Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт информационных технологий и анализа данных

наименование института

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 5
по дисциплине:

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

«Исследование автоматической системы с запаздыванием»

Выполнил	АСУб-20-2		Арбакова А.В.
	шифр группы	подпись	Фамилия И.О.
Проверил			Осипова Е.А.
	должность	подпись	Фамилия И.О.

Иркутск 2022 г.

Цель работы: ознакомление с автоматическими системами с запаздыванием, моделирование звена запаздывания, устойчивость автоматических систем с запаздыванием, влияние запаздывание на качество переходных процессов.

Вариант: 17

1. Структурная схема исследуемой автоматической системы с заданными значениями параметров.

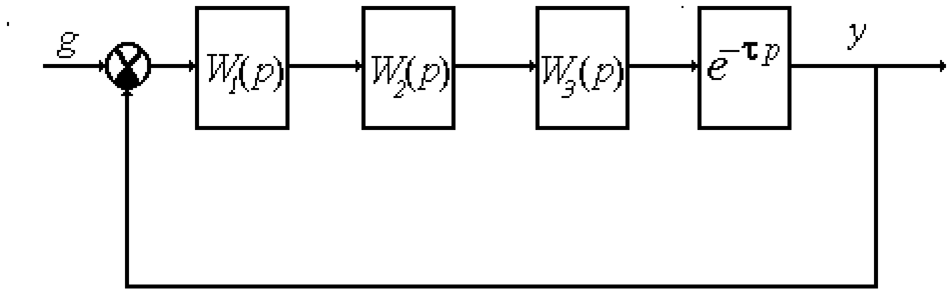


Рис. 5.

Здесь $W_1(p) = \dfrac{k_1}{T_1 p + 1}$; $W_2(p) = \dfrac{k_2}{T_2^2 p^2 + 2\varsigma T_2 p + 1}$; $W_3(p) = \dfrac{k_3}{T_3 p + 1}$.

k1	k2	k3	k	T1	T2	T3	T	E
10	40	0.01	-	0.5	0.2	1	-	0.2

2. Описание процесса построения АФЧХ для заданной автоматической системы.

$$W_p = \frac{k_1 k_2 k_3 e^{-\tau p}}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2\varsigma T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$$

$$p = j\omega$$

$$W_p = \frac{k_1 k_2 k_3 e^{-\tau j\omega}(u - v)}{u^2 - v^2}$$

$$u = T_1 T_2^2 T_3 \omega^4 - T_1 T_3 \omega^2 - 2\varsigma T_2 (T_1 + T_3)\omega^2 - T_2^2 \omega^2 + 1$$

$$v = j(-2\varsigma T_1 T_2 T_3 \omega^3 - (T_1 + T_3) T_2^2 \omega^3 + (T_1 + T_3)\omega + 2\varsigma T_2 \omega$$

$$Re(\omega) = \frac{k_1 k_2 k_3 e^{-\tau j\omega} u}{u^2 - v^2}$$

$$Im(\omega) = \frac{-k_1 k_2 k_3 e^{-\tau j\omega} v}{u^2 - v^2}$$

$$A(\omega) = \frac{k_1}{\sqrt{1+\omega_{\text{ср}}^2 T_1^2}} \frac{k_2}{\sqrt{(1-\omega_{\text{ср}}^2 T_2^2)^2 + 4\varsigma^2\omega_{\text{ср}}^2 T_2^2}} \frac{k_3}{\sqrt{1+\omega_{\text{ср}}^2 T_3^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -arctg(\omega_{\text{кр}} T_1) - arctg\left(\frac{2\varsigma\omega_{\text{кр}} T_2}{1-\omega_{\text{кр}}^2 T_2^2}\right) - arctg(\omega_{\text{кр}} T_3)$$

$$= arctg(\frac{ImW(j\omega)}{ReW(j\omega)} \mp \begin{cases} 0 \text{ при } ReW(j\omega) \geq 0 \\ \pi \text{ при } ReW(j\omega) < 0 \end{cases}$$

Заключение об устойчивости системы с запаздыванием делается на основании исследования поведения амплитудно-вазовой характеристики $W_\tau(j\omega)$ системы с запаздыванием относительно точки (-1, j0)

$$W_\tau(j\omega) = W(j\omega)e^{-j\omega t} = A(\omega)e^{j\psi(\omega)}e^{-j\omega t} = A(\omega)e^{j\psi_\tau(\omega)}$$

где $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ – амплитудно-фазовая характеристика без учета запаздывания.

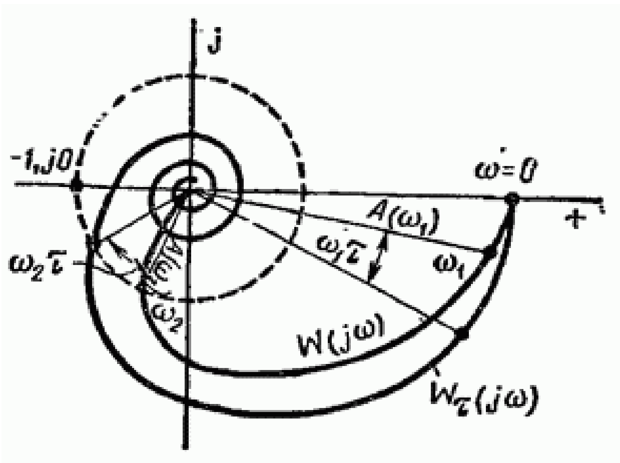
$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$ – амплитудно-частотная характеристика.

$\psi(\omega) = arctg\,\frac{V(\omega)}{U(\omega)}$ – фазочастотная характеристика без учета запаздывания.

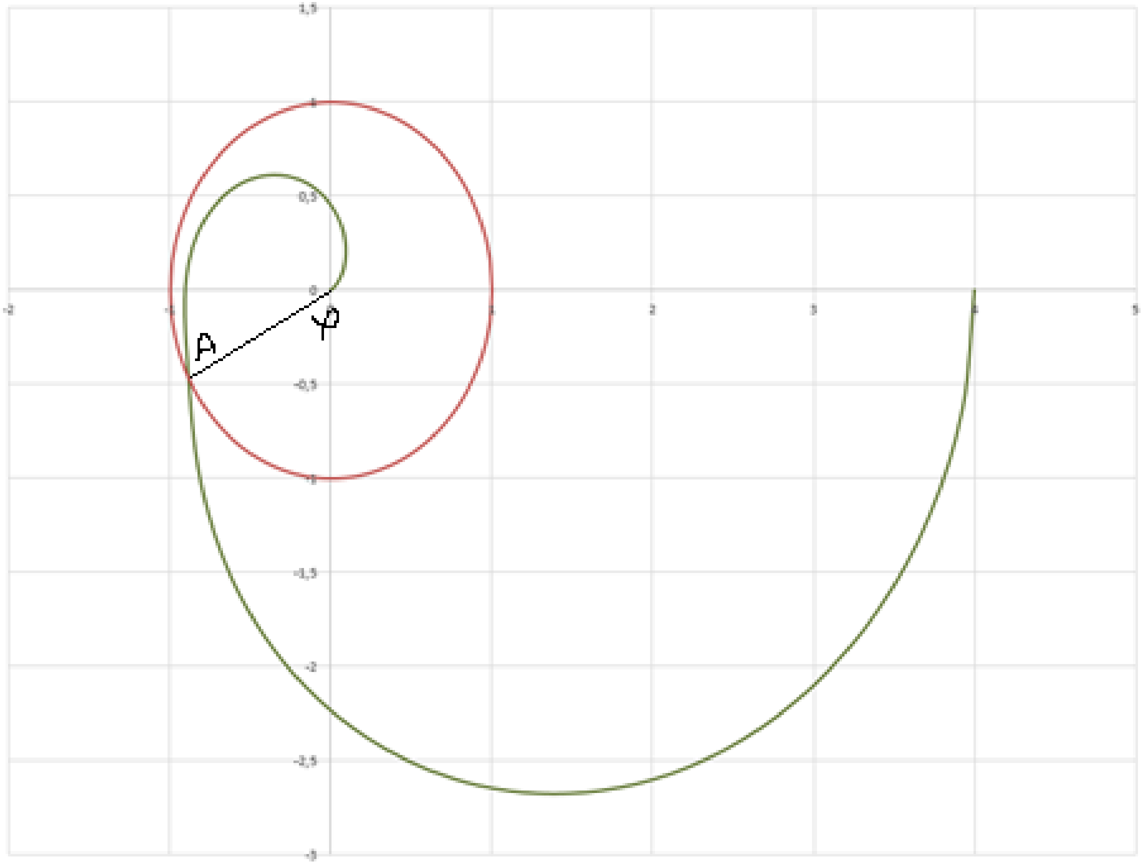
$\psi_\tau(\omega) = \psi(\omega) - \omega\tau$ – фазочастотная характеристика с запаздыванием.

3. Описание процесса определения $t_{\text{кр}}$ графическим способом.

Закручивание амплитудно-фазовой характеристики из-за наличия дополнительного фазового сдвига $\omega\tau$ ухудшает условие устойчивости, так как амплитудно-фазовая характеристика приближается к критической точке (-1, j0).



АФЧХ при $\tau = 0$:



В этом случае, $W_\tau(j\omega)$ будет переходить через точку (-1, j0).

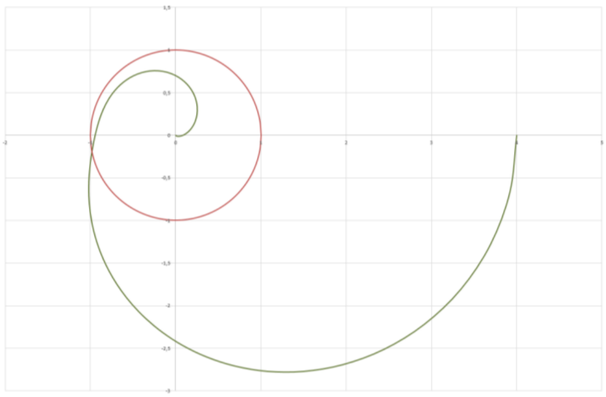
$$arctg\, x = arctg \frac{-0{,}493051}{-0{,}87} = 0{,}515593$$

$$x = 0{,}515593$$

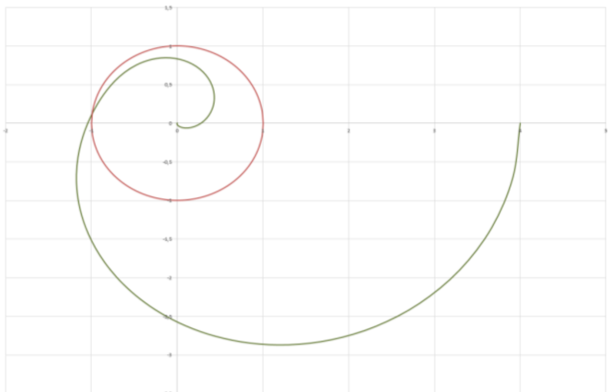
Методом подбора находим $\omega_{\text{кр}} = 3{,}11$

Приблизительное значение $\tau_{\text{кр}} = \frac{x}{\omega_{\text{кр}}} = \frac{0{,}515593}{3{,}11} = 0{,}1657$

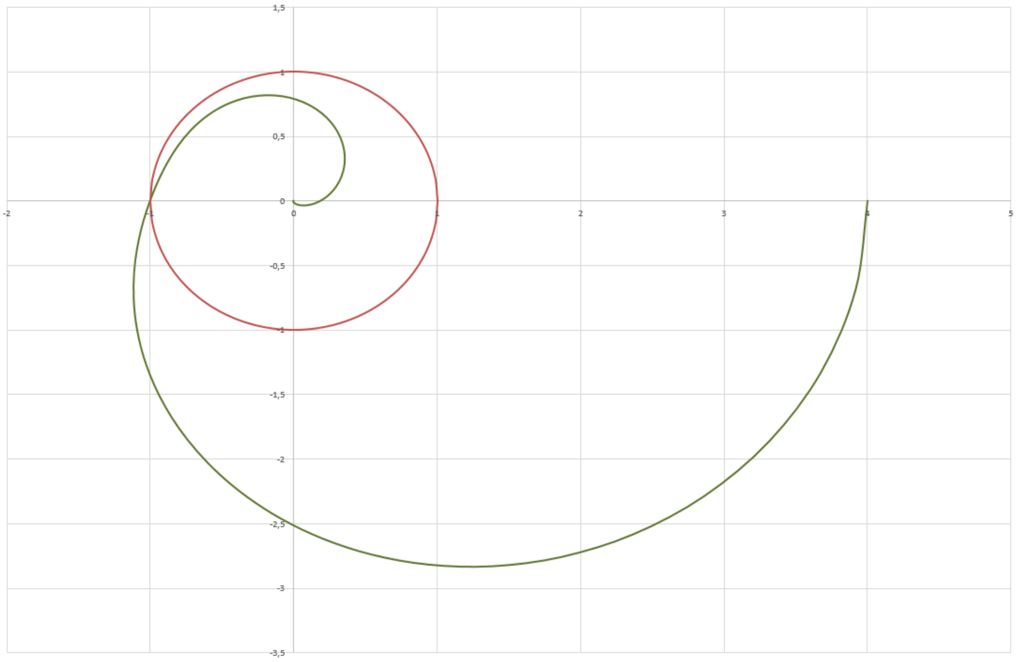
При $\tau < \tau_{\text{кр}}$ $\tau = 0{,}1$:



При $\tau > \tau_{\text{кр}}$ $\tau = 0{,}2$:



При $\tau = \tau_{кр} = 0{,}16$:



4. Аналитические выражения с необходимыми пояснениями, с помощью которых определено значение $t_{кр}$.

$$A(\omega)=1$$

$$1 = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \sqrt{\left(\frac{k_1 k_2 k_3 u}{u^2 - v^2}\right)^2 + \left(\frac{k_1 k_2 k_3 v}{u^2 - v^2}\right)^2}$$

$$\frac{k_1 k_2 k_3}{\sqrt{u^2 - v^2}} = 1$$

$$(k_1 k_2 k_3)^2 = u^2 - v^2$$

$$(0{,}02\omega^4 - 0{,}66\omega^2 + 1)^2 - (1{,}58\omega - 0{,}1\omega^3)^2 = (10 * 40 * 0{,}01)^2$$

Исходное уравнение

$$\left(\frac{w^4}{50} - \frac{33\,w^2}{50} + 1\right)^2 - \left(\frac{79\,w}{50} - \frac{w^3}{10}\right)^2 = 16$$

Вычисленное решение

$$w_1 = 9.742747732873939$$
$$w_2 = -9.742747732873939$$
$$w_3 = 4.394315741552995$$
$$w_4 = -4.394315741552995$$
$$w_5 = 3.55987302070993$$
$$w_6 = -3.55987302070993$$

$$\omega_{кр} = \sqrt{9{,}7} = 3{,}11$$

$$\varphi(\omega) = -arctg(\omega_{кр}T_1) - arctg\left(\frac{2\varsigma\omega_{кр}T_2}{1-\omega_{кр}^2T_2^2}\right) - arctg(\omega_{кр}T_3)$$
$$= -arctg(1{,}555) - arctg(0{,}406) - arctg(3{,}11)$$
$$= -0{,}999 - 0{,}386 - 1{,}26 = -2{,}645$$

$$\omega_{кр} = \sqrt{9{,}7} = 3{,}11$$

$$\tau_{кр} = \frac{\pi - |\varphi(\omega)|}{\omega_{кр}} = \frac{\pi - |-2{,}645|}{3{,}11} = 0{,}1596$$

τ – промежуток времени, называемый чистым запаздыванием

Звено запаздывания вносит дополнительный отрицательный фазовый сдвиг и ухудшает устойчивость системы. Звено запаздывания, не изменяя величину сигнала, сдвигает его фазу на угол $\omega(\tau)$, то есть звено запаздывания увеличивает угол сдвига пропорционально частоте сигнала.

Время запаздывания $\tau_{кр}$ и соответствующее ему значение частоты $w_{кр}$, при которых АФЧХ проходит через точку (-1, j0), называется критическим.

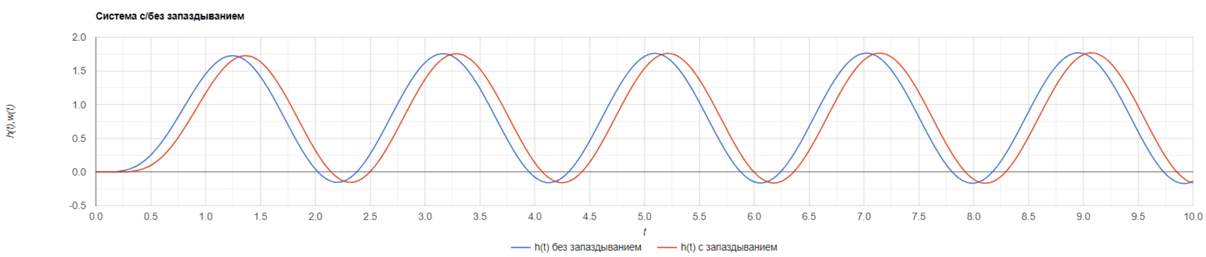
Для систем с запаздыванием основное значение имеет минимальное критическое время запаздывания, которое является в то же время и граничным.

$$\tau_{кр} = \frac{\pi - \psi(\omega_{кр})}{\omega_{кр}} = \frac{\pi + arctg\dfrac{V(\omega_{кр})}{U(\omega_{кр})}}{\omega_{кр}} = \frac{\varphi(\omega_{кр})}{\omega_{кр}}$$

где $\varphi(\omega_{кр}) = \pi + arctg\frac{V(\omega_{кр})}{(\omega_{кр})}$ – запас устойчивости по фазе.

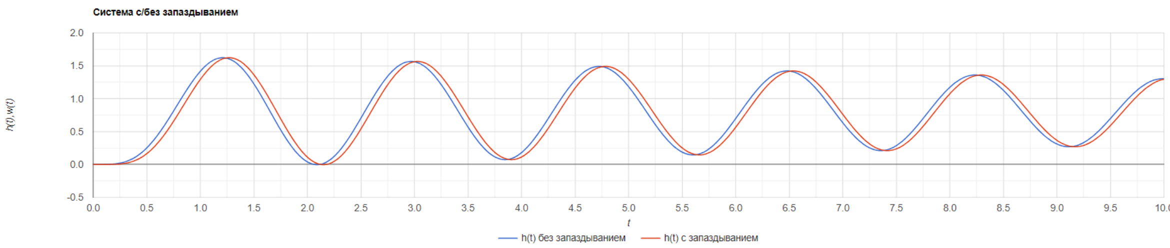
5. График переходной функции.

При $\tau_{кр} = 0{,}16$

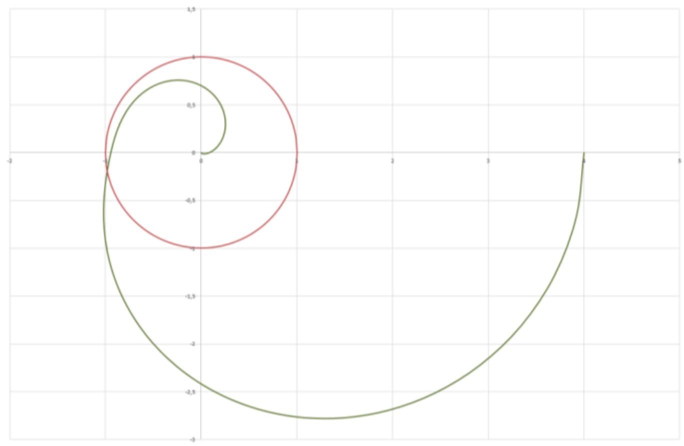


6. Доказательство правильности определения $t_{кр}$. В основе доказательства должны быть полученные путем моделирования графики переходных функций.

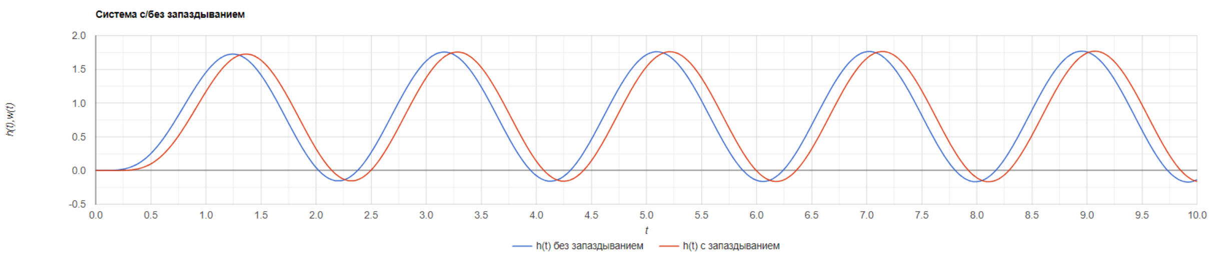
При $\tau < \tau_{кр}$ $\tau = 0{,}1$:



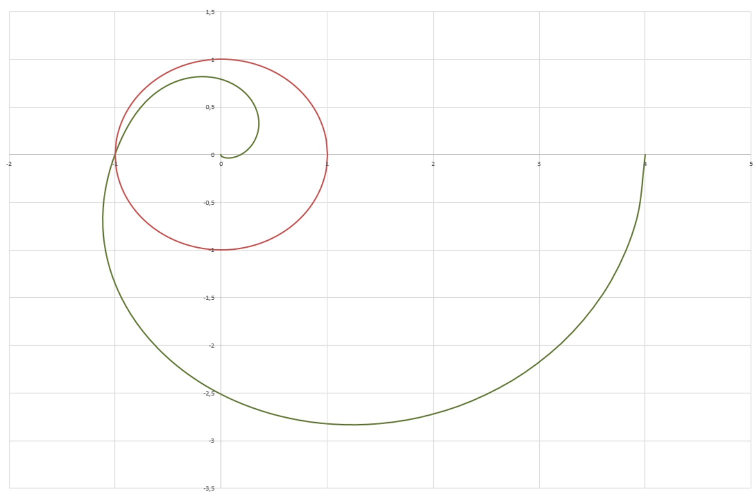
АФЧХ:



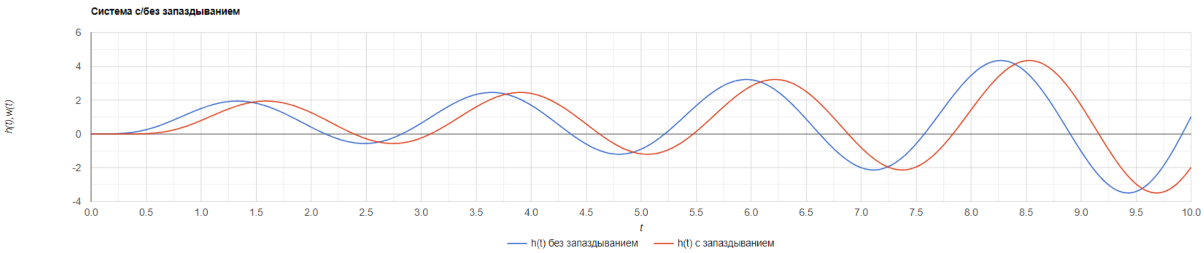
При $\tau = \tau_{кр}$ $\tau = 0{,}16$:



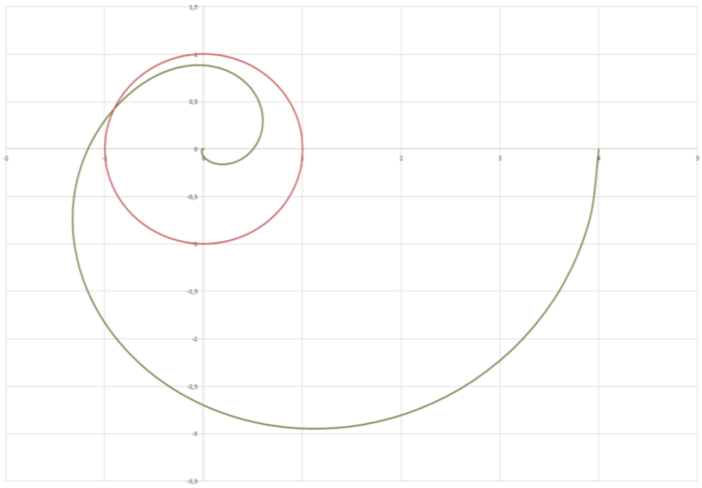
АФЧХ:



При $\tau > \tau_{кр}$ $\tau = 0{,}3$:



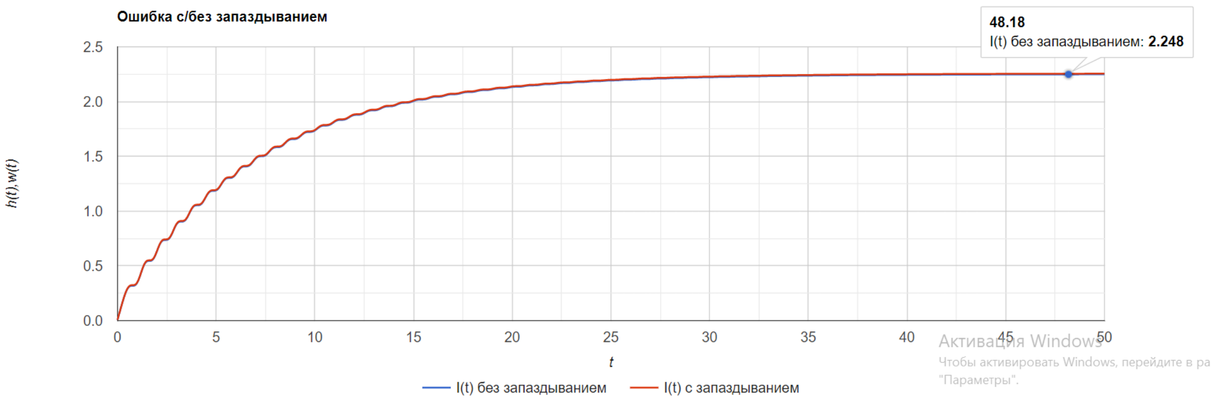
АФЧХ:



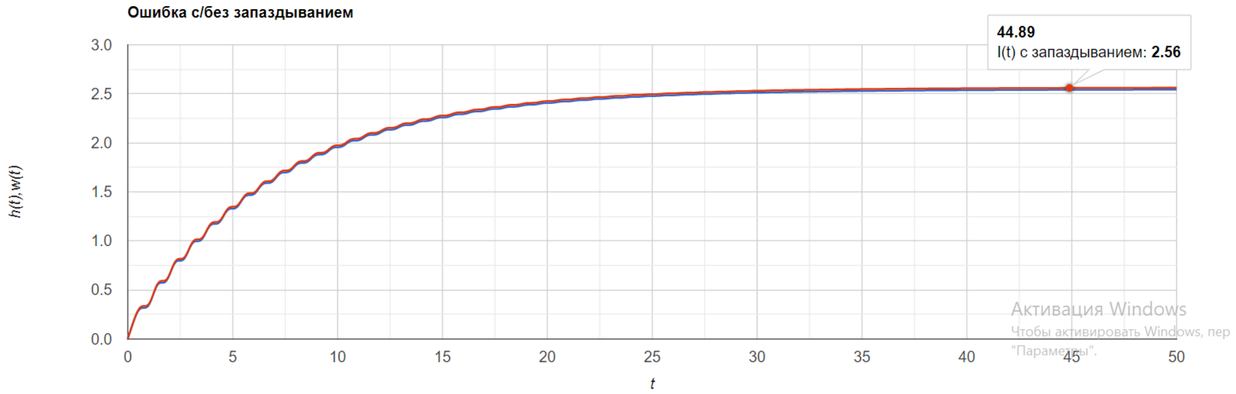
7. Анализ влияния запаздывания на качество переходных процессов путем построения зависимостей I_j=f(τ) (j=1, 2, 3,…) при $\tau<\tau_{кр}$, где I_j, (j=1,2,3,…)-выбранные показатели качества переходных процессов.

$$I = \int_0^L x^2(t)dt$$

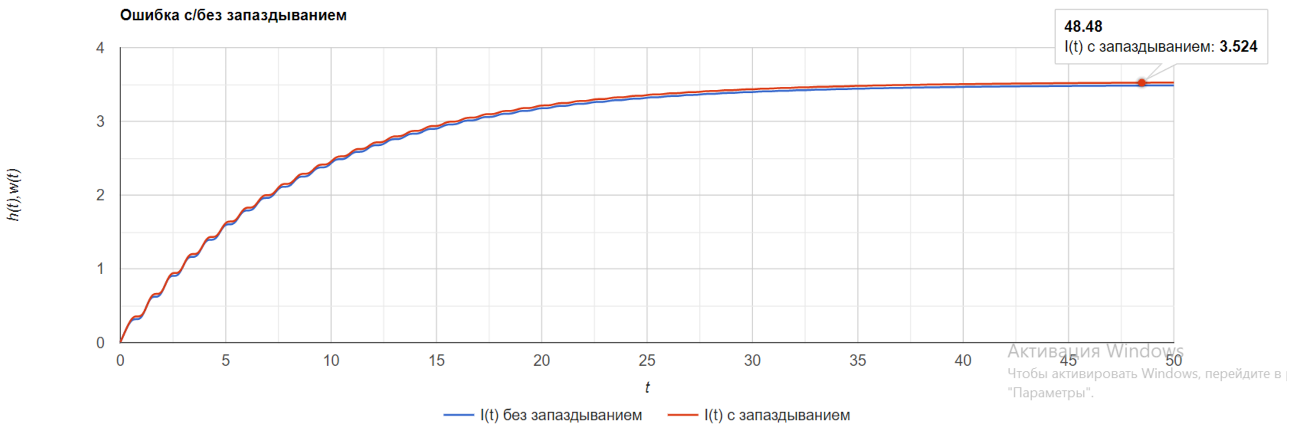
При τ=0 I=2,248



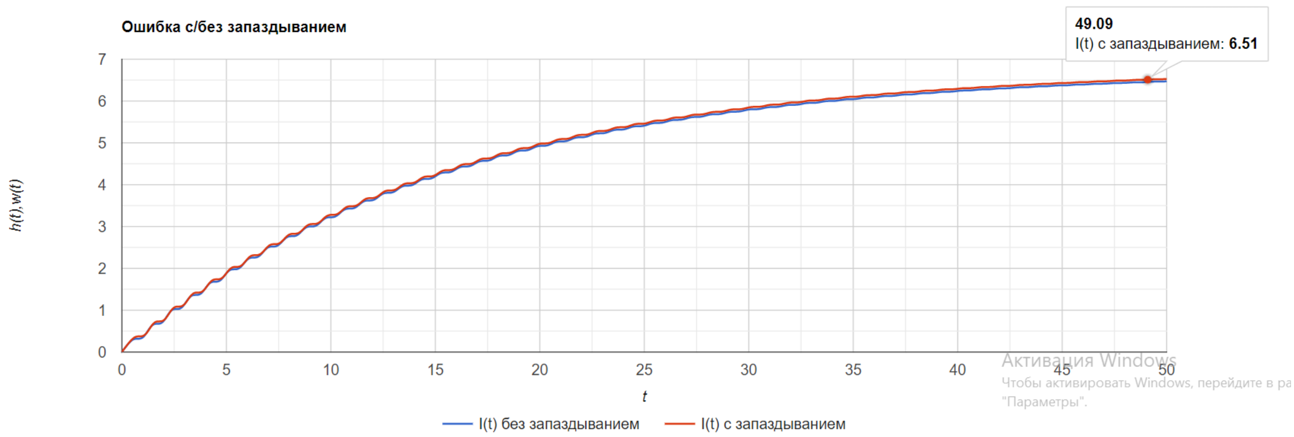
При τ=0,07   I=2,56



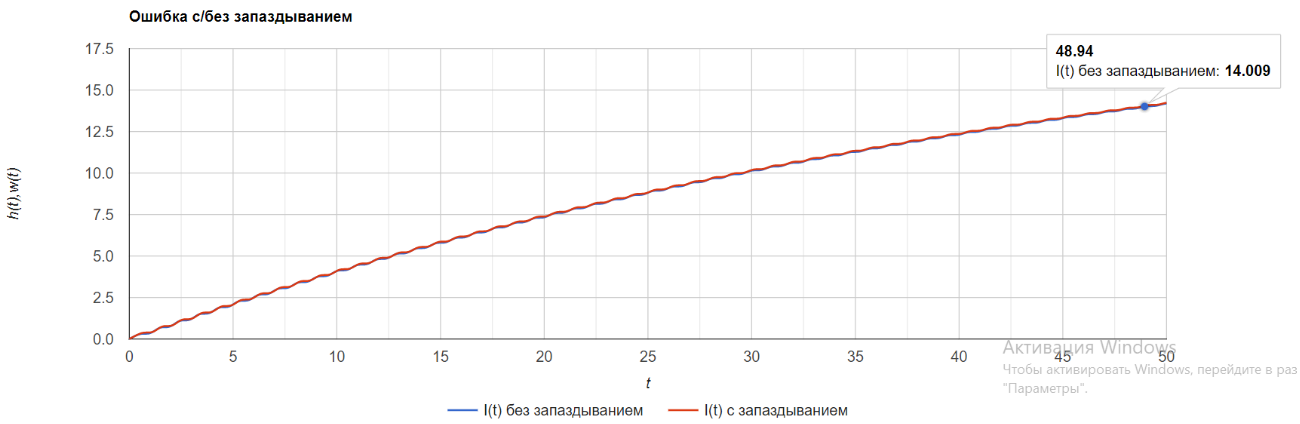
При τ=0,1   I=3,524



При τ=0,13   I=6,51



При τ=0,16 I=14,009



Можно сделать вывод, что чем больше τ, тем больше I.

8. Листинг фрагмента программы, относящегося к моделированию исследуемой автоматической системы.

```
<div>Тау: <input id='tauInput' type="number" value="0.1"
onchange="(e)=>{setTau(e.target.value)}"/> <button onClick="setTau()">Ок</button></div>

<script type="text/javascript" src="https://www.gstatic.com/charts/loader.js"></script>
<script type="text/javascript">
  google.charts.load('current', {'packages':['corechart']});
  google.charts.setOnLoadCallback();
  let tauVal=0.1
  function drawChart(tauVal){
    var T1=0.5;
var T2=0.2;
var T3=1;
var k1=10;
var k2=40;
var k3=0.01;
    var g=1;
    var dt=0.01;
    var z1,z11,z12,z3,y1,y2,y3,x;
var e=0.2;
var m1,m2,m3,m4;
var m11,m21,m31,m41;
    var y,t_;
    var ns, tau=tauVal;
    ns=tau/dt;
      y=0;y1=0;y2=0;y3=0;
      z1=0; z11=0; z12=0; z3=0;
```

```
    t_=0;
   var A=new Array(['x', 'h(t) без запаздыванием','h(t) с запаздыванием']);
        var B=new Array(['x', 'I(t) без запаздыванием','I(t) с запаздыванием']);
   var mas=new Array(['y']);
   var i=1;j=0;w=0;
var yos = 0;
var I=0, Izap=0;

while(t_<=50){
x = g-y;
I = I + (0.8-y3)*(0.8-y3) *dt;
Izap = Izap + (0.8-y)*(0.8-y) *dt;
y1=z1;
m1=(-y1/T1+k1/T1*x)*dt;
m2=(-y1/T1+k1/T1*x+m1/2)*dt;
m3=(-y1/T1+k1/T1*x+m2/2)*dt;
m4=(-y1/T1+k1/T1*x+m3)*dt;
z1=z1+1/6*(m1+2*m2+2*m3+m4);

y2=z11;
m1=(-2*e/T2*y2+z12)*dt;
m11=(-1/(T2*T2)*y2+k2/(T2*T2)*y1)*dt;
m2=(-2*e/T2*y2+z12+m1/2)*dt;
m21=(-1/(T2*T2)*y2+k2/(T2*T2)*y1+m11/2)*dt;
m3=(-2*e/T2*y2+z12+m2/2)*dt;
m31=(-1/(T2*T2)*y2+k2/(T2*T2)*y1+m21/2)*dt;
m4=(-2*e/T2*y2+z12+m3)*dt;
m41=(-1/(T2*T2)*y2+k2/(T2*T2)*y1+m31)*dt;
z11=z11+1/6*(m1+2*m2+2*m3+m4);
z12=z12+1/6*(m11+2*m21+2*m31+m41);

y3=z3;
m1=(-1/T3*y3+k3/T3*y2)*dt;
m2=(-1/T3*y3+k3/T3*y2+m1/2)*dt;
m3=(-1/T3*y3+k3/T3*y2+m2/2)*dt;
m4=(-1/T3*y3+k3/T3*y2+m3)*dt;
z3=z3+1/6*(m1+2*m2+2*m3+m4);

if(i-1>ns) {
  if(j>=ns) j=0;
  j=j+1;
  y=mas[j];
  mas[j]=y3;
}
else {
  mas[i]=y3;
```

```
   y=0;
}

A[i]=[t_,y3,y];
B[i]=[t_,I,Izap];

t_=t_+dt;
i++;

    }
    var data1 = google.visualization.arrayToDataTable(A);
            var data2 = google.visualization.arrayToDataTable(B);
    var options1 = {
      title: 'Система с/без запаздыванием',
      curveType: 'function',
      hAxis: {
          title: 't'
        },
height: 500,
      vAxis: {
        title: 'h(t),w(t)'
      },
explorer: {
        axis: 'horizontal',
        keepInBounds: true,
        maxZoomIn: 40.0
},
      legend: { position: 'bottom' }
    };

                var options2 = {
      title: 'Ошибка  с/без запаздыванием',
      curveType: 'function',
      hAxis: {
          title: 't'
        },
height: 500,
      vAxis: {
        title: 'h(t),w(t)'
      },
explorer: {
        axis: 'horizontal',
        keepInBounds: true,
        maxZoomIn: 40.0
},
      legend: { position: 'bottom' }
```

```
    };
    var chart1 = new google.visualization.LineChart(document.getElementById('curve_chart1'));
        var chart2 = new google.visualization.LineChart(document.getElementById('curve_chart2'));
    chart1.draw(data1, options1);
        chart2.draw(data2, options2);
  }
  function setTau()
  {
if (document.getElementById('tauInput').value)
   drawChart(document.getElementById('tauInput').value);
  }
</script>
 <div id="curve_chart1">      </div>
  <div id="curve_chart2">      </div>
```