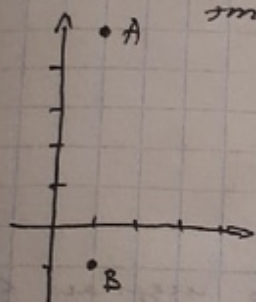Индивидуальное задание (1)
по аналитической геометрии.

В-1.

① Выяснить, лежат ли точки
$A(1,5)$, $B(-1,1)$ и $C(6,3)$ на одной
прямой, если да, то составить уравн-е
этой прямой.

$$(x_1 - x_2)(y_3 - y_2) = (x_3 - x_2)(y_1 - y_2)$$

$$(1 - (-1))(3 - 1) = (6 - (-1))(5 - 1)$$

$$2 \cdot 2 = 7 \cdot 4$$

$$4 \neq 28$$

следует, что точки не на
одной прямой.

Ответ: точки не лежат на одной прямой.

② $A(-12,3)$ $B(12,-10)$ $C(-6,14)$

а) вычислить длину стороны BC.

$$\vec{BC}(-6-12, 14-(-10)) \Rightarrow \vec{BC}(-18, 24)$$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{(-18)^2 + 24^2} = \sqrt{324 + 576} = \sqrt{900} = \underline{30}$$

б) составить уравнение линии BC

$$\frac{x - x_a}{x_b - x_a} = \frac{y - y_a}{y_b - y_a} \Rightarrow \frac{x - 12}{-6 - 12} = \frac{y + 10}{14 + 10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x - 12}{-18} = \frac{y + 10}{24}$$

$$\underline{y = -\frac{4}{3}x + 6}$$

в) составить уравнение медианы, проходящей

через точку A.

$M_x = \dfrac{x_a + x_b}{2} \Rightarrow M_x = \dfrac{12-6}{2} = 3$

$M_y = \dfrac{y_a + y_b}{2} \Rightarrow M_y = \dfrac{-10+14}{2} = 2$

$M(3,2)$
$A(-12,3)$

$\dfrac{x - x_a}{x_b - x_a} = \dfrac{y - y_a}{y_b - y_a} \Rightarrow \dfrac{x - (-12)}{3 - (-12)} = \dfrac{y-3}{2-3}$

$\dfrac{x+12}{15} = \dfrac{y-3}{-1}$

$\underline{y = -\dfrac{1}{15}x + 2,2}$

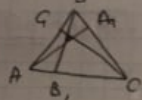2) найти координат точки пересечение медиан △.

O - точка пересечение медиан

$O\left(\dfrac{12 - 12 - 6}{3}, \dfrac{3 - 10 + 14}{3}\right) \Rightarrow$

$\underline{O\left(-2, \dfrac{7}{3}\right)}$

3) найти координаты точки пересечение высот △.

1) ур-е прямой AB:

$\dfrac{x - x_a}{x_b - x_a} = \dfrac{y - y_a}{y_b - y_a} \Rightarrow \dfrac{x+12}{24} = \dfrac{y-3}{-7}$

$y = \dfrac{7}{24}x + 6,5 \qquad k = \dfrac{7}{24}$

Усл-е ⊥ прямых:

$k_1 = \dfrac{-1}{k} \qquad k_1 = \dfrac{24}{7}$

2) ур-е CC_1:

$y - y_c = k_1(x - x_c)$

$y - 14 = \dfrac{24}{7} \cdot (x + 6)$

$y = 14 + \dfrac{24x}{7} + \dfrac{24 \cdot 6}{7}$

$y = \dfrac{24}{7}x + 14\dfrac{144}{7} \Longleftrightarrow y = \dfrac{24}{7}x + 34\dfrac{4}{7}$

3) ур-е AC:

$\dfrac{x+12}{6} = \dfrac{y-3}{11}$

$y = \dfrac{11}{6}x + 25 \qquad k = \dfrac{11}{6}$

$\qquad\qquad\qquad k_1 = \dfrac{6}{11}$

4) ур-е BB_1:

$y + 10 = \dfrac{6}{11}(x - 12)$

$y = -10 + \dfrac{6}{11}x - \dfrac{72}{11}$

$y = \dfrac{6}{11}x - 10\dfrac{72}{11} \Longleftrightarrow y = \dfrac{6}{11}x - 16\dfrac{6}{11}$

5) точка пересечение CC_1 и BB_1:

$\begin{cases} y = \dfrac{24}{7}x + \dfrac{242}{7} \\ y = \dfrac{6}{11}x - \dfrac{182}{11} \end{cases}$

$\dfrac{6}{11}x - \dfrac{182}{11} = \dfrac{24}{7}x + \dfrac{242}{7}$

$\dfrac{6}{11}x - \dfrac{24}{7}x = \dfrac{242}{7} + \dfrac{182}{11}$

$\dfrac{42x - 264x}{77} = \dfrac{2662 + 1274}{77}$

$\dfrac{-222x}{77} = \dfrac{3936}{77}$

$-17094x = 303072 \;/:11$

$-1554x = 27552 \;/:42$

$-37x = 656$

$x = \dfrac{656}{-37}$

$$y = \frac{6}{11} \cdot \frac{656}{-37} - \frac{42}{11}$$

$$y = -\frac{990}{37}$$

H - точка пересечения высот

$$H\left(-\frac{656}{37}, -\frac{990}{37}\right)$$

е) вычислить внутр. угол при вершине B

$$k_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-10 - 3}{12 + 12} = -\frac{13}{24}$$

$$k_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{14 + 10}{-6 + 12} = \frac{-4}{3}$$

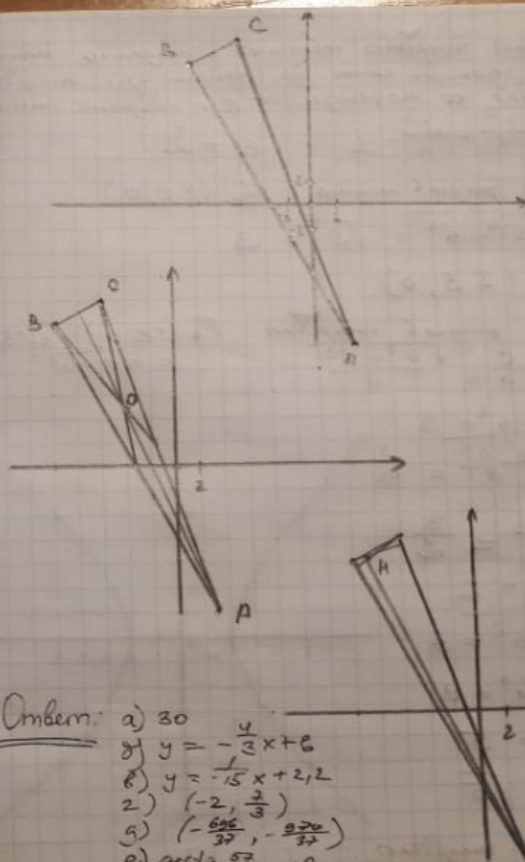$$k_{CA} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{3 - 14}{-12 + 6} = \frac{11}{6}$$

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_1} \qquad k_1 = -\frac{4}{3} \qquad k_2 = -\frac{13}{24}$$

$$tg\varphi = \frac{-\frac{13}{24} + \frac{4}{3}}{1 + \left(-\frac{13}{24}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)} = \frac{57}{124}$$

$$tg\varphi = \frac{57}{124}$$

$$\varphi = arctg\left(\frac{57}{124}\right) = 24,69°$$

ж) построить чертеж

Ответ: а) 30

б) $y = -\frac{4}{3}x + 6$

в) $y = \frac{1}{15}x + 2,2$

г) $\left(-2, \frac{7}{3}\right)$

д) $\left(-\frac{656}{37}, -\frac{990}{37}\right)$

е) $arctg \frac{57}{124} = \varphi$

$\approx 24,69°$

③ Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса (е), данного канон. ур. Найти ур-е гиперболы, нал. её эксцентриситет е и построить линии.

(e): $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ $\varepsilon = \dfrac{3}{2}$

координаты фокусов эллипса : $F_e (\pm c ; 0)$

$c = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$

$F_e (\pm 3 ; 0)$

координаты фокусов гиперболы : $F_G (\pm c ; 0) = F_G (\pm 3 ; 0)$

$\varepsilon = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\begin{cases} a^2 + b^2 = 3 \\ \dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

$\dfrac{3}{a} = \dfrac{3}{2}$

$a = 2$

$\sqrt{4 + b^2} = 3$

$4 + b^2 = 9$

$b^2 = 5$

$b = \sqrt{5}$

каноит. ур. гиперболы :

$\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{5} = 1$

①
t