Функции многих переменных.

Область допустимых значений функции двух переменных

Пример 1.

Определить геометрическое место точек области допустимых значений функции двух переменных: Z=$\sqrt{1-x^2-y^2}$.

Решение: Выражение, стоящее под знаком квадратного корня должно быть не отрицательным: $1-x^2-y^2 \geq 0$, следовательно, $x^2+y^2 \leq 1$.

Ответ: Геометрически область допустимых значений для функции двух переменных Z=$\sqrt{1-x^2-y^2}$ представляет собой круг с радиусом 1.

Пример 2.

Определить геометрическое место точек области допустимых значений функции двух переменных: Z = $\frac{1}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$.

Решение: Выражение, стоящее под знаком квадратного корня должно быть положительным: $25-x^2-y^2 > 0$, следовательно, $x^2+y^2 < 25$. **Ответ:** Геометрически область допустимых значений для функции двух переменных Z = $\frac{1}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$ представляет собой внутреннюю часть круга с радиусом 5.

Пример3.

Определить геометрическое место точек области допустимых значений функции двух переменных: Z = $\frac{7}{\sqrt{25x^2-25+y^2}}$.

Решение: Выражение, стоящее под знаком квадратного корня должно быть положительным: $25x^2-25+y^2 > 0$, тогда, $25x^2+y^2 > 25$.

Ответ: Геометрически область допустимых значений для функции двух переменных Z = $\frac{7}{\sqrt{25x^2-25+y^2}}$ представляет собой часть плоскости вне эллипса $25x^2+y^2=25$ с полуосями $\text{а} = 1, \text{в} = 5$.

Пример 4.

Определить геометрическое место точек области допустимых значений функции двух переменных: Z = $\arcsin{(x+y)}$

Решение: Выражение, стоящее под знаком обратной тригонометрической функции по абсолютной величине не должно превышать 1:

$-1 \le x + y \le 1$, тогда, $-1 - x \le y \le 1 - x$.

Ответ: Геометрически область допустимых значений для функции двух переменных Z = $\arcsin\,(x + y)$ представляет собой множество точек плоскости в полосе, ограниченной прямыми $y = -1 - x$ и $y = 1 - x$.

Пример 5.

Определить геометрическое место точек области допустимых значений функции двух переменных: Z = $ln\,(x^2 - 3y)$

Решение: Выражение, стоящее под знаком логарифмической функции должно быть положительным: $x^2 - 3y > 0$, $3y < x^2$тогда, $y < \frac{x^2}{3}$.

Ответ: Геометрически область допустимых значений для функции двух переменных Z = $ln\,(x^2 - 3y)$

представляет собой множество точек плоскости под параболой $y = \frac{x^2}{3}$.

Пример 6.

Определить геометрическое место точек области допустимых значений функции двух переменных: Z=$\sqrt{x^2 + y^2 - 9} + \sqrt{25 - x^2 - y^2}$.

Решение: Выражения, стоящие под знаком квадратного корня должны быть не отрицательными и одновременно должны выполняться условия:

$\begin{cases} x^2 + y^2 - 9 \ge 0 \quad x^2 + y^2 \ge 9 \\ 25 - x^2 - y^2 \ge 0 \; x^2 + y^2 \le 25 \end{cases}$ следовательно, область определения функции – кольцо, внутренний радиус которого – 3, а внешний -5.

Ответ: Геометрически область допустимых значений функции двух переменных Z=$\sqrt{x^2 + y^2 - 9} + \sqrt{25 - x^2 - y^2}$.

представляет собой кольцо, внутренний радиус которого – 3, а внешний -5.

Примеры для самостоятельной работы:

Определить геометрическое место точек области допустимых значений функции двух переменных:

1. Z = $ln\ (3x^2 - 2y)$ 2. Z = arcsin $(4x + y)$ 3. Z = $\frac{x+y}{\sqrt{25x^2-25+y^2}}$ 4. Z=$\sqrt{9 - x^2 - y^2}$ 5. Z = $\frac{x}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$	6. Z = ln (${}^{5}/_{(x + y)}$) 7. Z = arccos $(x + 3y)$ 8. Z = $\frac{x-y}{\sqrt{36x^2-36+y^2}}$ 9. Z = $\frac{x+y}{\sqrt{16x^2-16+y^2}}$ 10. Z = $\frac{x}{\sqrt{81-x^2-y^2}}$