

# 電気電子情報実験・演習第一

## E1 実験 「気体エレクトロニクス」 考察レポート

学籍番号: 03250495 氏名: 高山乃綾

2025 年 7 月 20 日

### 1 実験結果及び考察課題

#### 1.1 対面実験課題 1: 平等電界下の放電現象

実験では、圧力  $p$  を 1000 Pa から 65000 Pa まで 5 点 変化させつつ、電極間距離  $d$  を 0.1 mm, 3 mm, 5 mm の 3 点で測定した。火花電圧の測定においては、図 1 で見えるように、プラズマが瞬間に発生したときの電圧計の値を火花電圧とした。

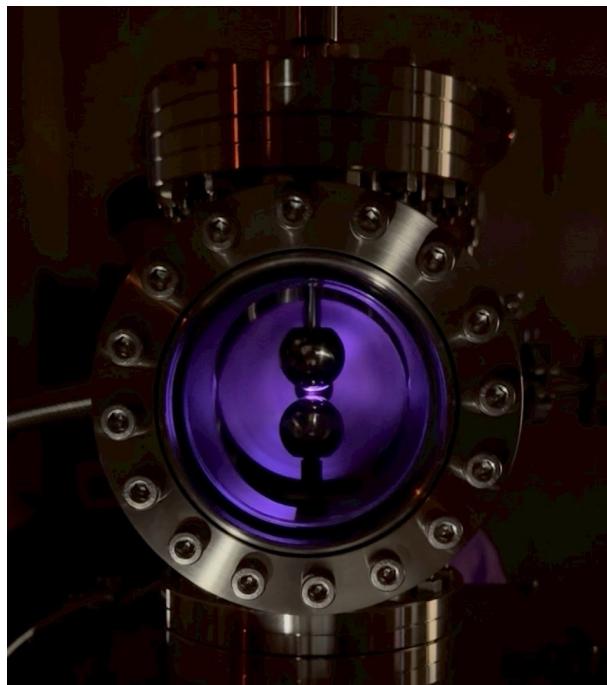


図 1: 実験装置の外観

実験で得られた火花電圧  $V_s$  と、圧力と電極間距離の積  $pd$  の関係をプロットしたグラフを図 2 に示す。横軸・縦軸ともに対数軸である。

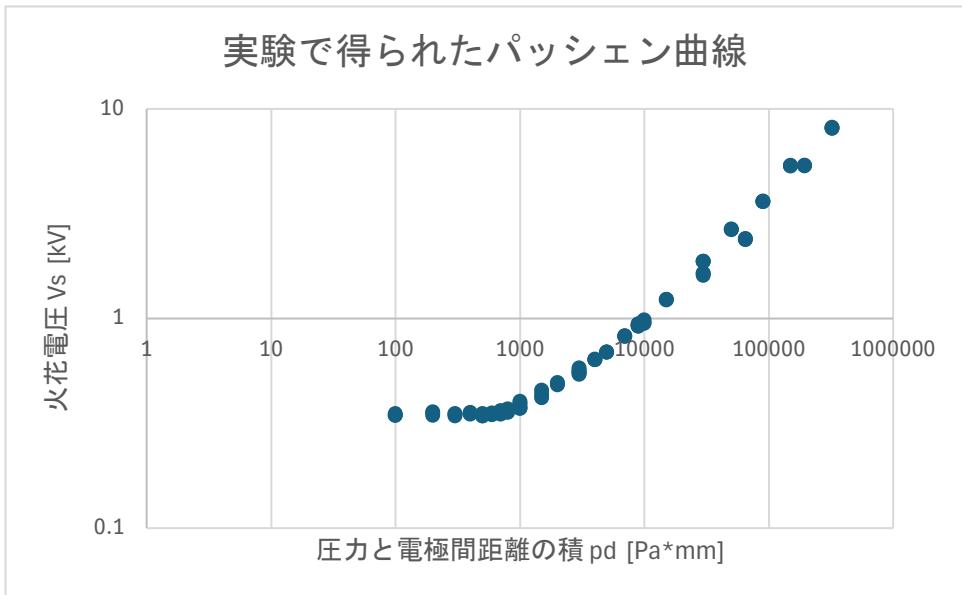


図 2: パッセン曲線の実験結果

グラフから,  $pd$  が 3000 Pa · mm 付近で火花電圧  $V_s$  が極小値をとることがわかる. この極小値より  $pd$  が大きい領域でも小さい領域でも, 火花電圧  $V_s$  は上昇する傾向が見られた.

## 1.2 対面実験課題 1 の考察

### 1.2.1 課題 (1) について: $pd$ が大きい領域におけるパッセンの法則の成立

**パッセン曲線の法則** は実験テキストにも書かれてある通り, 「火花電圧  $V_s$  は, 気体の種類と電極の材質が同じであれば, 圧力  $p$  と電極間距離  $d$  の積  $pd$  のみの関数になる」というものである.

図 2 の右側, すなわち  $pd$  が極小値よりも大きい領域に注目すると, 測定点は多少のばらつきはあるものの, 全体として一つの滑らかな曲線上にプロットされていることがわかる. これは,  $p$  や  $d$  が個別にどのような値であっても, その積  $pd$  が同じであれば火花電圧  $V_s$  がほぼ同じ値になることを示している.

したがって, 本実験の結果として  $pd$  が大きい領域においては, パッセンの法則が良く成立していることがわかる.

### 1.2.2 課題 (2) について: $pd$ が小さい領域における現象の理解

一般的なパッセン曲線 (平行平板電極, 平等電界) では,  $V_s = f(pd)$  は  $pd \rightarrow 0$  で再び急増するV字型を示す. しかし今回の 球-球電極 (半径  $R = 15$  mm) では同じ低压・短ギャップ条件でも  $V_s \simeq$  一定 で, グラフはほぼ水平になった. これは以下の 2 点が重なった結果だと考えられる.

#### 1. 電界の非一様性

球面ギャップの最大電界は  $E_{\max} \simeq V_s/R$  と電極間距離  $d$  や圧力  $p$  にほとんど依存しない. 破壊条件は 積分条件  $\int_0^d \alpha(p, E) ds$  ではなく局所条件  $E_{\max} \geq E_{\text{cr}}(p)$  に支配されるため,  $pd$  をさらに下げても  $V_s$  は大きく変化しにくい.

#### 2. 表面起因電子放出とコロナ前駆放電

曲率の大きい電極表面では電界放射 (Schottky 放射) や熱電子放電によって電子が供給され、さらに微弱コロナが表面をコートして Townsend 雪崩を補助する。必要な電子自由行程が極端に短くなるため、 $\alpha d$  の積が飽和し、火花電圧はほぼ一定値で頭打ちになる。

したがって、球電極では広い  $pd$  範囲で火花電圧が半径  $R$  によって規定される、これが平行平板との決定的な違いであり、今回の実験において  $pd$  の減少に対して  $V_s$  がほぼ平坦に保たれた主な原因である。

### 1.3 対面実験課題 2: グロー放電の観察

#### 1.3.1 グロー放電の目視観察

各圧力 50 Pa, 500 Pa, 5000 Pa において、電流を約 1.0 mA に保った際の放電の様子を目視で観察し、写真撮影した。その結果を図 3 に示す。

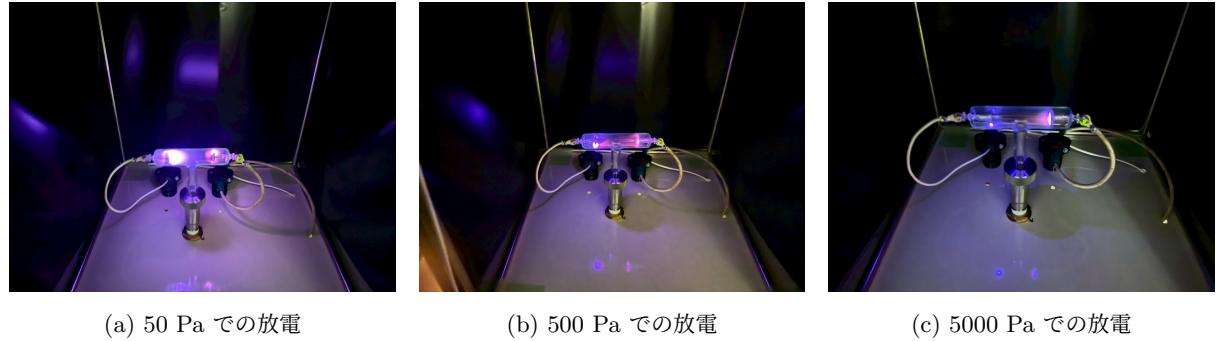


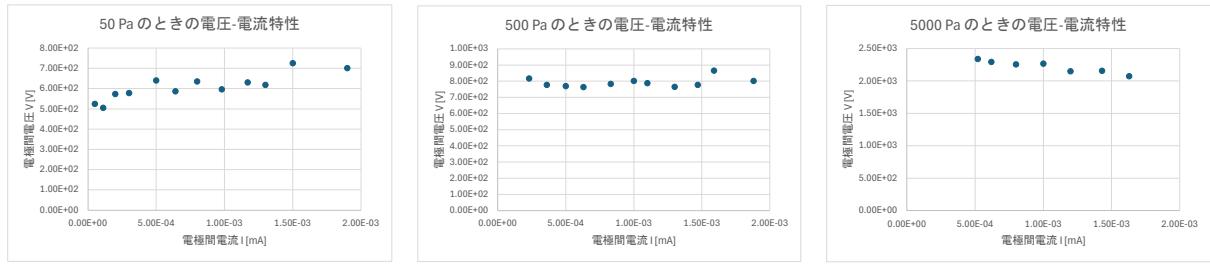
図 3: 各圧力におけるグロー放電の目視観察 ( $I \approx 1.0 \text{ mA}$ )

図及び目視から、圧力によって放電の構造が以下のように変化することがわかる。

- **50 Pa (図 3a):** 陰極 (負極) と負グロー (ピンク色の発光部分) の間の暗い領域である 陰極暗部 が広く、負グローは全体に淡く広がっている。
- **500 Pa (図 3b):** 50Pa のときと比較して、陰極暗部が狭くなり、負グローはより明るく、陰極付近に収縮している様子がわかる。
- **5000 Pa (図 3c):** 陰極暗部はほとんど見えない。負グローは陰極の表面に張り付くように、非常に狭い領域で強く発光している。

#### 1.3.2 グロー放電の電圧-電流特性

実験指示に従い、圧力を 50 Pa, 500 Pa, 5000 Pa の 3 つに設定し、それぞれの圧力におけるグロー放電の電圧-電流特性を測定した。ガイスマラー管の電極間電圧を測定するため、直列抵抗での電圧降下を補正している。測定結果を図 4 に示す。



(a) 50 Pa での特性

(b) 500 Pa での特性

(c) 5000 Pa での特性

図 4: 各圧力におけるグロー放電の電圧-電流特性

#### 1.4 対面実験課題 2 の考察

図 3 に示した放電の目視観察結果と、図 4 に示した電圧-電流特性は、グロー放電の物理的性質をよく現している。

- 見た目の違い

圧力が低い 50 Pa では、光る部分が管全体に広がる。

圧力が高い 5000 Pa では、光は陰極のすぐ近くに集まり、全体として短くて明るい線になる。

これは「放電の長さは圧力が高いほど短くなる」という単純な傾向を示している。

- 電圧と電流の関係

電流を変えてもしばらく電圧はほとんど横ばいに保たれる。

この電流域がグロー放電の特徴である。

同じ電流を流したとき、圧力が 50 Pa では電圧が最も低く、5000 Pa では最も高くなる。

これは、圧力が高いほど電子がすぐにぶつかりエネルギーを失いやすいため、同じ電流を得るにはより強い電界 (=高い電圧) が必要になるからだと考えられる。

- 電圧が再び上がる理由

電流をさらに増やすと、陰極はすでに光で覆われているため、光る面積をこれ以上広げられない。

その結果、電流を増やすには電圧を上げるしかなくなり、グラフもやや右上がりになる。

1. 圧力が高いほど同じ電流でも電圧は大きくなる。
2. 放電の長さは圧力が低いほど長く、高いほど短い。
3. 電流を大きくし過ぎると電圧が再び上昇し始める。

以上を本実験で確認することができた。

#### 1.5 対面実験課題 3: 不平等電界の火花電圧と極性効果

針-平板ギャップを用いて、

- 平均コロナ開始電圧 ( $V_c$ ) 交流 (AC) と直流正 (DC+) の 2 種類
- 平均火花放電電圧 ( $V_s$ ) 同じく AC と DC+

を、ギャップ長  $d = 6, 10, 20$  mm でそれぞれ 3 回ずつ測定した。

測定値 3 回の平均を取った結果を、図 5 と 図 6 に示す。

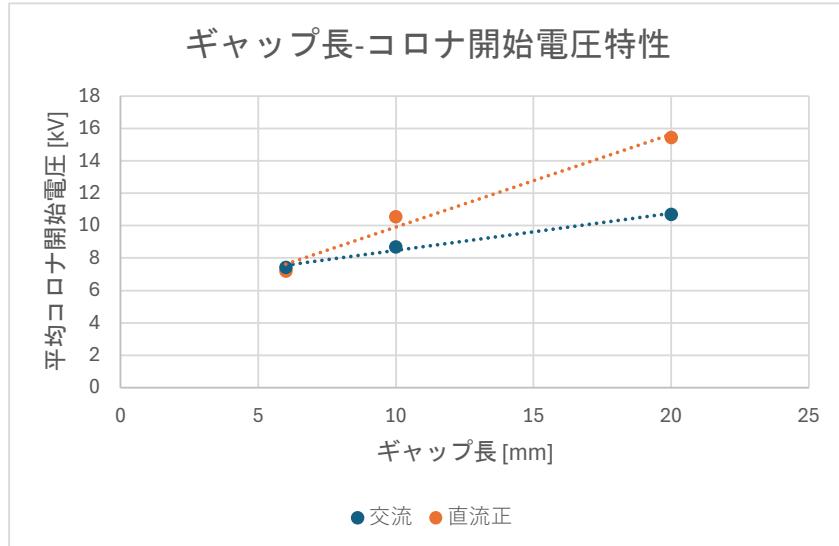


図 5: ギャップ長と平均コロナ開始電圧の関係

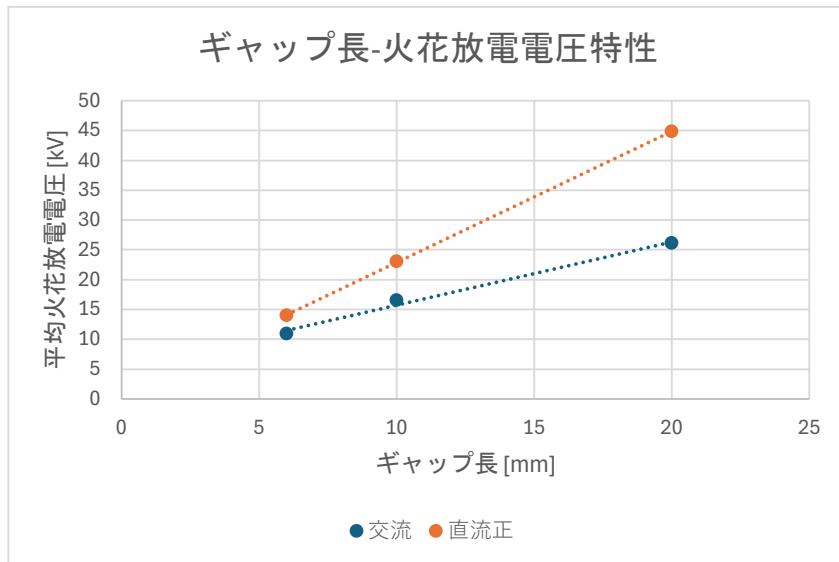


図 6: ギャップ長と平均火花放電電圧の関係

#### 1.5.1 円錐-平板電極の放電電圧-ギャップ長特性の考察

##### 1. ギャップ長依存性

いずれの電圧も  $d$  に対してほぼ線形に増加し、おおよそ  $V \propto d$  の関係を示した。

##### 2. 極性効果

同一ギャップ長で比較すると

$$V_c(\text{DC+}) > V_c(\text{AC}), \quad V_s(\text{DC+}) > V_s(\text{AC})$$

となり、正極性 (DC+) の方が常に高い電圧を示した。その差は  $d = 6 \text{ mm}$  で  $\approx 0.2 \text{ kV}$ ,  $d = 20 \text{ mm}$  では  $\approx 4.0 \text{ kV}$  と、ギャップ長が大きいほど拡大している。

### 1.5.2 極性差が生じる物理的理屈の考察

- **二次電子放出の違い** — 正極性コロナ／火花では先行電子が少なく、陰極性に比べて雪崩開始までに要する電界が大きい。
- **空間電荷による電界緩和** — DC+ では陽極近傍に蓄積する正イオンが針先電界を部分的に弱めるため、同じギャップ長でもより高い外部電圧が必要になる。
- **距離依存性** — ギャップが長いほど空間電荷の厚みが増え、電界緩和効果が強調される。

以上が、 $d$  の増大とともに極性差が大きくなる原因だと考えられる。

### 1.5.3 パルス電圧を印加した場合の予想

実験テキストにある立ち上がり  $1.2 \mu\text{s}$ , 半値幅  $50 \mu\text{s}$  のインパルス電圧と同じ電極に印加した場合を考える。

**予想 1: 極性差は弱まる** パルス立ち上がりが速いため、空間電荷が十分に形成される前に破壊電界に到達する。特に DC+ で顕著だった「正イオン雲による電界緩和」が働きにくくなり、極性差は静的印加に比べて縮小すると考えられる。

**予想 2: コロナ開始電圧は上昇、火花電圧はやや低下** 高周波成分が多いため部分放電（局所的なコロナ）が先に起きにくく、全体としてコロナ開始電圧はやや高くなる。一方、先行電離が一度起こると電界が一気に集中するため、火花電圧は定常 DC よりわずかに低くなる可能性がある。

### 1.5.4 まとめ

針-平板ギャップでは  $V \propto d$  という距離依存とともに、極性に起因する電圧の差が確認できた。極性差は

1. 二次電子放出効率,
2. 空間電荷による局所電界の緩和,
3. ギャップ長に伴う電荷分布の厚み

という 3 要素で説明でき、インパルス印加では空間電荷形成が間に合わないため差が縮小すると予測される。

## 1.6 対面実験課題 4: 分光計測

### 1.6.1 (1) 放電管に封入された気体の同定

分光器で、6 つの放電管の発光スペクトルを測定した。6 つの放電管には、それぞれ H<sub>2</sub>, He, N<sub>2</sub>, Ne, Ar, Xe が封入されており、測定は放電管の中心部分と端部分の 2 点を測定した。

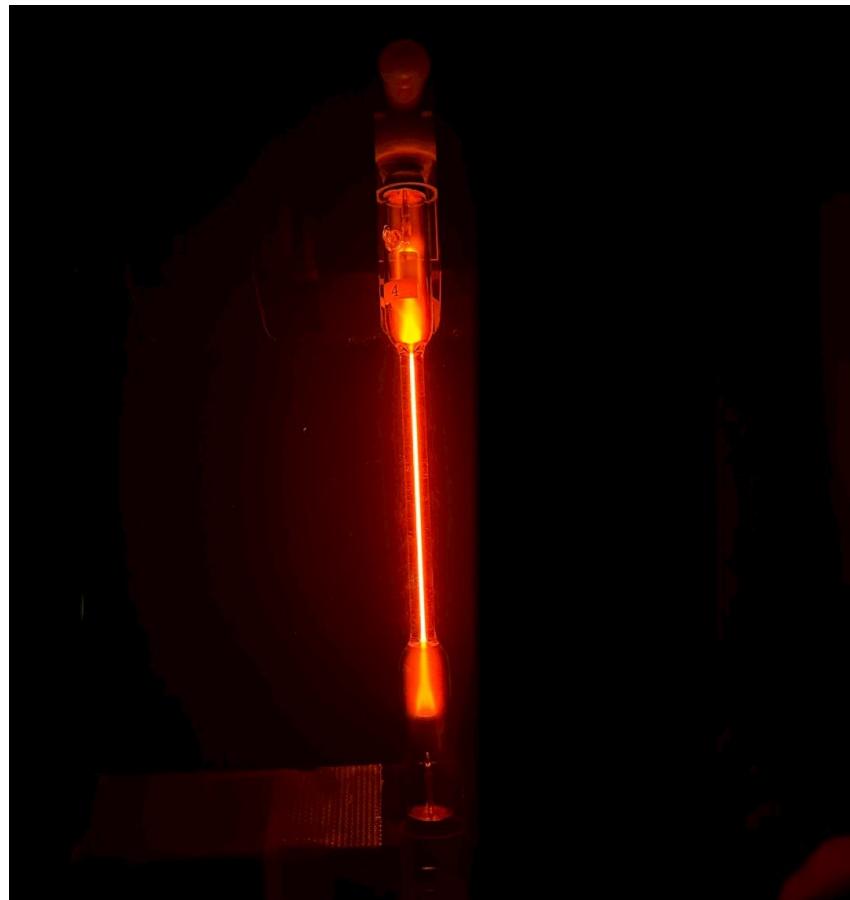


図 7: 放電管の実験の様子（測定風景）

横軸を波長、縦軸を発光強度としたスペクトルは図 8 のようになった。

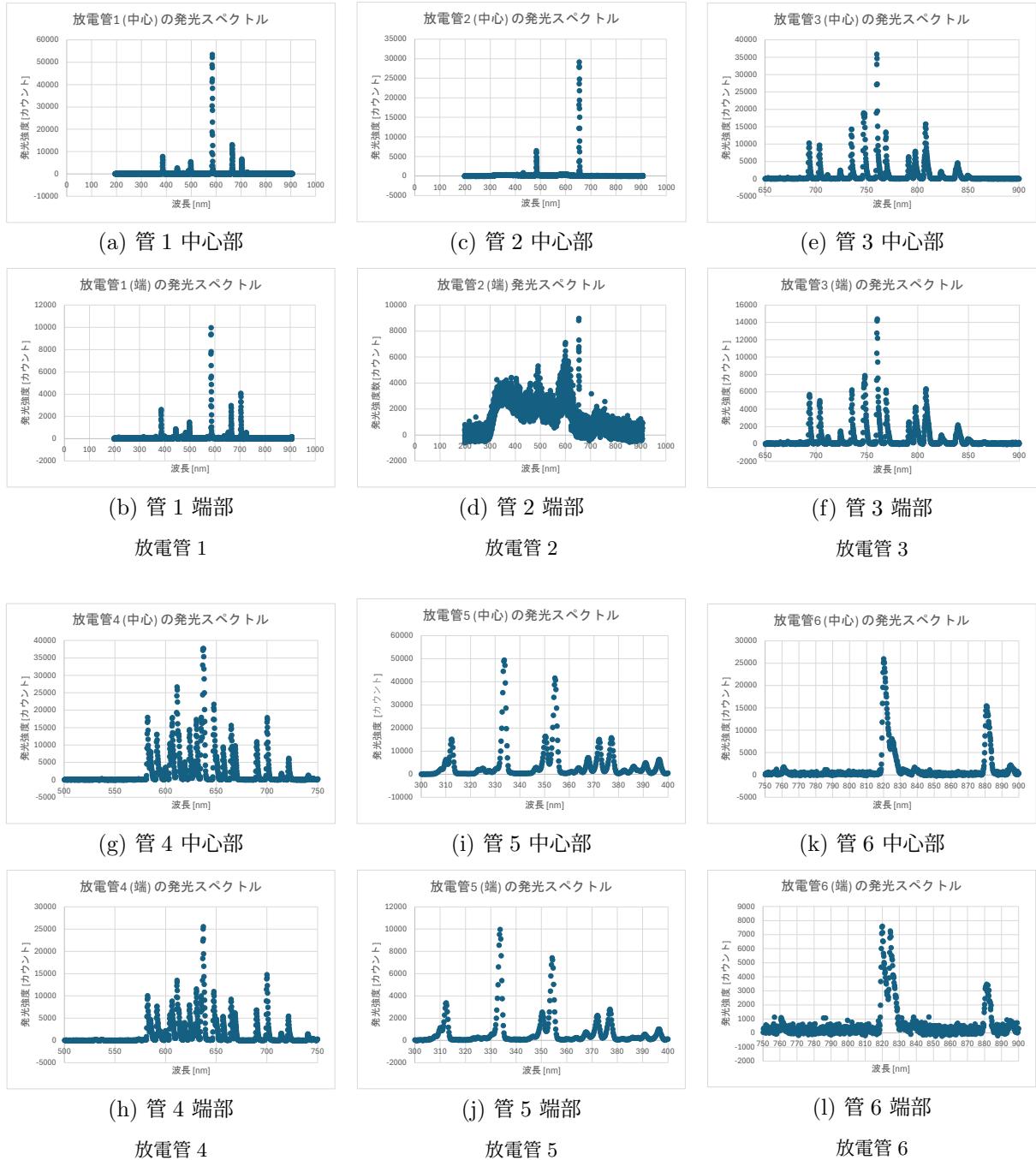


図 8: 放電管 1-6 の中心（上段）と端（下段）の発光スペクトル

図 8 より分かる各放電管の代表的なピーク波長と、実験テキストの参考値との照合結果を表 1 にまとめる。

表 1: 放電管ごとのピーク波長とガス同定

放電管番号	観測ピーク波長 (最大上位 3 つ) [nm]	推定ガス
1	385, 584, 665	He
2	482, 654	H <sub>2</sub>
3	747, 759, 807	Ar
4	611, 637, 647	Ne
5	333, 354, 377	Xe
6	819, 881	Ne

以上のように、発光スペクトルから気体の同定をすることができた。

### 1.6.2 (2) プラズマボールの発光スペクトルの同定

課題 (1) と同様に、プラズマボールの発光スペクトルを測定した。用いたプラズマボールは図 9 である。

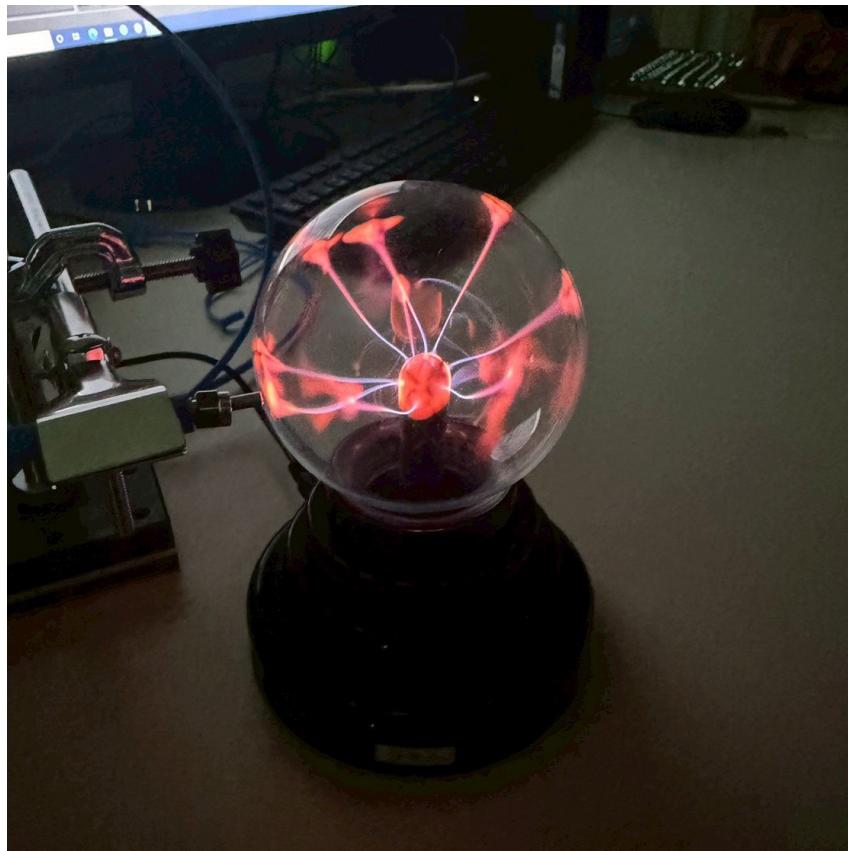


図 9: 用いたプラズマボールの図

測定結果は図 10 のようになった。

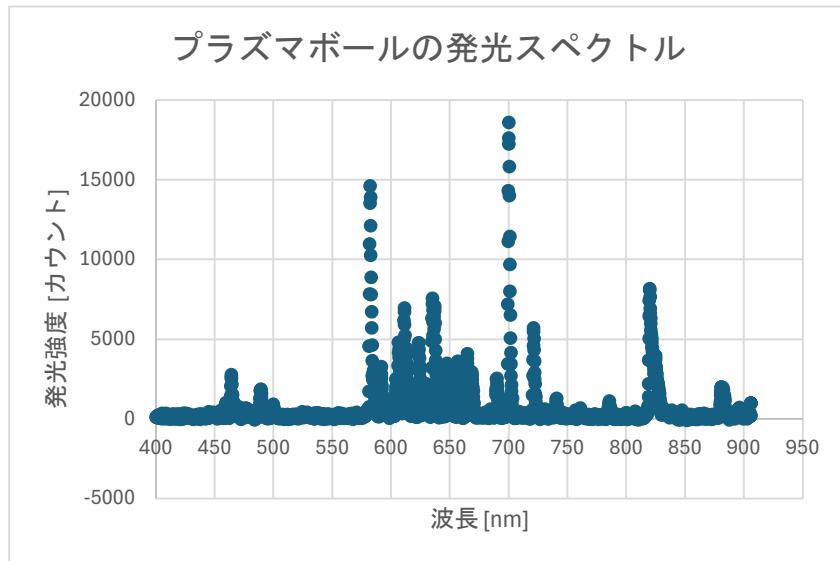


図 10: プラズマボールの発光スペクトル

■観測ピーク波長とガス同定 プラズマボールの発光スペクトルで強度の高い順に得られたピーク波長は

700, 582, 820, 635, 611, 721 nm

であった。これを実験テキストの参考波長と照合して

- **700 nm** → Ne の 703 nm(ネオンの赤色輝線)
- **582 nm** → Ne の 584 nm(ネオンの橙色輝線)
- **635 nm** → Ne の 640 nm(ネオンの赤橙輝線)
- **611 nm** → Ne の 614 nm(ネオンの黄緑輝線)
- **721 nm** → Ne の 716 nm など近傍の輝線
- **820 nm** → Xe の 823 nm(キセノンの赤外輝線)

以上より、プラズマボール内には Ne が主体で、少量の Xe が混合されているガス組成だと推定できた。

### 1.6.3 (3) PC モニタのカラーバー発光スペクトルの分析

図 11 に示すように、PC モニタ上に表示した 7 色のカラーバー (白色, 赤色, 緑色, 青色, 黄色, 水色, 紫色) の発光スペクトルを測定した。

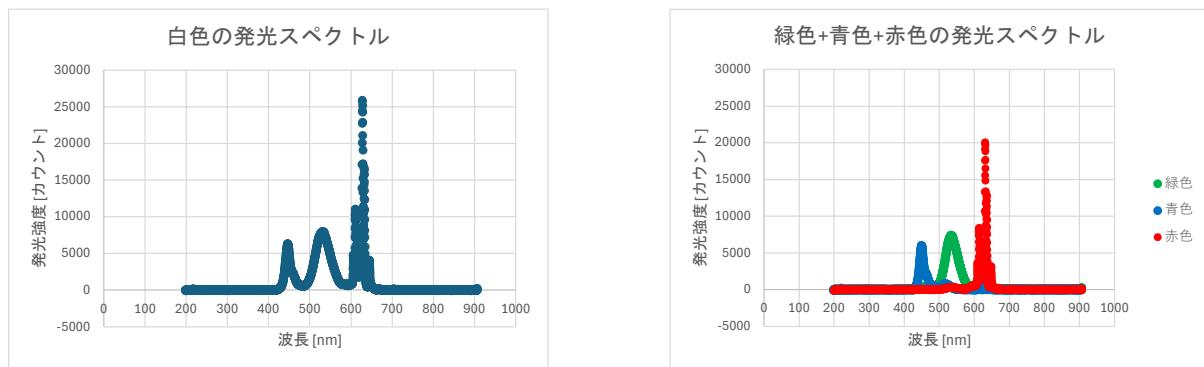


図 11: 実験テキストより引用した, PC モニタ上のカラーバー

光の三原色によれば,

- 白色 = 赤 + 緑 + 青
- 黄色 = 赤 + 緑
- 水色 = 緑 + 青
- 紫色 = 青 + 赤

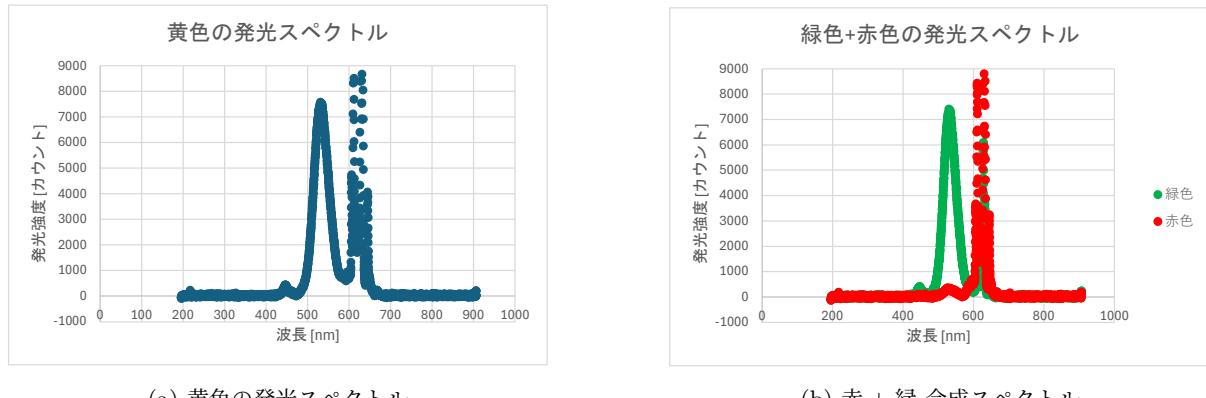
によって構成されるという。そこで、白色、黄色、水色、紫色の各合成色のスペクトルと、対応する単色スペクトルを重ね合わせたものを比較した。



(a) 白色の発光スペクトル

(b) 赤 + 緑 + 青 合成スペクトル

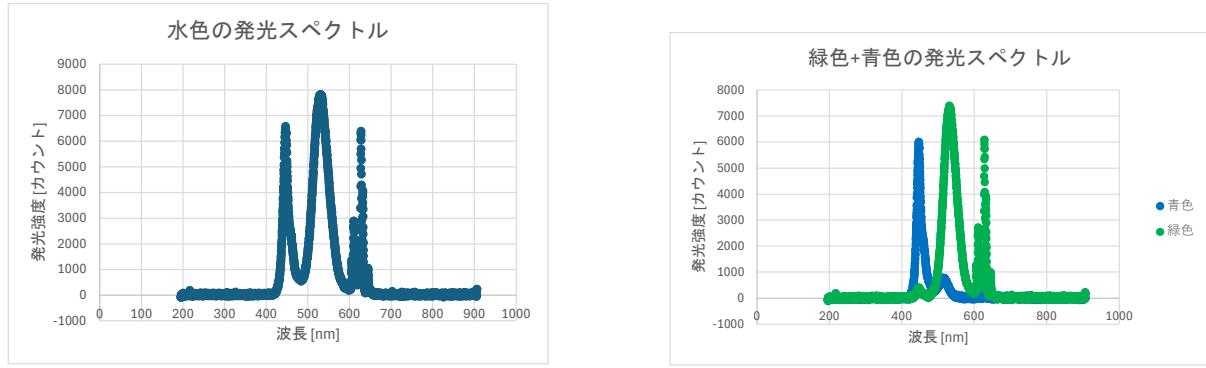
図 12: 白色 vs. 赤 + 緑 + 青 のスペクトル比較



(a) 黄色の発光スペクトル

(b) 赤 + 緑 合成スペクトル

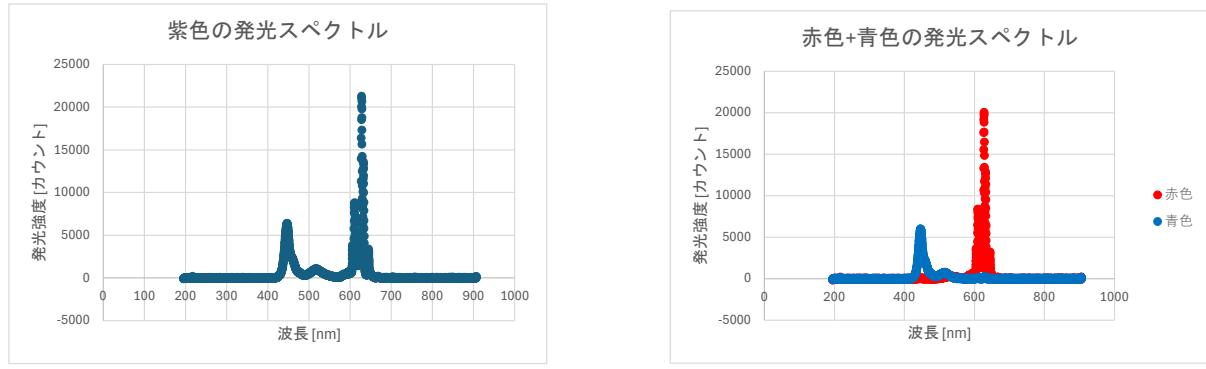
図 13: 黄色 vs. 赤 + 緑 のスペクトル比較



(a) 水色の発光スペクトル

(b) 緑 + 青 合成スペクトル

図 14: 水色 vs. 緑 + 青 のスペクトル比較



(a) 紫色の発光スペクトル

(b) 青 + 赤 合成スペクトル

図 15: 紫色 vs. 青 + 赤 のスペクトル比較

■モニタの発光スペクトルの考察 これらの比較から, PC モニタでは赤・緑・青の光を独立に組み合わせることで, 多様な色を作っていることが分かる. 具体的には,

- 白色では、赤(約 630 nm)、緑(約 530 nm)、青(約 450 nm)の三つの山が同時に現れる.
- 黄色では赤と緑だけを光らせるため、その二つの山だけが見える.
- 水色や紫色でも、光らせた色のピークだけがスペクトルに出ている.

つまり、モニタは三原色の光を独立に異なる割合で重ね合わせることで、さまざまな色を再現していることが確認できた.

#### 1.6.4 (4) 窒素放電管の SP 発光スペクトルの同定

■SP 発光スペクトルの理論波長の求め方 図7 の右側に示された振動準位のエネルギー値(単位  $\text{cm}^{-1}$ )を  $\tilde{E}'$ (上準位  $\text{C}^3\Pi_u$ ) と  $\tilde{E}''$ (下準位  $\text{B}^3\Pi_g$ ) とし、バンド  $\text{SP}v'v''$  の波数差は

$$\Delta\tilde{\nu}(v', v'') = \tilde{E}'(v') - \tilde{E}''(v'').$$

光の波長は

$$\lambda = \frac{10^7}{\Delta\tilde{\nu}} \text{ [nm]} \quad \left( \because \tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} \text{ [cm}^{-1}\text{]} \right)$$

実験テキストの表に指示された 4 本 (SP02, SP13, SP24, SP35 =  $\text{C}^3\Pi_u(v' = 0, 1, 2, 3) \rightarrow \text{B}^3\Pi_g(v'' = 2, 3, 4, 5)$ ) について計算した結果を記す. エネルギー値は実験テキストの図から読み取った.

表 2:  $\text{C}^3\Pi_u \rightarrow \text{B}^3\Pi_g$  4 バンドの理論波長

バンド	$\tilde{E}'$ [cm $^{-1}$ ]	$\tilde{E}''$ [cm $^{-1}$ ]	$\lambda_{\text{calc}}$ [nm]
SP02 (0 → 2)	89297.4	63007.7	380
SP13 (1 → 3)	91291.3	64654.9	375
SP24 (2 → 4)	93231.8	66273.3	371
SP35 (3 → 5)	95105.8	67862.6	367

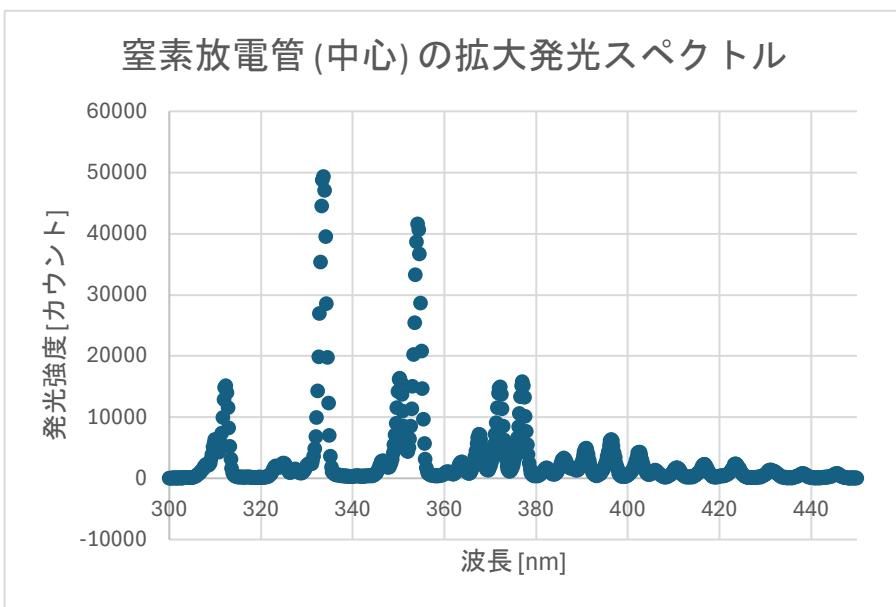


図 16: 窒素放電管中心部の 300-400 nm 拡大発光スペクトル

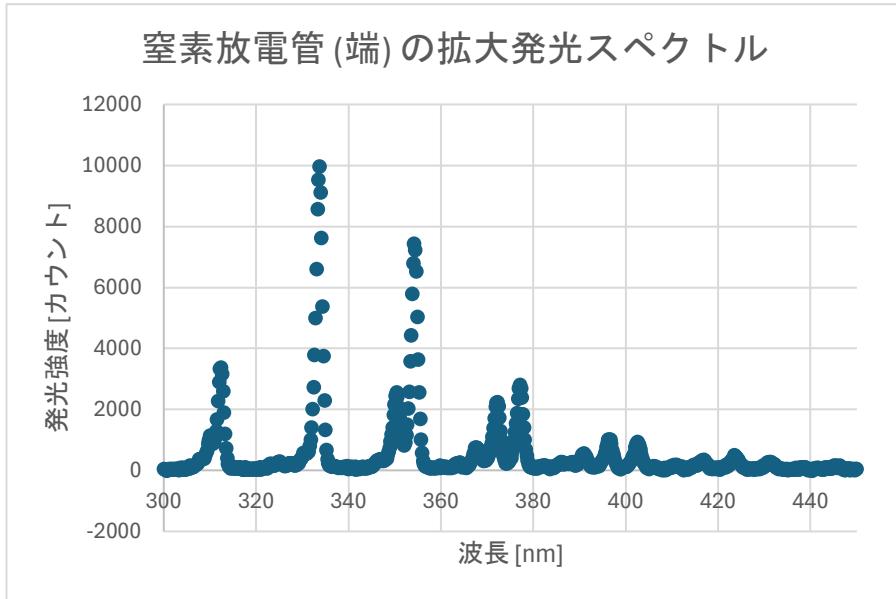


図 17: 窒素放電管端部の 300-400 nm 拡大発光スペクトル

**■SP 発光スペクトルの観測結果と考察** 図 16,17 を詳細に確認すると、理論で予測される四つの位置 380 nm(SP02), 375 nm(SP13), 371 nm(SP24), 367 nm(SP35) すべてにわずかな盛り上がりが存在する。ただし強度には大きな差があった。

- **SP02(380 nm)** は非常に小さく、ベースライン上にわずかに肩が見える程度。ピークとして定量評価するのは難しい。

- SP13(375 nm) は明瞭なピークとして確認できる.
- SP24(371 nm) も SP13 とほぼ同じ高さで山が立っている.
- SP35(367 nm) は SP13,SP24 の約半分の高さで盛り上がりが見える.

最大ピークは 333 nm に位置し, これは SP02-SP35 の各ピークよりおよそ 3.2 倍高い. したがって, 本測定で確認できたのは

1. SP02 はほとんど観測されないほど弱かった.
2. SP13 と SP24 は明確なピークとして観測できた.
3. SP35 もピークとして確認できるが, 強度は SP13,SP24 の半分程度.
4. 四つの遷移位置すべてに盛り上がりは存在するものの, 強度は 333 nm 主ピークに比べて大幅に小さい.

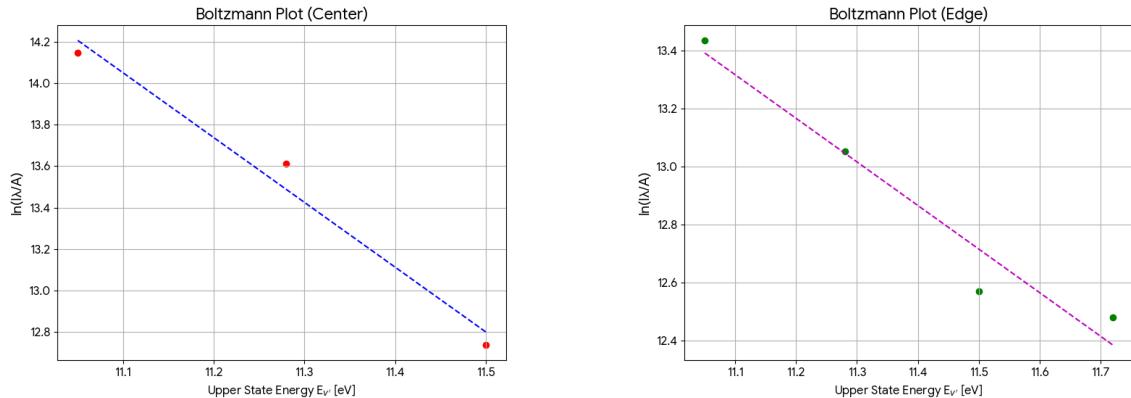


図 18: 窒素分子 SP 系列のボルツマンプロット 左: 中心部 (Center), 右: 端部 (Edge)

表 3: ボルツマンプロットから算出した振動温度

観測位置	傾き $m$ [ $eV^{-1}$ ]	振動温度 $T_{vib}$ [K]
中心部 (Center)	-3.13	$\sim 3.7 \times 10^3$
端部 (Edge)	-1.50	$\sim 7.7 \times 10^3$

■窒素分子の振動温度計測結果 中心部では振動温度が約  $3.7 \times 10^3$  K, 端部では約  $7.7 \times 10^3$  K であると算出された. この結果から, 端部の方が電子エネルギーが高く, 高振動数状態がより励起されていると考えられる.

### 1.6.5 (5) 窒素放電管の発光スペクトルの補正

窒素放電管から得られたスペクトルは、検出器 (spectrometer+ 検出素子) の波長依存性を補正する必要がある. 本実験では、実験参考資料から得られた装置感度データ (最大を 1.0 に正規化) を用いて以下の手順で補正を行った.

1. 生データとして取得した中心部測定スペクトルを、対応する波長点で補正用感度曲線を線形補間ににより求める.

2. 各波長における光強度  $I_{\text{raw}}(\lambda)$  を装置感度  $S(\lambda)$  で除し、補正後強度

$$I_{\text{corr}}(\lambda) = \frac{I_{\text{raw}}(\lambda)}{S(\lambda)}$$

を計算する。

3. 波長範囲は感度が十分な 200 nm–850 nm に限定し、補正後スペクトルをプロットする。

図 19 に補正前のグラフと補正後のグラフを重ね合わせたものを掲載する。補正により短波長領域での過小評価が見直され、中長波長域の信号が正確に表現されるようになったことが確認できた。

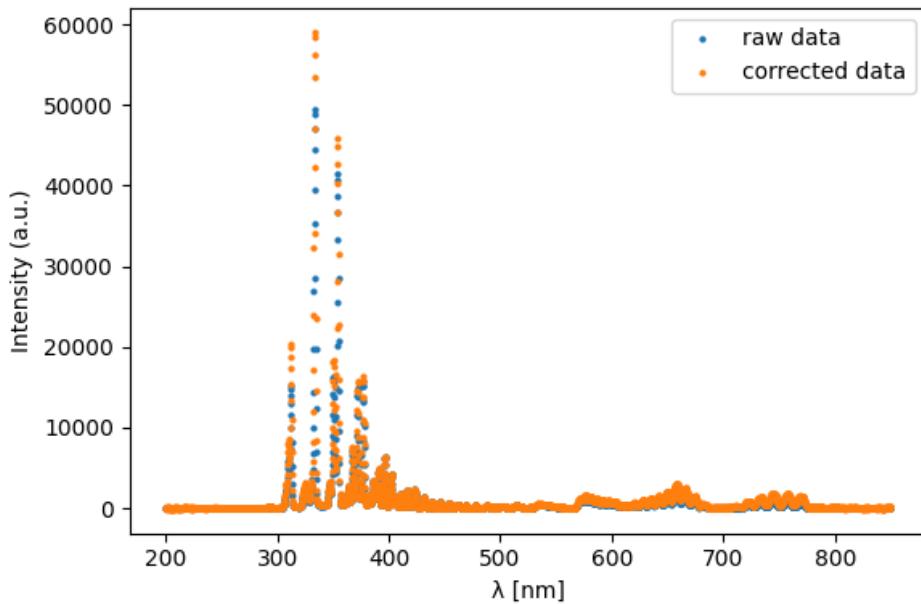


図 19: 中心部測定スペクトルの感度補正前後比較 (青: 補正前, 橙: 補正後)

## 1.7 第一原理計算を用いたスペクトル同定

### 1.7.1 (1) 水素プラズマの H 原子由来のスペクトル同定

水素原子の発光スペクトル波長は、リュードベリ公式

$$\frac{1}{\lambda_{n \rightarrow 2}} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots) \quad (1)$$

により理論的に求められる。ここで  $R_H = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  は水素のリュードベリ定数である。

以上の式から、各遷移の理論波長  $\lambda_{\text{theory}}$  を計算し、実験で観測されたピーク波長  $\lambda_{\text{exp}}$  と比較する。差分

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{exp}} - \lambda_{\text{theory}}$$

を求めることで、理論値と実験値のずれを評価する。

得られた励起状態のうち、実験で観察された Lyman- $\alpha$  Lyman- $\varepsilon$  ( $n = 2$ –6) に対応する  $T_{1u}$  対称の遷移についてエネルギー  $E_{\text{CIS}}(\text{eV})$  を波長に換算し、リュードベリ公式の  $\lambda_{\text{theory}}$  と比較した結果を Table 4 に示す。

表 4: Lyman 系列 ( $n \rightarrow 1$ ) に対する CIS 計算波長とリュードベリ理論値の比較

主量子数 $n$	$\lambda_{\text{CIS}}/\text{nm}$	$\lambda_{\text{theory}}/\text{nm}$	$ \Delta\lambda /\text{nm}$
2	121.49	121.50	0.01
3	102.51	102.52	0.01
4	97.20	97.20	<0.01
5	94.90	94.92	0.02
6	93.70	93.73	0.03

## ■結果のまとめ

- 最大でも  $0.03 \text{ nm} (3 \times 10^{-4} \text{ 程度})$  の差しかなく、第一原理計算でもリュードベリ公式を高精度で再現できた。
- 誤差が小さいのは、水素が電子 1 個だけの相関がほとんど要らない原子だからである。
- Lyman- $\alpha$  ( $121.6 \text{ nm}$ ) は 3 本の縮重した遷移 ( $T_{1u}$  三重項) として現れ、計算上の振動強度 ( $f \approx 0.14 \times 3 = 0.42$ ) も実験値とほぼ一致した。

### 1.7.2 (2) He 原子の発光スペクトル同定

実験テキストで指示された He 原子の可視領域における主要な 6 つの輝線 ( $388, 447, 502, 588, 668, 707 \text{ nm}$  付近) について、どの電子状態間の遷移に由来するのかを同定した。実験結果と NIST の実験データベースを比較した。

まず、第一原理計算を He 原子に対して実行した。一重項基底状態 ( $1s^2 \ ^1S$ ) からの励起計算では、可視領域にスペクトル線は現れなかった。一方、最低三重項状態 ( $1s_2s \ ^3S$ ) からの励起計算では、 $390.20 \text{ nm}$  に強い吸収ピークが 1 本のみ予測された。これは  $1s_2s \ ^3S \longrightarrow 1s_3p \ ^3P^0$  の遷移に対応する。

次に、NIST Atomic Spectra Database を用いて HeI (中性ヘリウム原子) の実験データを調査した。課題の 6 つの波長に対応する、強度の大きい輝線の遷移をまとめた結果と、計算結果を比較したものを表 5 に示す。

表 5: He 原子の主要な可視光スペクトル線の実験値と計算値の比較

指示波長 [nm]	実験値 [nm]	実験による遷移 (上位 → 下位)	計算による遷移 (吸収)
388	388.86	$1s_3p \ ^3P^o \rightarrow 1s_2s \ ^3S$	$1s_2s \ ^3S \rightarrow 1s_3p \ ^3P^o$ ( $390.20 \text{ nm}$ )
447	447.14	$1s_4d \ ^3D \rightarrow 1s_2p \ ^3P^o$	—
502	501.56	$1s_3p \ ^1P^o \rightarrow 1s_2s \ ^1S$	—
588	587.56	$1s_3d \ ^3D \rightarrow 1s_2p \ ^3P^o$	—
668	667.81	$1s_3d \ ^1D \rightarrow 1s_2p \ ^1P^o$	—
707	706.51	$1s_3s \ ^3S \rightarrow 1s_2p \ ^3P^o$	—

■結果の考察 表 5 から、計算で唯一得られた  $390.20 \text{ nm}$  の吸収線が実験における  $388.86 \text{ nm}$  の強い輝線に非常によく対応していることがわかる。計算された遷移は 吸収 ( $2 \ ^3S \longrightarrow 3 \ ^3P$ ) であり、実験データは同じ準

位間の 発光 ( $3^3P \longrightarrow 2^3S$ ) である。他の 5 本の強い実験輝線が計算で得られなかった理由は、それらが計算の出発点である  $2^3S$  状態が関与しない遷移（例えば  $3^3D \longrightarrow 2^3P$  など）だからである。これらの発光スペクトルをすべて計算で求めるには、多数の励起状態のエネルギーを個別に計算し、その差分を網羅的に調べる必要がある。

したがって、第一原理計算は特定の遷移を高精度に予測できる一方で、発光スペクトル全体の帰属を行うには不十分である。そのため、NIST のような網羅的な実験データベースを参照することも非常に有効であることが確認できた。

## 1.8 シューマンの条件式に基づく火花電圧の予測

### 1.8.1 (1) シミュレーションによるパッシェン曲線の予測

球-平板電極系における火花電圧を予測するため、シューマンの条件式

$$\int_0^d \alpha(p, E) dz = K \quad (2)$$

に基づいたシミュレーションを行った。ここで  $\alpha$  は電子増倍係数、 $K$  は定数であり、課題の指示に従い  $K = 10$  とした。電子増倍係数  $\alpha$  [cm<sup>-1</sup>] は、電界  $E$  [V/cm] と気圧  $p$  [Torr] の比  $E/p$  の関数として、実験テキストで与えられた実験式 (25)–(27) を用いて計算した。

シミュレーションは、事前に電磁界シミュレータで計算しておいた基準電圧 20 kV 印加時の電極間中心軸上の電界分布データと、Python スクリプト (`paschen_calculator.py`) を用いて実行した。スクリプトでは、各圧力  $p$  に対して二分法を用い、シューマンの積分値が  $K = 10$  となる火花電圧  $V_s$  を数値的に探索した。ギャップ長  $d$  を 0.5mm から 10.0mm まで変化させた場合のシミュレーション結果を図 20 に示す。

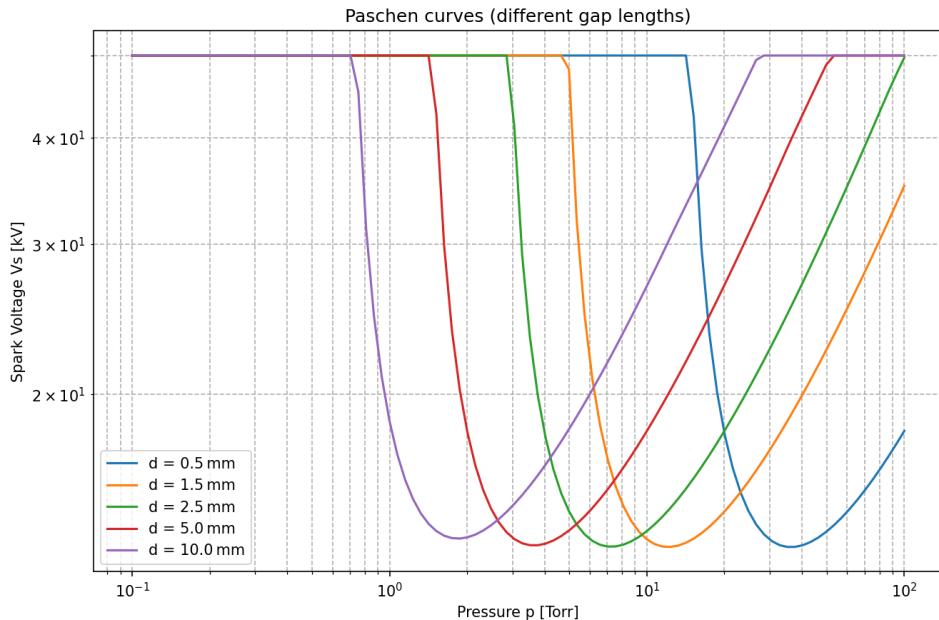


図 20: シミュレーションにより予測されたパッシェン曲線

図 20 から、予測された曲線はパッシェンの法則に典型的な V 字型の特性を示していることがわかる。各

ギャップ長において火花電圧が最小となる圧力が存在し、ギャップ長  $d$  が大きくなるにつれて、曲線の極小値はより低い圧力側へと移動している。これは、ギャップ長が長いほど電子が電離に必要なエネルギーを得るまでの衝突回数が多くなるため、より低い圧力（長い平均自由行程）で火花放電が起りやすくなることを示唆している。

### 1.8.2 (2) 実験結果との比較と考察

次に、5.1 節の平等電界（球-球電極）での火花電圧測定結果と、今回のシミュレーション結果（球-平板電極）を比較する。今回の実験では  $30\text{mm}\phi$  球-球電極系における火花電圧を測定している。

**■定性的な比較** 実験で得られたパッシュエン曲線（図 2）とシミュレーション結果（図 20）は、ともに  $pd$ （圧力 × ギャップ長）の値に対して火花電圧の極小値を持つ V 字型の傾向を示しており、定性的にはよく一致している。

**■定量的な比較とずれの原因** 一方で、定量的に見るといくつかの差異が考えられる。

- **パッシュエンミニマムの値:**

シミュレーションにおける極小値と、実験で得られた極小値 ( $pd \approx 3000 \text{ Pa} \cdot \text{mm} \approx 22.5 \text{ Torr} \cdot \text{mm}$  で約  $300 \text{ V}$ ) とを比較すると、値にずれが見られる。

- **電極形状の違い:**

シミュレーションは球-平板電極の電界データに基づいているが、実験は球-球電極で行った。この前提の違いが、火花電圧の差として現れたのだと考えられる。

- **二次電子放出の影響:**

今回のシミュレーションで用いたシューマンの条件式は、陰極からの二次電子放出 ( $\gamma$  作用) の影響を定数  $K$  に含めて単純化している。実際には、 $\gamma$  係数は電極材料やイオンのエネルギーに依存するため、この単純化が実験との誤差の一因となりうる。

- **実験条件:**

実験で用いた空気中の湿度や電極表面の微細な凹凸、酸化状態なども、実際の火花電圧に影響を与える要因となる。

以上の点から、シューマンの条件式に基づくシミュレーションは定的にはパッシュエン曲線の物理的本質をよく捉えていると言える。しかしながら精密な予測を行うには、電極形状や二次電子放出過程などをより詳細にモデル化する必要があると考えられる。

## 2 参考文献

### 参考文献

[1] EEIC2025 年度前期実験テキスト。

<https://drive.google.com/file/d/18BF010gG2vrFz1m9P6wisAiPEXKFXGsK/view>

[2] 実験課題 4 分光実験（波長ごとの分光器の感度校正ファイル）。

[https://docs.google.com/spreadsheets/d/1qauLho8c\\_xrcFiQMgIP0B3MPj8KnKMtz-UCUGRYaP7k/edit?gid=2008203784#gid=2008203784](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1qauLho8c_xrcFiQMgIP0B3MPj8KnKMtz-UCUGRYaP7k/edit?gid=2008203784#gid=2008203784)

- [3] PC 演習課題 1 第一原理計算を用いたスペクトル同定 実験結果.  
<https://drive.google.com/drive/folders/1KyPyB8e5gsrwDwLc-q4i1GenVL1zmMTm>
- [4] PC 演習課題 2 シューマンの条件式に基づく火花電圧の予測 電界計算結果.  
[https://docs.google.com/spreadsheets/d/14Wj6teDh8kt\\_RiMsq4GhfKht0SfNX1bKsIlvucP03ZE/edit?gid=311465457#gid=311465457](https://docs.google.com/spreadsheets/d/14Wj6teDh8kt_RiMsq4GhfKht0SfNX1bKsIlvucP03ZE/edit?gid=311465457#gid=311465457)
- [5] NIST Atomic Spectra Database.  
<https://www.nist.gov/pml/atomic-spectra-database>
- [6] Google Gemini. 生成 AI を用いたシミュレーション実験のプログラム作成支援.

## 付録 A PC 演習課題 2 で用いた paschen\_calculator.py のソースコード

Code 1: シューマンの条件式に基づく火花電圧予測シミュレーション

---

```

1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from scipy.integrate import trapezoid
5 from scipy.optimize import bisect
6
7 # Constants
8 K = 10.0
9 V_REF_kv = 20.0 # The reference voltage used for E-field simulation [kV]
10
11 def calculate_alpha_over_p(e_over_p):
12     """
13         Calculate alpha/p based on the given empirical formulas.
14         E/p is in V / (cm * Torr).
15         Returns alpha/p in 1 / (cm * Torr).
16     """
17     if e_over_p < 31.6:
18         return 0.0
19     elif 31.6 <= e_over_p < 60.0:
20         # Using walrus operator for clarity, equivalent to p_val = ...; return
21         p_val / 10000
22         return (1.047 * (e_over_p - 28.5)**2 - 12.6) / 10000
23     elif 60.0 <= e_over_p < 100.0:
24         term1 = 1.0 - 0.00674755 * (e_over_p - 60)
25         term2 = (1.047 * (e_over_p - 28.5)**2 - 12.6) / 10000
26         return term1 * term2
27     else: # E/p >= 100.0
28         return 15.0 * np.exp(-365.0 / e_over_p)
29
30 def schumann_integral(v_app_kv, p_torr, z, e_ref):
31     """

```

```

31     Calculate the Schumann integral integral(alpha) dz for a given applied
32     voltage and pressure.
33     """
34
35     # Scale the reference electric field by the ratio of applied voltage to
36     # reference voltage
37     e_field_v_cm = e_ref * (v_app_kv / V_REF_KV)
38     e_over_p = e_field_v_cm / p_torr
39
40     alpha_over_p = np.array([calculate_alpha_over_p(eop) for eop in e_over_p])
41     alpha = alpha_over_p * p_torr
42
43     # Integrate alpha over the gap distance z using the trapezoidal rule
44     integral_value = trapezoid(alpha, z)
45     return integral_value
46
47 def find_vs_by_bisect(p_torr, z, e_ref, v_min_kv=0.1, v_max_kv=50.0):
48     """
49     Find the spark voltage Vs using the bisection method by solving
50     schumann_integral(V) - K = 0.
51     """
52     def target_function(v_kv):
53         return schumann_integral(v_kv, p_torr, z, e_ref) - K
54
55     try:
56         # The bisection method requires the function to have different signs at
57         # the bounds.
58         # If not, it means the root is not bracketed in the given voltage range.
59         if target_function(v_min_kv) * target_function(v_max_kv) >= 0:
60             # For low pressure, integral might always be < K, so spark voltage is
61             # effectively infinite (or > v_max)
62             if target_function(v_max_kv) < 0:
63                 return v_max_kv
64             # For high pressure, integral might always be > K, so spark voltage
65             # is very low
66             if target_function(v_min_kv) > 0:
67                 return np.nan
68             return np.nan
69
70         vs_kv = bisect(target_function, v_min_kv, v_max_kv, xtol=1e-5)
71         return vs_kv
72     except ValueError:
73         # This can happen if the function returns NaN or infinity
74         return np.nan
75
76 def main():
77     gap_lengths_mm = [0.5, 1.5, 2.5, 5.0, 10.0]

```

```

71     pressure_range_torr = np.logspace(-1, 2, 200)
72
73     plt.figure(figsize=(12, 8))
74
75     for d_mm in gap_lengths_mm:
76         # Load the corresponding pre-calculated E-field data from a CSV file
77         csv_path = f'./efield_data/Efield_d_{d_mm:.1f}mm.csv'
78         try:
79             df_efield = pd.read_csv(csv_path)
80             z_cm = df_efield.iloc[:, 0].values
81             e_ref_v_cm = df_efield.iloc[:, 1].values
82         except FileNotFoundError:
83             print(f"Warning: Data file not found for d = {d_mm} mm. Skipping.")
84             continue
85
86         vs_results_kv = [find_vs_by_bisect(p, z_cm, e_ref_v_cm) for p in
87                         pressure_range_torr]
88
89         plt.plot(pressure_range_torr, vs_results_kv, label=f'd = {d_mm:.1f} mm')
90
91         plt.xscale('log')
92         plt.yscale('log')
93         plt.xlabel('Pressure p [Torr]')
94         plt.ylabel('Spark Voltage Vs [kV]')
95         plt.title('Paschen curves (different gap lengths)')
96         plt.grid(True, which="both", ls="--")
97         plt.legend()
98         plt.ylim(bottom=1.5, top=50)
99         plt.savefig('paschen_curves_vs_p.png', dpi=300)
100        plt.show()
101
102 if __name__ == '__main__':
103     main()

```

---