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\dfrac{\beta - \alpha}{\sigma}\right) - \Phi\left(\dfrac{\alpha - a}{\sigma}\right)$, где *Φ(x)* – функция Лапласа.

Φ(-x)=-Φ(x), поэтому

$$P(4 < x < 7) = \Phi\left(\frac{7-5}{\sqrt{0{,}81}}\right) - \Phi\left(\frac{4-5}{\sqrt{0{,}81}}\right) = \Phi(2{,}2222) - \Phi(-1{,}1111) = \Phi(2{,}2222) + \Phi(1{,}1111) =$$
$$= 0{,}4868 + 0{,}3665 = 0{,}8533$$

б) Сначала вычислим вероятность того, что значение случайной величины *x* (диаметра) меньше заданного числа 2 по формуле:

$$P(|x - a| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$$

$$P(|x - 5| < 2) = 2\Phi\left(\frac{2}{\sqrt{0{,}81}}\right) = 2\Phi(2{,}2222) = 2 \cdot 0{,}4868 \approx 0{,}9736.$$

Тогда вероятность того, что размер диаметра наудачу взятой детали отличается от математического ожидания не менее, чем на 2 см найдем так:

$$P(|x - 5| \geq 2) = 1 - P(|x - 5| < 2) = 1 - 0{,}9736 = 0{,}0264.$$

Значения *Φ(x)* находим по таблицам.

Литература

1. М.В. Болдин, Е.С. Кочетков. Практикум по теории вероятностей и магматической статистике.- М.: МАИ, 1993.

2. Е.Н. Лукаш, Д.В. Сенченко, В.И. Черняк. Сборник задач по теории вероятностей для экономистов.- М.: МГУ, 1986.

3. Г.В. Горелова, И.А. Кацко. Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применениями EXCEL.- Ростов-на-Дону: Феникс, 2002.

4. А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. Справочное пособие к решению задач: теория вероятностей.- Минск: Тетра Системс, 1999.

5. Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Задачи и упражнения по теории вероятностей.- М.: Высшая школа, 2000.

6. Л.Н. Ежова. Теория вероятностей: Практикум.- Иркутск: БГУЭП, 2004.

7. В.И. Ермаков, Г.И. Бобрик и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов.- М.: ИНФРА М, 2001.

8. Н.Ш. Кремер Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: ЮНИТК, 2003.

9. В.Е. Гмурман Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: высшая школа, 2003.

Приложение 1

Таблица значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$.

x	$\varphi(x)$	x	$\varphi(x)$	x	$\varphi(x)$	x	$\varphi(x)$
0,0	0,3989	1,0	0,2420	2,0	0,0540	3,0	0,0044
0,1	0,3970	1,1	0,2179	2,1	0,0440	3,1	0,0033
0,2	0,3910	1,2	0,1942	2,1	0,0356	3,2	0,0024
0,3	0,3814	1,3	0,1714	2,3	0,0283	3,3	0,0017
0,4	0,3683	1,4	0,1497	2,4	0,0224	3,4	0,0012
0,5	0,3521	1,5	0,1295	2,5	0,0175	3,5	0,0009
0,6	0,3332	1,6	0,1109	2,6	0,0136	3,6	0,0006
0,7	0,3123	1,7	0,0940	2,7	0,0104	3,7	0,0004
0,8	0,2997	1,8	0,0799	2,8	0,0079	3,8	0,0003
0,9	0,2661	1,9	0,0656	2.9	0,0060	3,9	0,0002

Приложение 2

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{-z^2/2}\,\mathrm{d}z$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,0	0,0000	1,0	0,3413	2,0	0,4772	3,0	0,49865
0,1	0,0398	1,1	0,3643	2,1	0,4821	3,2	0,49931
0,2	0,0793	1,2	0,3849	2,1	0,4861	3,4	0,49966
0,3	0,1179	1,3	0,4032	2,3	0,4893	3,6	0,499841
0,4	0,1554	1,4	0,4192	2,4	0,4918	3,8	0,499928
0,5	0,1915	1,5	0,4332	2,5	0,4938	4,0	0,499968
0,6	0,2257	1,6	0,4452	2,6	0,4953	4,5	0,499997
0,7	0,2580	1,7	0,4554	2,7	0,4965	5,0	0,49997
0,8	0,2881	1,8	0,4641	2,8	0,4974		
0,9	0,3159	1,9	0,4713	2.9	0,4981		