Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт информационных технологий и анализа данных

наименование института

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 1
по дисциплине:
ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

«Моделирование звеньев автоматических систем»

Выполнил	АСУб-20-2		Арбакова А.В.
	шифр группы	подпись	Фамилия И.О.
Проверил			Осипова Е.А.
	должность	подпись	Фамилия И.О.

Иркутск 2022 г.

1. Заданная передаточная функция звена с заданными значениям параметров.

Вариант 27. Изодромное звено.

$$W(p) = k\frac{Tp+1}{p}$$

Значения k и T соответственно равны 10 и 5.

(k = 10 и T = 5)

2. Изложение заданного метода моделирования применительно к заданному звену.

В настоящее время для анализа и синтеза автоматических систем применяется математическое моделирование, про котором можно моделировать по уравнению или структурной схеме. Известны различные способы моделирования передаточных функций.

К данной передаточной функции был применен метод комбинирования производных, поскольку он позволяет осуществлять моделирование путем решения звена системами уравнений и избегать применения численного дифференцирования.

3. Соображения по выбору и выбранные значения шага интегрирования Δt и величины интервала интегрирования L.

Значения Δt и L для первого порядка определяются по формулам:

$$\Delta t = \frac{T_{min}}{10} \quad L = 3 \times T_{max}$$

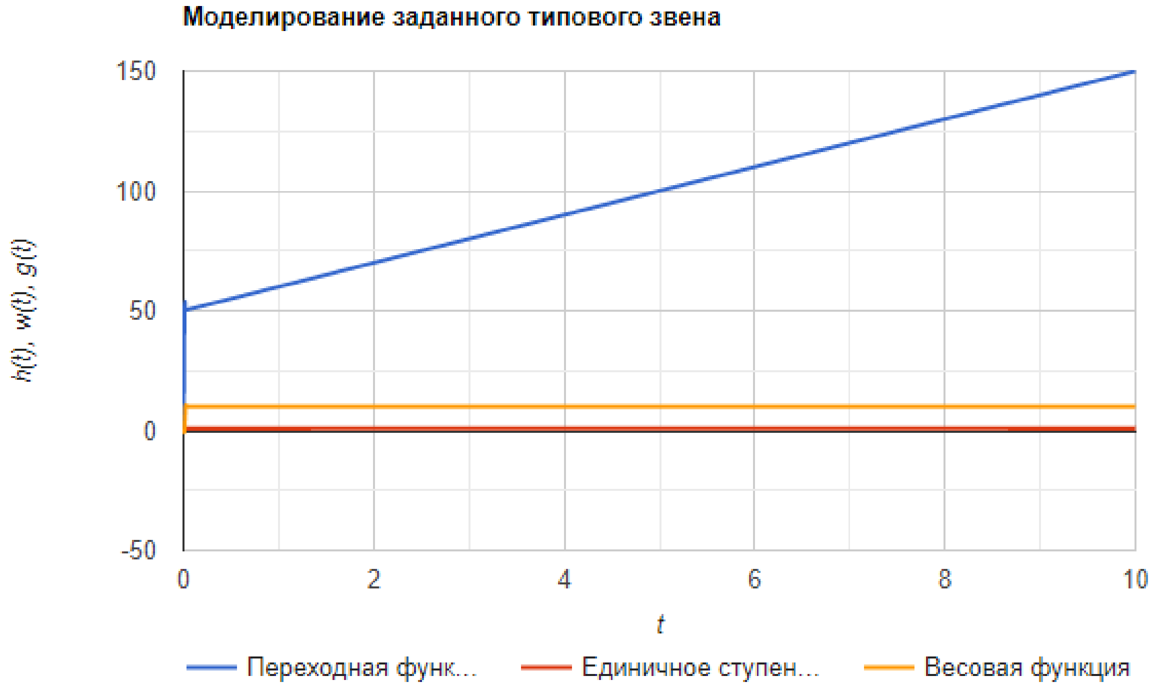
Следовательно, к данной передаточной функции применим переменные со значениями Δt = 0,5 и L = 15.

4. Листинг фрагмента программы, относящегося к моделированию заданной передаточной функции.

```
<script type="text/javascript" src="https://www.gstatic.com/charts/loader.js"></script>
<script type="text/javascript">google.charts.load('current', {'packages':['corechart']});
google.charts.setOnLoadCallback(drawChart);
function drawChart(){
var dt=0.5;
var L=15;
var T1= 5;
var k=10;
var k1,k2,k3,k4;
```

```
var z1;
var y, t, w, ypr;
var g = 1;
y=0;
z1=0;
t=0;w=0;
var A=new Array(['t', 'Переходная функция(модел)','Единичное ступенчатое воздействие','Весовая функция' ]);
var i=1;
while(t < L){
A[i]=[t,y,1,w];
ypr=y;
k1 = dt*g;
k2 = dt*g
k3 = dt*g
k4 = dt*g
z1=z1+1/6*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4);
y=k*z1 + (k * T1 * g);
if (t>0) w=k+T1*dt;
t=t+dt;
i++;
}
var data = google.visualization.arrayToDataTable(A);
var options = {
title: 'Моделирование заданного типового звена',
curveType: 'function',
hAxis: {
title: 't'
},
vAxis: {
title: 'h(t), w(t), g(t)'
},
legend: { position: 'bottom' }
};
var chart = new google.visualization.LineChart(document.getElementById('curve_chart2'));
chart.draw(data, options);
}
</script>
<div id="curve_chart2" style="width: 750px; height: 400px"></div>
```

5. Полученные путем моделирования графики переходной и весовой функции с необходимыми пояснениями, т.е. последние должны содержать масштабы, обозначения функций и т.д.



6. Описание процесса определения параметров заданной передаточной функции с необходимыми доказательствами и построениями на графиках h(t) и/или w(t), полученных путем моделирования.

$$W(p) = k\frac{Tp+1}{p} = \frac{Y(p)}{G(p)}$$

где k и T – постоянные коэффициенты, характеризующие параметры звена с заданной передаточной функцией.

k – коэффициент усиления

T – постоянная времени

$p = \alpha \pm \beta j$ – комплексная переменная

$$W(p) = k\frac{Tp+1}{p} = \frac{y}{g}$$

– сокращенная форма записи дифференциального уравнения, где $p = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования.

$k(Tp+1)$ умножаем на g

p умножаем на y

По правилу пропорций получим:

$$py = k(Tp+1)g$$

$$py = kTpg + kg$$

Используя нулевые начальные условия, мы можем перейти от передаточной функции к соответствующему ей дифференциальному уравнению, заменив $p = \alpha \pm \beta j$ - комплексную переменную на $p = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования.

В результате получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{kTdg}{dt} + kg$$

В данном случае n = 1 и m = 1, так как это порядок числителя и знаменателя.

Определяем коэффициенты:

$$a_1 = 1 \quad b_1 = kT$$
$$a_0 = 0 \quad b_0 = k$$

Определяем систему уравнений:

$$\begin{cases} g = \dfrac{du}{dt} \\ y = \dfrac{kTdu}{dt} + ku \end{cases}$$

Следует,

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = g \\ \dfrac{du}{dt} = \dfrac{y - ku}{kT} \end{cases}$$

По формулам определяем,

$$u = \frac{g}{p^1 + a_0}$$
$$u = \frac{g}{p + 0}$$
$$g = p \times u$$
$$\frac{du}{dt} = g$$
$$\begin{cases} y = f_1(g, u) \\ \dfrac{du}{dt} = f_2(g, u) \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = kTg + ku \\ \dfrac{du}{dt} = g \end{cases}$$

Далее методом Рунге-Кутта решаем дифференциальное уравнение:

$$y = b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u = kT \frac{du}{dt} + ku = kTg + ku$$
$$k_1 = g \times dt$$
$$k_2 = g \times dt$$
$$k_3 = g \times dt$$

$$k_4 = g \times dt$$

$$u = u + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

7. Получение аналитических выражений переходной и весовой функций классическим методом с необходимыми пояснениями.

$$W(p) = k\frac{Tp+1}{p} = \frac{Y(p)}{G(p)}$$

где k и T – постоянные коэффициенты, характеризующие параметры звена с заданной передаточной функцией.

k – коэффициент усиления

T – постоянная времени

$p = \alpha \pm \beta j$ – комплексная переменная

$$W(p) = k\frac{Tp+1}{p} = \frac{y}{g}$$

– сокращенная форма записи дифференциального уравнения, где $p = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования.

$$k(Tp+1) \text{ умножаем на } g$$

$$p \text{ умножаем на } y$$

По правилу пропорций получим:

$$py = k(Tp+1)g$$

$$py = kTpg + kg$$

Используя нулевые начальные условия, мы можем перейти от передаточной функции к соответствующему ей дифференциальному уравнению, заменив $p = \alpha \pm \beta j$ - комплексную переменную на $p = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования.

В результате получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{kTdg}{dt} + kg$$

В данном случаем n = 1 и m = 1, так как это порядок числителя и знаменателя.

Определяем коэффициенты:

$$a_1 = 1 \quad b_1 = kT$$

$$a_0 = 0 \quad b_0 = k$$

Далее необходимо определить y-установившееся:

$$\frac{dz}{dt} = 0, \text{где } z(t) = y(t) - y_{\text{уст}}$$

$$y(t) = y_{\text{одн}} + y_{\text{уст}} = z(t) + y_{\text{уст}}$$

$$t \to \infty$$

$$\frac{dy_{\text{уст}}}{dt} = k$$

Так как $\frac{dg(t)}{dt} = \frac{dt(t)}{dt} = 0$ при $t \to \infty$ и $1(t) = 1$

$$\int \frac{dy_{\text{уст}}}{dt} = \int k$$

$$y_{\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} y(t) = \int kdt = kt + C_1'$$

У-установившееся:

$$y_{\text{уст}} = kt + C_1'$$

Получается однородное дифференциальное уравнение таковым:

$$\frac{dz}{dt} = 0$$

$$p = 0 => \ p_1 = 0$$

– характеристическое уравнение с действительным корнем

$$z(t) = C_1 \times e^{tp_1} = C_1 \times e^0 = C_1$$

$$h(t) = y(t) = C_1 + kt + C_1' = kt + C \text{ при } t \geq 0$$

при g(t) = 1(t)

Где С – постоянная интегрирования, которая находится исходя из начальных условий при $t = 0_+$

Найдем $y(+0)$, зная, что $y(-0) = 0$

$$n - m - 1 = 1 - 1 - 1 = -1$$

$$y_{+0}{}^{(1-1)} = y_{-0}{}^{(1-1)} + \frac{b_1}{a_1} = 0 + \frac{kT}{1} = kT$$

$$y(0_+) = k \times 0 + C = kT$$

Из чего следует, что

$$\text{C} = kT$$

8. <u>Получение аналитических выражений переходной и весовой функций операторным методом с необходимыми пояснениями.</u>

$$W(p) = k\frac{Tp + 1}{p}$$

где k и T – постоянные коэффициенты, характеризующие параметры звена с заданной передаточной функцией.

k – коэффициент усиления

T – постоянная времени

$p = \alpha \pm \beta j$ – комплексная переменная

$$H(p) = W(p) \times \frac{1}{p} = k\frac{Tp+1}{p^2} => K(p) = k(Tp+1) \quad D(p) = p^2$$

$$D(p) = p^2 = 0$$

$$p_{1,2} = 0 \text{ – кратные действительные корни}$$

$$s = 1 \qquad l_1 = 2$$

$$h(t) = L^{-1}[H(p)] = F_{11}t^{2-1}e^{0t} + F_{12}t^{2-2}e^{0t} = F_{11}t + F_{12}$$

$$F_{11} = \frac{1}{(1-1)!\,(2-1)!} \times \frac{d^0}{dp^0}\left[\frac{(p-0)^2 \times k(Tp+1)}{p^2}\right]_{p=0} = k$$

$$F_{12} = \frac{1}{(2-1)!\,(2-2)!} \times \frac{d^1}{dp^1}\left[\frac{(p-0)^2 \times k(Tp+1)}{p^2}\right]_{p=0} = kT$$

Находим переходную функцию:

$$h(t) = (k + kT)1(t)$$

Аналогично определяет весовую функцию:

$$w(t) = k \times 1(t)$$

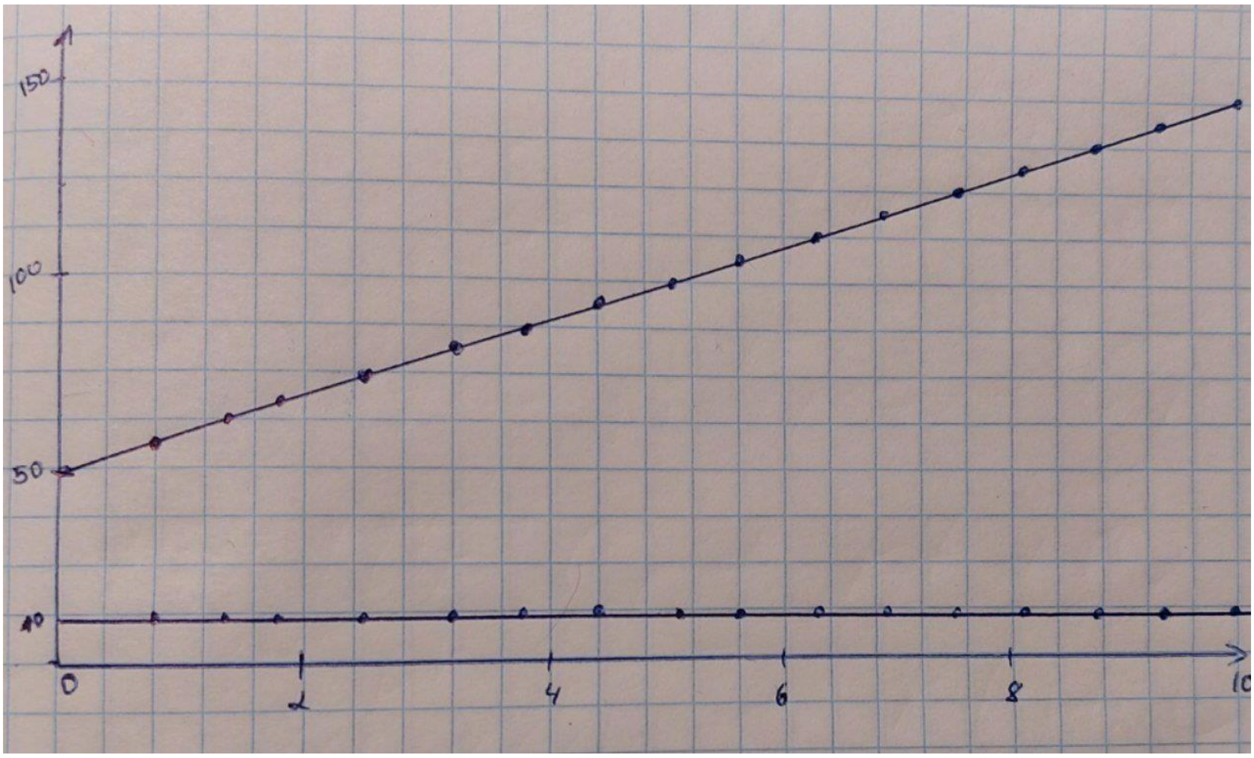
9. <u>Описание процесса построения и сам график переходной и весовой функций (построение по полученным аналитическим выражениям).</u>

По полученным переходной и весовой функциям:

$$h(t) = (k + kT)1(t)$$

$$w(t) = k \times 1(t)$$

С заданными значениями k и T соответственно равные 10 и 5 (k = 10 и T = 5) построим график:



150
100
50
40
0
2
4
6
8
10