

MoVe – AU1 – Satellitdocking

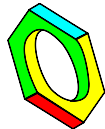


Frågetimme torsdagen 20/11 kl. 13 - 15 ställs in
Salen är dock fortfarande tillgänglig.

"Matlab-manualer" är upplagda under AU1

Genomgång av förra årets kursutvärdering

1



MoVe – AU1 - Satellitdocking Temaföreläsning



- *Krafter*
- *Energi*
- *Rörelsemängd och impuls*
- *Elastiska och inelastiska kollisioner*
- *Matlab*

[https://www.mentimeter.com/s/
a93a4c6c1e4923a22195bcd09dad590c/491d1cdb61e9](https://www.mentimeter.com/s/a93a4c6c1e4923a22195bcd09dad590c/491d1cdb61e9)

2



MoVe – AU1 - Satellitdocking Temaföreläsning



Krafter

3

Modeller och verklighet

Krafter i fysiken

Förstå och kunna förutsäga effekter då en eller flera krafter verkar på ett objekt.

Vad sker då en kraft verkar på ett objekt?

Normaltillstånd - ingen kraftpåverkan:

Newtons första rörelselag.

Ett objekt fortsätter att vara i ett tillstånd av vila eller rörelse med konstant fart längs en rät linje, om objektet inte påverkas av någon kraft.

Kraftpåverkan ⇒ förändring av rörelsetillståndet!

 ⇒ Objektet accelererar.

4

Kraftpåverkan

Kraftpåverkan \Rightarrow förändring av rörelsetillståndet!
 \Rightarrow Objektet accelererar.

Accelerationens *storlek* beror på

- Kraftens storlek.
- Objektets "storlek" (dvs dess massa).
- Men också kraftens riktning är viktig för att beskriva förändringen av rörelsetillståndet.

5

Tröghet

En större kraft krävs för att förändra hastigheten för vissa objekt, jämfört med andra objekt.

Jämför tex ett godståg och en cykel.

Vi säger att godståget har en större *tröghet* än cykeln.

Tröghet är den naturliga tendens ett objekt har att förbli i vila eller rörelse med konstant fart längs en rät linje.

Ett objekts massa är dess kvantitativa mått på dess tröghet.

SI-enhet för tröghet och massa: kilogram (kg).

6

Newtons andra rörelselag

När en extern kraft påverkar ett objekt med massa m , så är den resulterande accelerationen direkt proportionell mot den verkande kraften, och har en storlek som är omvänt proportionell mot objektets massa. Accelerationens riktning är samma som kraftens riktning.

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m, \quad \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

SI-enhet för kraft: $\text{kg m/s}^2 = \text{Newton (N)}$.

7

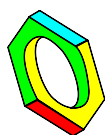
Newtons tredje rörelselag

Lagen om aktion och reaktion.

De krafter med vilka två kroppar påverkar varandra är alltid lika stora och motsatt riktade.



8

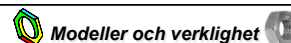


MoVe – AU1 - Satellitdocking **Temaföreläsning**



Energi, rörelsemängd och kollisioner

9



Bevarande av (mekanisk) energi

Den totala (mekaniska) energin definieras som:

$$E_{tot} = E_k + E_p$$

Om endast tyngdkraften verkar så gäller:

Totala energin E_{tot} bevaras under objektets rörelse.

10

Modeller och verklighet

Rörelsemängd och impuls

Exempel: Trafikolycka

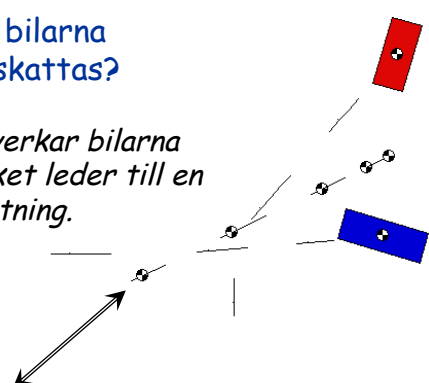
Hur kan rörelsen för bilarna efter kollisionen uppskattas?

I kollisionsögonblicket påverkar bilarna varandra med krafter, vilket leder till en förändring av fart och riktning.

Förändringen beror på

- bilarnas fart
- bilarnas massor

• *Observation: Masscentrums rörelse förändras ej*



11

Modeller och verklighet

Impuls

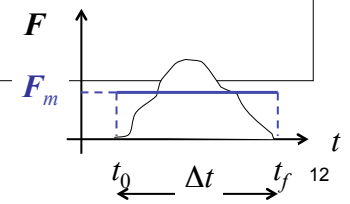
För att beskriva hur tidsvarierande krafter påverkar rörelsen av ett objekt introducerar vi begreppet **impuls**.

Impulsen av en kraft är produkten av medelkraften och det tidsintervall under vilket kraften verkar:

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}_m \Delta t$$

Impulsen är en vektorstorhet och har samma riktning som medelkraften.

SI-enhet: Ns (Newton sekund)



12

Rörelsemängd

Objekts hastighet efter impulspåverkan beror på:

- impulsens storlek
- objektets massa.

Definition av rörelsemängd:

Ett objekts rörelsemängd, p , är produkten av objektets massa, m , och dess hastighet v ,

$$p = m v$$

Rörelsemängd är en vektorkvantitet parallell med hastigheten

SI-enhet: $\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$

13

Rörelsemängd och impuls

Impuls - rörelsemängdssats:

När en nettokraft påverkar ett objekt, så är nettokraftens impuls lika med objektets rörelsemängdsförändring.

$$\underbrace{F_m \cdot \Delta t}_{\text{Impuls}} = \underbrace{m v_f}_{\text{Slutlig rörelsemängd}} - \underbrace{m v_0}_{\text{Initial rörelsemängd}}$$

$$F_m \cdot \Delta t = m a_m \cdot \Delta t = m [(v_f - v_0) / \Delta t] \cdot \Delta t = m v_f - m v_0$$

14

Modeller och verklighet

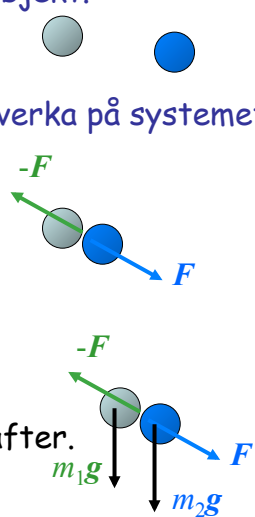
Externa krafter och isolerade system

Betrakta ett system bestående av två objekt.

Det finns två typer av krafter som kan verka på systemet:

Interna krafter:
Krafter som objektet inom systemet utövar på varandra.

Externa krafter:
Krafter som utövas på objekten av agenter utanför systemet.
Exempel: gravitation, elektriska krafter.



15

Modeller och verklighet

Bevarande av rörelsemängd

Ett system för vilket vektorsumman av alla externa krafter är noll kallas för *isolerat*.

Bevarande av rörelsemängd

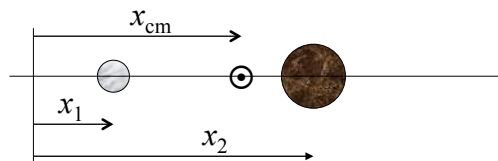
I ett isolerat system bevaras *totala* rörelsemängden.

16

Masscentrum

Masscentrum för ett system är en punkt som representerar medelläget för systemets totala massa.

$$x_{\text{cm}} = [m_1 x_1 + m_2 x_2] / [m_1 + m_2]$$



17

Tyngdpunkt

Tyngdpunkten för en stel kropp är den punkt i vilken tyngdkraften kan anses verka när tyngdkraftens vridande kraftmoment beräknas.

$$x_{\text{tp}} = [m_1 g x_1 + m_2 g x_2] / [m_1 g + m_2 g]$$

Tyngdpunkt och masscentrum sammanfaller normalt sett

18

Masscentrums hastighet

För ett system så rör sig masscentrum med hastigheten \mathbf{v}_{cm} , där

$$\mathbf{v}_{\text{cm}} = [m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2] / [m_1 + m_2]$$

19

Masscentrums hastighet och total rörelsemängd

Uttrycket för masscentrums hastigheten \mathbf{v}_{cm} ,
kan skrivas om, med hjälp av rörelsemängd

$$\mathbf{v}_{\text{cm}} = [m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2] / [m_1 + m_2]$$

\Rightarrow

$$[m_1 + m_2] \mathbf{v}_{\text{cm}} = [m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2] = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$$

\Rightarrow

$$\boxed{\mathbf{p}_{\text{total}} = [m_1 + m_2] \mathbf{v}_{\text{cm}} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}$$

Rörelsemängden $\mathbf{p}_{\text{total}}$ kallas för systemets total rörelsemängd.
Från denna kan masscentrums hastighet bestämmas.

Obs: ovan gäller under förutsättning att det inte finns några externa krafter.

20

Elastisk och inelastisk kollision i en dimension

En kollision mellan två objekt kallas **elastisk** om totala kinetiska energin bevaras i kollisionen (dvs är samma före och efter kollisionen).

Om totala kinetiska energin **inte** bevaras i en kollision mellan två objekt så kallas kollisionen **inelastisk**.

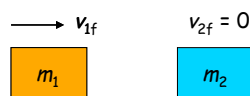
(Dvs en del av den kinetiska energin övergår till någon annan energiform, tex värme, potentiell energi).

Om de två objekten har samma hastighet efter kollisionen så kallas den fullständigt inelastisk

21

Elastisk kollision i en dimension

Före



Efter



Anta $m_1 = m_2$. Vad blir v_{1e} och v_{2e} ?


$$v_{1e} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1f}$$

Svar: $v_{1e} = 0$
 $v_{2e} = v_{1f}$

$$v_{2e} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1f}$$

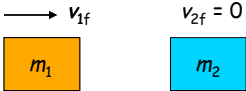
$$E_{K,TOT}(\text{efter}) = E_{K,TOT}(\text{före})$$

22


 Modeller och verklighet

Elastisk kollision i en dimension

Före



Efter




Anta $m_1 \gg m_2$. Vad blir v_{1e} och v_{2e} ?

Svar: $v_{1e} = v_{1f}$
 $v_{2e} = 2v_{1f}$

govote.at
code: 56 74 29

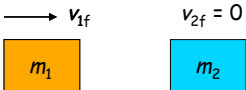
$$E_{K,TOT}(efter) = E_{K,TOT}(före)$$

23


 Modeller och verklighet

Elastisk kollision i en dimension

Före



Efter





Anta $m_1 \ll m_2$. Vad blir v_{1e} och v_{2e} ?

Svar: $v_{1e} = -v_{1f}$
 $v_{2e} = 0$


$$E_{K,TOT}(efter) = E_{K,TOT}(före)$$


24

 Modeller och verklighet 


Fullständigt oelastisk kollision i en dimension

Före

$\rightarrow v_{1f}$

 m_1

$v_{2f} = 0$

 m_2



Efter

$\rightarrow v_e$

 $m_1 \quad m_2$

$$v_e = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1f}$$

$$E_{K,TOT}(efter) = E_{K,TOT}(före) * m_1 / (m_1 + m_2)$$

25

 Modeller och verklighet 

Elasticitet

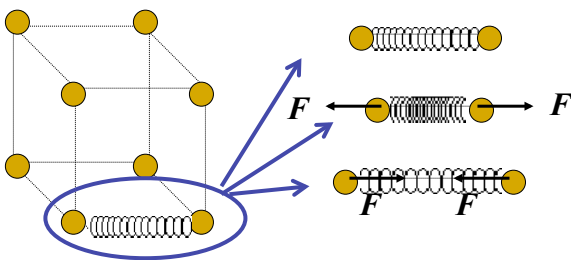
- Alla material förändrar sin form när de utsätts för (tillräckligt stor) kraftpåverkan.
- Många av dem återvänder till sin ursprungliga form när kraftpåverkan upphör.
- Dessa material kallas för *elastiska*.

26

Modeller och verklighet

Elasticitet

Elasticiteten kommer från den atomära uppbyggnaden av materialet.



Jämviktsläge

Hoptryckning

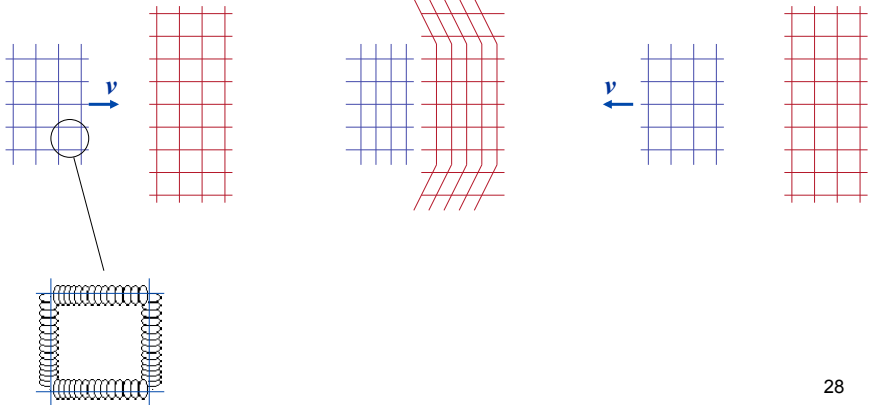
Utdragning

27

Modeller och verklighet

Elasticitet

Mikroskopisk bild av en elastisk kollision



28

MoVe – AU1 - Satellitdocking Temaföreläsning

Matlab

29

Matlab

Simuleringsprogram

- Endast subrutinen

```
function [XNEW VNEW] = update_sat_pos(X,V,F,M,dt)  
uppdateras
```

- In-variabler (matriser)

- X : Satelliternas läge
- V : Satelliternas hastighet
- F : Krafter som påverkar satellit 1
(bestäms av programanvändaren)
- M : Satelliternas massor
- dt : Tidssteg

- Ut-variabler (matriser)

- XNEW : Satelliternas nya läge
- VNEW : Satelliternas nya hastighet

30

Matlab

*Under ett
tidssteg
kan följande
hända*

- **Satelliternas lägen uppdateras**
 - Ingen dockning eller kollision sker
 - Villkor: - Satelliterna är långt från varandra
- Satelliterna har redan dockat
- **Satelliterna dockar**
 - Bestäm satelliternas lägen och hastighet direkt efter dockningen
 - Villkor: - Satelliterna kommer i kontakt
- Satelliternas relativa hastighet är liten
- **Satelliterna kolliderar**
 - Bestäm satelliternas lägen och hastighet direkt efter kollisionen
 - Villkor: - Satelliterna kommer i kontakt
- Satelliternas relativa hastighet är hög

Matlab

Input variables:

% X is a 3 row by 2 column matrix, containing the positions of the satellites

% X(1,1): x-pos. of sat. 1, X(1,2): x-pos. of sat. 2

% X(2,1)=0: y-pos. of sat. 1, X(2,2)=0: y-pos. of sat. 2

% X(3,1)=0: z-pos. of sat. 1, X(3,2)=0: z-pos. of sat. 2

%

% V is a 3 row by 2 column matrix, containing the velocities of the satellites

% V(1,1): vx of sat. 1, V(1,2): vx of sat. 2

% V(2,1)=0: vy of sat. 1, V(2,2)=0: vy of sat. 2

% V(3,1)=0: vz of sat. 1, V(3,2)=0: vz of sat. 2

Matlab

Input variables:

```
% F is a 3 row by 2 column matrix, containing the forces (thrusters) acting on the
% satellites
% F(1,1): Fx on sat. 1, F(1,2)=0: Fx on sat. 2
% F(2,1)=0: Fy on sat. 1, F(2,2)=0: Fy on sat. 2
% F(3,1)=0: Fz on sat. 1, F(3,2)=0: Fz on sat. 2
%
% M is a 2 row by 2 column matrix, containing
% the masses of the satellites
% M(1,1): mass of sat. 1, M(2,1) = 0
% M(1,2) = 0, M(2,2): mass of sat. 2
%
% dt is the time step
```

Matlab

```
% The variables X and V contains the positions and velocities
% of the satellites at time t. This subroutine should calculate
% the new positions (XNEW) and new velocities (VNEW) at the
% time t+dt. XNEW and VNEW are matrices defined as X and V
% respectively.
%
% To obtain new positions, use for example Eq: 2-3 in Walker
% To obtain new velocities, use for example Eqs: 2-5 and 5-1
% in Walker.
```

Matlab

```
% If the centers of satellites come closer than 5 m, they may
% dock. They will dock if the difference in velocity between
% them is smaller than 2 m/s, otherwise they will bounce of
% each other, like two billiard balls. If the satellites
% dock, the process should be treated as an inelastic collision
% between the satellites (see for example Eq. 9-10 in Walker),
% if they bounce off (do not dock) the process should be treated
% as an elastic collision (see for example Eq. 9-12 in Walker).
%
% Put new code below
```

Matlab

```
function [XNEW VNEW] = update_sat_pos(X,V,F,M,dt)
global docked           % ==0: Satellites NOT docked, ==1: Satellites docked

% Delete the two dummy lines below and put new code here
XNEW = X;
VNEW = V;
```